

Universidade Federal do Rio de Janeiro Programa de Pós-Graduação em História das Ciência, das Técnicas e Epistemologia

DORIVAL RODRIGUES DA ROCHA JUNIOR

Uma Análise da Influência da Escrita Simbólica no Rigor e Precisão sob o Olhar da Semiótica

DORIVAL RODRIGUES DA ROCHA JUNIOR

Uma Análise da Influência da Escrita Simbólica no Rigor e Precisão sob o Olhar da Semiótica

Dissertação de Mestrado apresentada ao Programa de Pós-Graduação em História das Ciências e das Técnicas e Epistemologia, Universidade Federal do Rio de Janeiro, como requisito parcial para obtenção do título de Mestre em História das Ciências e das Técnicas e Epistemologia.

Orientador: Ricardo Silva Kubrusly

Rio de Janeiro

2018

DORIVAL RODRIGUES DA ROCHA JUNIOR

Uma Análise da Influência da Escrita Simbólica no Rigor e Precisão sob o Olhar da Semiótica

Dissertação de Mestrado apresentada ao Programa de Pós-Graduação em História das Ciências e das Técnicas e Epistemologia, Universidade Federal do Rio de Janeiro, como requisito parcial para obtenção do título de Mestre em História das Ciências e daTécnicas e Epistemologia.

Aprovada em 28 de a	ıbril
Orie	entador, Ricardo Silva Kubrusly, Dr., HCTE/UFRJ
	André Campos da Rocha, Dr., FSBRJ
	Isabel Leite Cafezeiro, Dr., UFF
	Tiago Soares dos Reis, Dr., IFRJ

Rio de Janeiro 2018

CIP - Catalogação na Publicação

R672a

Rodrigues da Rocha junior, Dorival Uma Análise da Influência da Escrita Simbólica no Rigor e Precisão sob o Olhar da Semiótica / Dorival Rodrigues da Rocha junior. -- Rio de Janeiro, 2018. 69 f.

Orientador: Ricardo Silva Kubrusly.
Dissertação (mestrado) - Universidade Federal do
Rio de Janeiro, Decania do Centro de Ciências
Matemáticas e da Natureza, Programa de Pós-Graduação
em História das Ciências e das Técnicas e
Epistemologia, 2018.

1. Linguagem matemática. 2. Semiótica. I. Silva Kubrusly, Ricardo, orient. II. Título.

AGRADECIMENTOS

Agradeço ao meu pai Dorival Rodrigues da Rocha por todo o suporte no doutoramento e todas outras empreitadas; à minha mãe Cássia Barbosa por sempre me incentivar à sonhar alto, e acreditar no meu potencial; á Laissa Ferreira, amiga que esteve sempre junto apoiando e revisando textos; aos professores do HCTE que me propiciaram momentos de aprendizado e esclarecimento; aos companheiro de HCTE pelo suporte e troca de conhecimento; aos meus amigos que conquistei durante esse período e que estarão sempre comigo.

RESUMO

ROCHA JUNIOR, Dorival Rodrigues. Uma Análise da Influência da Escrita Simbólica no Rigor e Precisão sob o Olhar da Semiótica. Rio de Janeiro, 2018. Dissertação (Mestrado em História das Ciências, das Técnicas e Epistemologia, Universidade Federal do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro, 2018.

O presente trabalho se propõe a estudar o caráter universal atribuído á matemática, por meio de sua linguagem simbólica. Esse conjunto de símbolos que forma a escrita matemática baseado na lógica clássica carrega uma autoridade que se espalha pelas ciências e outros meios da sociedade. Sempre associada á verdade e precisão, investigamos se essas características florescem pela linguagem algébrica usada. Usamos a Semiótica de Charles S Pierce para elucidar o papel dos signos no processo de conhecimento. Esse autor afirma toda nossa interação com os objetos e fenômenos do mundo se dão por intermédio dos signos. Em complementação, apontamos projetos que visaram estruturar e fundamentar a matemática, em especial a mathesis universalis de Leibniz. Identificamos como o êxito da matemática na exatidão de resultados e transmissão de informação influenciou outros pensadores a aplicar linguagens parecidas em outros campos do conhecimento. Por fim, usamos a teoria da semiótica da matemática para juntar esses dados e estabelecer como se dá a produção de conhecimento matemático. Rotman elabora uma estrutura de três entidades que constituem o matemático, que mostra como pensar e escrever matemática estão interligados. O autor põe ainda na equação os aspectos sociais do individuo que produz resultados matemáticos.

Palavras-Chave: Semiótica; Representação; Linguagem matemática; Semiótica da Matemática.

ABSTRACT

ROCHA JUNIOR, Dorival Rodrigues. Uma Análise da Influência da Escrita Simbólica no Rigor e Precisão sob o Olhar da Semiótica. Rio de Janeiro, 2018. Dissertação (Mestrado em História das Ciências, das Técnicas e Epistemologia, Universidade Federal do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro, 2018.

This dissertation aims to study the universal aspect designated to mathematics, regard its symbolic language. This set of symbols that constitutes mathematical writing based on the classical logic has an authority that is spread throughout the sciences and other social environments. Always associated to truth and precision, we investigate if these characteristics blossom because of the algebraic language usage. We use Charles S Pierce Semiotics study to elucidate the role of signs in the thinking process. The author claims that every interaction with objects and phenomenon of the world happens through mediation of signs. Complementing, we point out enterprises the aimed to structure and fundament mathematics; in special Leibniz's Mathesis Universalis. We identify how the outcome of mathematics on getting exact results and precision on information transmission influenced others to apply languages inspired on symbolism in different fields of knowledge. At last, we use the Semiotic of mathematics theory to put these together and establish how is set the mathematical productions. Rotman develops a structure that has three entities, which constitute the mathematician; it highlights how thinking and writing mathematics are linked. The author put the social aspects into account, either.

Keywords: Semiotic; Representation; mathematical language; semiotics of mathematics

SUMÁRIO

1	INTRODUÇÃO		
2	Α (CIÊNCIA DOS SIGNOS DE PIERCE	5
	2.1	A SEMIÓTICA	5
	2.2	O SIGNO	8
	2.3	RAZÃO E CLAREZA	12
3	UN	M PANORAMA DA BUSCA PELA MATEMATICIDADE	18
	3.1	MATHESIS UNIVERSALIS	18
	3.2	O SEMI-MONÓIDE DE SAMPAIO	21
	3.	2.1 As Lógicas	21
	3.	2.2 O Semi-Monóide	23
	3.3	Os Matemas Lacanianos	26
4	Α 9	SEMIÓTICA DA MATEMÁTICA	28
	4.1	O MATEMÁTICO	29
	4.2	CONCEITOS MATEMÁTICOS SOB UM EXAME SEMIÓTICO	31
	4.3	POR UMA MATEMÁTICA INFORMAL	34
5	CC	DNCLUSÃO	39
6	RE	FERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS	40

Lista de Figuras

Figura 1	18
Figura 2	25
Figura 3	49
Figura 4	53
Figura 5	60

1 Introdução

A linguagem matemática é uma conjunto poderoso de símbolos regido por uma lógica. Muitas das vezes é usada como certificado de credibilidade no mundo das ciências, e apropriado pelo senso comum. Nossa intenção com este trabalho é investigar se esse caráter generalizador e portador da verdade está ligado à linguagem com seus símbolos e regras usados na sua prática. Seria a matemática e seu fazer, no desenvolvimento que vemos hoje, diretamente conectado com a linguagem simbólica usada?

Nosso objetivo geral é identificar se a matematicidade se dá diretamente pela linguagem matemática formal. Entendemos por matematicidade o caráter generalista e universal dotado da percepção de verdade. E para atingir tal propósito foram estabelecidos os seguintes objetivos específicos:

- Revisão dos principais conceitos de Semiótica;
- Investigar o programa de formalização da Matemática;
- Explorar outros meios de apropriação dessa linguagem;
- Associar conceitos semióticos com o fazer matemático.

Um olhar breve sobre esses objetivos iniciais nos levou a indagar se a Lógica clássica é imperativa no "fazer ciência", e como essa semântica regida por ela se difere da linguagem natural ou outras formas de se comunicar. Por que ficou estabelecido que seria esse o modo como a ciência se comunicaria com o mundo? Queremos entender qual o significado dos símbolos no pensamento sistêmico e como estes se apresentam e são percebidos para o matemático.

Semiótica pode ser entendida como a ciência dos signos. Mostrou-se essencial o entendimento dessa teoria que cria um modelo para entendermos nossa relação, enquanto sujeito do conhecimento, com os signos. Vamos ver que qualquer tentativa de conhecer e pensar um objeto passa pela mediação dos signos, que podem ser imagens, gráficos ou até mesmo as letras e palavras. Toda nossa experiência com o mundo se dá pela interpretação dos signos que nos são apresentados. Veremos com o

fundador desse pensamento que nunca temos acesso direto aos objetos. Estamos, portanto, fadados à mediação de entidades que se propõe a representar os objetos em si.

A relação da matemática com a semiótica acontece quase que naturalmente. A prática matemática está a todo momento lidando com signos que expressam ideias e conceitos, em sua maioria abstratos, e que não tem referencial nenhum com um objeto concreto. Estamos tão habituados a esses símbolos, que é difícil, ou no mínimo maçante, supor uma representação diferente para os entes matemáticos.

Fica então a questão: seria possível um sistema em linguagem corrente que atingisse a abstração necessária para fazer sentido para matemática? O uso desse conjunto de símbolos em contramão à linguagem falada e escrita é uma tentativa (quase que desesperada) de retirar qualquer traço de pessoalidade. Tentamos estudar as semelhanças das duas faces que são atribuídas à matemática: ciência e linguagem, aproximando esses dois conceitos que são tratados como distintos. No fundo, como veremos, compartilham de um mesmo cerne, transcendendo essa discussão a cerca do caráter da matemática.

Apesar da discussão da dualidade ciência/linguagem que recai sobre a matemática, nos convencemos que a ideia de matemática como ciência é um processo construído no momento em que ela se voltou para si, havendo por causa disso uma necessidade fundamentalista. A humanidade vem produzindo conhecimento matemático muito antes da linguagem algébrica atual, então, porque que culturalmente não conseguimos desprender matemática dessa escrita? De certa forma a matemática em geral sempre foi linguagem: contar um conto e contar uma quantidade se dão da mesma forma. A fundamentação se deu pelo estabelecimento de conceitos e criação de ferramental para lidar com seus objetos de estudos. A abstração da matemática foi um processo "sociológico" e, em certo ponto, passamos a entender que essa abstração se dá a priori.

Com o estabelecimento da matemática como base do racionalismo muitos estudiosos como Descartes e Leibniz tentaram abrangê-la para todos aspectos da natureza. Tentaram estabelecer uma Mathesis Universalis, conceito que se sobrepõe à

matemática. *Mathesis* seria uma forma de organizar sistemicamente o pensamento e as práticas humanas. O objetivo disse era evitar as incertezas, alcançando um modelo de pensamento que o produto tivesse garantida a indubitabilidade. Leibniz se destaca entre os que se propuseram a pensar nessa ciência universal porque viu a linguagem como um aspecto importante no estabelecimento da certeza e conclusões assertivas. Esse destaque à linguagem vai motivar pensadores do movimento formalista da virada do século XIX par ao XX.

Nossa principal fonte é o trabalho de Rotman (2012), onde ele propõe uma Semiótica da Matemática. Esse autor vai estruturar o sujeito "matemático". O principal diferencial desse autor, nesse ponto, é que ele posiciona o matemática como ser social. Muito se fala da impessoalidade da matemática, porém Rotman vai dizer que essa escrita simbólica está impregnada de convicções trazidas dos contextos culturais e de vivência desse que produz matemática. Ele ainda aponta que os entes e conceitos matemáticos têm natureza abstrata, e por isso apresentação uma dependência da sua representação, maior que objetos de estudos de outras ciências. É na relação singular, do objeto com sua representação, que está o caráter criador mais interessante da matemática.

A metodologia usada nesse trabalho será análise bibliográfica tentando traçar a construção histórica da formalização matemática e analisa-la sob o olhar de teóricos que trataram a questão dos símbolos e linguagem de modo geral. Seguindo uma abordagem pelo estudo da História do Conhecimento matemático, examinando a posição da ciência perante a sociedade sob novas perspectivas de seu uso.

2 A Ciência dos Signos de Pierce

Nesse capítulo vamos nos aprofundar na Semiótica. Vamos apresentar a teoria proposta por Charles S. Pierce. Ele estabelece uma ciência dos signos, onde estrutura como se dá o processo de conhecimento e nossa posição perante objetos e fenômenos que ocorrem ao nosso redor.

Primeiro abordaremos a semiótica sob uma visão mais ampla de suas definições e possibilidades de aplicação. A nossa relação com o mundo foi abordada por Pierce de maneira diferenciada, e para isso ele enuncia uma fenomenologia que da suporte aos seus estudos dos signos. Em seguida, nos aprofundaremos no signo. Veremos a definição e, mais importante para nós os tipos de signos. Em certos momentos, ficará mais clara nossa intenção e proximidade da semiótica com a matemática, e tentamos apontar isso durante o texto. Por fim, discutiremos é que seria clareza de pensamento e como a Semiótica se posição sobre isso.

2.1 A Semiótica

Pierce em sua Fenomenologia discursa sobre como o sujeito interage com o mundo, de modo a experimentá-lo e conhecê-lo. A vivência no mundo se dá em três instâncias, que podem ser entendidos como momentos, são eles: momento de Primeiridade, Secundidade e Terceiridade, que de forma nebulosa trabalham na construção dos signos, ou seja, é uma maneira de descrever o processo pelo qual entendemos e interpretamos o mundo. No processo inteligível a consciência cria o signo, mediação entre nós e o fenômeno que se pretende conhecer. Veremos também que um signo só é compreendido dado um outro signo, que resultaria na paradoxo de nós (seres humanos) como seres de representação, inseridos num mundo sensível, porém fadados às interações sígnicas.

Dado o mundo, têm-se os fenômenos que estamos em contato, e que são passíveis de conhecimento. Num primeiro instante nossa relação com os fenômenos é sentimento. Algo tão puro e livre de julgamentos que é difícil de captar, porém esse momento está lá, como primeira representação de predicados que só se pode sentir. Pierce chama esse momento de Primeiridade.

Há instantes fugazes, entretanto, e nossa vida está prenhe da possibilidade desses instantes, em que a qualidade de sentir assoma como um lampejo, e é como se nossa consciência e o universo inteiro não fossem, naquele lapso de instante, senão uma pura qualidade de sentir." (Santaela, 2012)

Primeiridade é tão original e caótica, de modo que nela as coisas apenas são. Não há explicação para essas situações de presente tão puro. Isso se dá pela ausência de comparação, e no presente absoluto. Só há aquilo, o mais dominante e absorvente aquilo, que simplesmente é.

A dificuldade de perceber a Primeiridade é tal por conta de seu resultado mais imediato, a Secundidade. Esse segundo momento é reação, é resposta aos estímulos do fenômeno. Não resposta consciente, mas corpórea. Pode ser entendida como um conflito dada a existência do outro. A consciência de si ocorre na Secundidade, dado que da consciência do outro decorre a consciência do eu. Essa reação ofusca o puro sentir privilegiando a experiência. A resistência a um estímulo é um momento já posterior ao sentimento. A sensação decorre do sentir, e te coloca presente no mundo. Podemos entender o viver, portanto, como reagir às cargas de estímulos que estão no mundo. Esse conflito que ocorre é resultado da nossa existência. Experimentar o mundo é estar aberto ao inusitado, que nos arrebata em certos momentos, suscitando dúvidas e confrontando nossas crenças. Secundidade é materialidade.

Segue-se que em toda experiência, quer seja de objetos interiores ou exteriores, há sempre um elemento de reação ou segundo, anterior à mediação do pensamento articulado e subsequente ao puro sentir. (Santaela, 2012)

A dualidade presente no momento de Secundidade é o puro existir. É o um e o outro que conseguem gerar reação pela resistência, pois essa não existe em individualidade. Na verdade, podemos pensar no indivíduo sem aceitar seu contraponto? Parece-me difícil. Se há dois, há dúvida! É a dúvida que move (reação), ela alimenta a curiosidade e o desejo de conhecer. Pierce (1995) disse "A própria palavra 'dúvida', ou 'dubito', é um frequentativo de 'duhibeo' – i.e. duo habeo, e com isso demonstra sua binaridade." Essa passagem ilustra a importância da dualidade na

geração do sujeito que quer conhecer. Note que dizemos "sujeito que *quer* conhecer" onde fica implícito a vontade, o desejo, que só se tem na existência do outro. O sentir da Primeiridade passa despercebido no cotidiano dada a ação que é a Secundidade. Somos atacados por estímulos e contra atacamos, sendo pura ação e reação.

O pensamento articulado é a Terceiridade. Dado o primeiro sentir e a experiência segunda, a Terceiridade é uma síntese dialética resultante de um esforço de entender e estabelecer uma conexão lógica com o fenômeno. Nesse processo de conhecer o mundo, na tentativa de estabelecer uma compreensão surgem os signos. O signo é como conhecemos o mundo, é uma representação do objeto de estudo, uma etapa posterior à experiência. A consciência na tentativa de entender objetos e fenômenos cria representações que, mesmo não sendo evidente, estão ligadas ao sentimento da Primeiridade, e a resistência da Secundidade.

A mediação (síntese entre a Primeiridade e a Secundidade) presente na Terceiridade pode ser também entendida como intenção, afirma Pierce (1995). A mente humana está impregnada por uma vontade de conhecer. Vimos que o presente não se conhece, ele é, e ao passado resta-nos a apreciação e análise, sobrando-nos a predição do futuro. Nessa tentativa de predição, por hipóteses, se baseia quase toda ciência, principalmente as naturais. Ela não se dá de forma aleatória, há uma coerência na tentativa de prever fenômenos e acontecimentos. Suponhamos o experimento de Galileu em Pisa (tenha ele ocorrido ou não), ele não subiu aquela torre livre de expectativas. A precisão das conjecturas pré-experimentação chama a atenção de quem se dispõe a entender esse processo. Contudo, essa tendência a conjecturar um fato que se mostra verdade nada tem a ver com o que ocorre de fato.

É através dessa Fenomenologia que Pierce fundamenta a Semiótica. O conceito abrangente de signo dá base para sua Ciência dos Signos, explicando como o ser humano interage com o mundo. A interação do homem com os objetos e fenômenos são, em suma, uma criação incessante de signos e suas interpretações, que são também de natureza sígnica. O signo age em tríade: na exterioridade do objeto que ele remete, para a interioridade da mente do agente de conhecimento que vai remetê-lo a

um outro signo(síntese) na tentativa de interpretação deste. Essa interpretação tem a forma de outro signo, gerando um fluxo de significação.

Um Signo é tudo aquilo que está relacionado com uma Segunda coisa, seu Objeto, com respeito a uma qualidade, de modo tal a trazer uma Terceira coisa, seu Interpretante, para uma relação com o mesmo Objeto, e de modo tal a trazer uma Quarta para uma relação com aquele Objeto na mesma forma, *ad infinitum*. (Pierce, 1995)

Em sua empreitada de definir uma ciência dos signos, Pierce vai definir a Semiótica como Lógica dos Signos. Para tal ele teve que definir o que é signo. "A grande necessidade é a de uma teoria geral de todas as possíveis espécies de signos, seus modos de significação, de denotação e de informação ..." (Pierce apud Santaela, 2012) Uma dificuldade de estabelecer a Semiótica formal (ou lógica, segundo Pierce) é a simbiose do processo de conhecimento com a mente humana (de forma mais geral, o sujeito). O estágio atual da computação nos dá um ponto de vista privilegiado (que Pierce não teve) de como a significação se desprende da mente com uma breve análise de como as máquinas se comunicam, dado o fato de que podemos observar um "ser pensante" além de nós, suscitando assim melhores considerações que uma autoanálise faria.

O signo é, em resumo, uma representação do objeto. Tendo ele nada, necessariamente, a ver com o que representa em si, ele só faz sentido quando há o esforço de uma mente em tentar interpretar tal objeto. O signo se remeterá a uma mente que o associará ao que se refere. Ele apresenta limitações quanto a sua capacidade de representar, até mesmo porque, ele não é o objeto em questão, mas uma mediação entre a mente que o percebe como signo e o seu remetente. Sua existência como representação está diretamente conectada à sua causa geradora, o objeto. Ele só se torna signo a partir do momento que há um esforço de uma mente que quer conhecer o objeto. Portanto, sua existência como signo é dependente da capacidade de representar. Uma coisa é clara no pensamento pierceano, o signo não é

o objeto, nem mesmo trata da sua essência¹, ele é representação, medição entre quem quer conhecer, neste caso, o intérprete.

Um processo importante que podemos ressaltar dessa discussão de Pierce(1894) acerca da definição de signo acima é a interpretação. Ela liga o signo, o objeto e o intérprete. Interpretante é um segundo signo na mente do intérprete que explica o primeiro, é a mediação do signo com o intérprete. O significado do signo é, então, um outro signo na mente do intérprete. O signo e o seu interpretante podem ou não ser da mesma natureza, imagem ou textual, por exemplo.

Dada as partes do processo de significação podemos particionar o signo em dois objetos e três interpretantes. Cada subparte vai dizer respeito à existência do objeto e sua ação na mente do intérprete.

Quanto ao objeto podemos identificar duas instâncias. Chamaremos de objeto dinâmico aquilo que o signo se propõe a traduzir. Ou seja, o objeto em sua externalidade. Como discutido anteriormente, na tentativa de representar o objeto (dinâmico) cada signo vai ressaltar certo aspecto, nunca sendo idêntico ao objeto. O modo como o signo intenta representar o objeto é chamado de objeto imediato. O objeto imediato diz sob que forma o signo se apresenta, podendo ser uma representação gráfica, imagética, discursiva e etc..

As partes do interpretante são três: interpretante imediato, diz respeito às potencialidades de interpretação do signo. Quais conceitos e características podem suscitar dada a apresentação daquele signo específico. Enquanto que a interpretação feita pela mente do intérprete, de fato, é o interpretante dinâmico. Essa interpretação está ligada a como o signo se apresenta, que gerará um outro signo no esforço de entendimento do objeto que ele representa. Como vimos anteriormente o processo de significação é uma cadeia de signos, e esse signo de interpretação é chamado interpretante em si, que seria a generalidade da interpretação dada uma mente qualquer. Esse signo, o interpretante em si, tem uma natureza lógica, por localizar-se

Sentido platônico, existência de uma ideia primitiva da qual os objetos físicos se espelham de forma imperfeita.

numa instância do processo de se conhecer mais abstrato, onde semelhança e analogia não fazem sentido, se fazendo necessária a lógica.

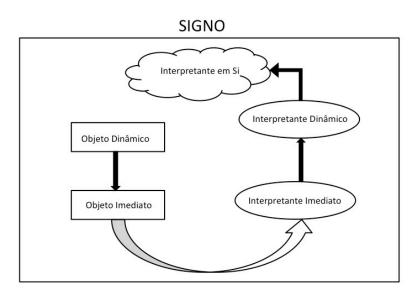


Figura 1: O Signo

Nessas definições de signos e suas partes e das etapas do processo de reconhecimento/conhecimento do mundo e seus componentes Pierce baseia a Semiótica, indistinguível, para ele, da lógica, essa Ciência dos Signos é elaborada na tentativa de explicar nossa presença como sujeito de conhecimento no mundo. Vamos, nos aprofundar no entendimento dos signos. Eles são a maneira que interagimos com o mundo, e se apresentam numa multiplicidade. Na sessão seguinte será apresentada com mais detalhes, e como agem na nossa compreensão do objeto.

2.2 O Signo

Digamos que dentre as formas de se contemplar algo, o signo é um modo mediado de acesso ao objeto. Quando alguém demonstra fascínio por algo pode fazê-lo de maneira direta a coisa, ou então, pode se interessar pelas interações que ela causa,

consigo ou com o meio. Uma outra maneira é por meio de uma representação² sua, e como ela afeta a mente de quem está disposto a conhecer, gerando pensamento e reflexões sobre ela. Nessa dinâmica, como diz Pierce (1894), está o conceito primal de representação. Signo é, nesse sentido, as reações mentais sobre projeção de uma coisa.

Quando um signo exerce em completude sua natureza semelhante torna-se fácil para o sujeito fazer a associação objeto-signo, apesar de sabermos que a semelhança plena é impossível dada a nossa limitação quanto ao processo infinito de significação que deve ser interrompido. Jaz aí a incapacidade de qualquer signo representar plenamente o objeto. Compreender signos de natureza mais abstrata exige um esforço cognitivo que acontece na Terceiridade, aquele momento em que estabelecemos uma conexão lógica com o objeto, na tentativa de entende-lo. A interpretação de um pensamento (ou signo) é um outro pensamento, portanto, essa síntese inteligível de elaboração de signos está sempre acontecendo de forma recorrente, já que estamos sempre em processo de conhecimento. O processo de significação que a Terceiridade estabelece se faz necessária devido a sua deficiência na capacidade de se assemelhar. Nesse sentido, processo de conhecimento está entre os principais processos da Terceiridade, tais como: generalidade e infinitude. Ou seja, processos que atuam de forma constante e permanente. O Signo em sua Primeridade convence, enquanto o Signo na Secundidade informa e o Signo na Terceiridade significa.

Vamos então dividir os signos em três diferentes tipos, eles são: Ícone, Índice ou Símbolo. O ícone seria o signo que pode apresentar características de similitude, um simulacro do objeto que representa. Essas *semelhanças* conversam com o sujeito por simples imitação do objeto. Esse tipo de signo tem uma deficiência na sua origem, pois como seria possível sua geração sem interferência partindo do fato de que foi gerado. Se apresenta basicamente como figuras, que devem remeter diretamente ao objeto. Vamos pensar, por exemplo, em um desenho rupestre de um animal, ele existe como símbolo a partir do momento que ele está ali para informar sobre tal animal. Ele tenta

Representar é pôr-se no lugar de algo de modo que uma mente o identifica como o outro.

por semelhança, relevando as limitações de representação, remeter a existência daquele ser. Contudo o modo como o artista o faz está carregado da experiência dele com o animal, podendo colocá-lo em posição dócil ou de ataque, por exemplo. Note que, sob essa definição para a representação se estabelecer como signo de semelhança o sujeito deve de alguma forma ter tido contato com o objeto. Mesmo se pensarmos numa semelhança mais fidedigna, como um fotografia, ela na verdade vai trazer informações sobre um momento bem específico, dadas certas circunstâncias e o olhar do fotógrafo.

Os signos que carregam informações são chamados de *índices*. Como vimos, semelhanças imitam objetos, contudo, isso não diz muito sobre esses objetos senão como um indicativo da sua existência, um rastro. Os índices vão informar sobre características verificáveis dos objetos. Esses signos não tem compromisso de conexão primária com o objeto, mas sua representatividade se dá num segundo momento, das verificações quantitativas e descritivas acerca do mesmo. Essa característica secundária pede, não obrigatoriamente, uma experiência do sujeito. Ver alguém de beca informa, mas diz pouco para alguém que nunca viu um formando e não conhece as cerimônias, ou afirmar que ABCD é um quadrilátero com todos ângulos retos. Índice pode ser entendido como um signo com característica de lupa, que vai focar e dar importância para uma "parte" do objeto.

Esses dois tipos de signos podem parecer ter raízes na experiência, mas não experiência stricto sensu. Para uma melhor elucidação entendemos experiência como contato prévio. Alguns exemplos tratados até agora mostram como a expressão de um signo pode se dar de uma maneira numa mente experiente e de outra diferente numa mente sem experiência prévia. A experiência não diz se um sujeito acessa um signo ou não, mas como vai interpretá-lo e fazer sentido do signo que lhe foi apresentado.

Apesar dos diversos entendimentos que símbolo possa suscitar, na semiótica estabelecida por Pierce ele é um signo convencionado, onde seu uso foi paulatinamente inserido, de forma consciente ou se espalhou de forma mais orgânica. Símbolo é um signo que nada tem a ver com o objeto que representa até o momento que se estabelece essa conexão por meio do uso e convenção entre duas partes. Teu

nome, por exemplo, não diz nada sobre você até que por assimilação e repetição os outros o remetem a tua pessoa. É esse costume por repetição que faz alguns símbolos tomarem significação. Alguns ocorrem por autoridade, enquanto outros é pelo acordo discutido entre duas partes ou comunidade. Criamos um signo³ mental da coisa a que aquele signo se refere e associamos a ele, sendo essa criação o estabelecimento de conceitos.

[...] But the Greeks used "throw together" (sumballein) very frequently to signify the making of a contract or convention. Now, we do find symbol (sumbolon) early and often used to mean a convention or contract. (Pierce, 1894)⁴

Temos nesse terno as ordens de signos: ícone, índice e símbolo. A semelhança, ou ícone, agindo como imitação do objeto. Ele tenta gerar reações semelhantes à mente, numa tentativa de substituição do objeto, mas de forma falha, pois não tem ligação com o objeto a não ser pela sua capacidade de parecer-se. Isto é... O índice, por outro lado, conecta-se ao objeto. Ele transmite uma informação sobre o objeto criando a relação signo-objeto. Contudo essa ligação é externa à mente, sendo possível a verificação pela análise do objeto. Já o Símbolo é uma experiência totalmente mental, na qual sem o esforço da mente para ligar a ideia ao símbolo ele não seria sequer um signo.

A Semiótica é a prática de analisar as condições em que símbolos se estabelecem perante seu Interpretante para consolidar um significado. O símbolo gera o interpretante, que traz à tona o significante, que, por sua vez, tem como representante também um símbolo. Essa cadeia serve só como ilustração do entrelaço, e a falta de fronteiras desses conceitos tem, que acontece no processo de conhecimento e estabelecimento de significados.

O significado de um símbolo não é dependente do signo. Afirmar isso é o mesmo que dizer que o símbolo reside na mente do sujeito. O signo que é entendido como símbolo é uma convenção, que nos remete ao acordo de duas ou mais partes. O

Notamos aqui uma grande inclinação para usar palavras como: imagem e/ou descrição, mas tomamos o cuidado de nos ater a teoria.

Tradução do autor: "Os gregos usavam 'juntar' (sumballein) bem frequentemente significando o acerto de um contrato ou convenção. Agora, encontramos símbolo (sumbolon) nos primórdios geralmente usado com o significado de convenção ou contrato."(Pierce, 1894)

símbolo é um modo de se ter uma interação social com uma definição ou ideia que existe também no silêncio. Os símbolos mais comuns de se apontar são as palavras. A grafia e fonema das palavras não apresentam informações alguma sobre o que elas designam, muito menos se assemelham em aparência os objetos que elas nomeiam. Nesse sentido, a significação se dá na mente e depende do sujeito.

Um resultado direto desse entendimento de símbolo seria o de que uma vez criado, este não pode ser extinto. Já tentou apagar uma memória ou pensamento da cabeça? Pelo contrário, símbolos se alastram, e em certos casos dão vida a outros símbolos. Signos geram símbolos também, signos de natureza icônica ou de indexação. A ordem dos signos não é exclusiva e excludente, e a parte simbólica de um signo é o seu conceito. Se o signo tem potencialidade de se estabelecer conceitualmente, é a parte simbólica a responsável por isso e sua ação na mente do sujeito. Ícones alimentam o pensamento, enquanto índices suportam evidencias e os símbolos estabelecem os resultados. Todo pensamento racional mobiliza todos os tipos de signos, talvez em graus diferentes, mas, ainda assim, a razão é o motor-gerador deles. Nas palavras de Pierce: "Omne symbolum de symbolo" (Pierce, 1894)

A apreensão de informação por intermédio de signos formaliza e estrutura a capacidade criadora do homem. Tudo o que pode ser conhecido, pode ser conhecido por mediação de signos, que na forma dos símbolos(como estruturas mentais) dão significado às coisas. Tomando a liberdade podemos dizer: tudo que é conhecido é uma imaginação do que pode estar "lá fora", onde os momentos fugazes raros, gerados na Primeiridade, é o mais próximo que chegamos da realidade. E nos ligamos uns aos outros, como comunidade, por devaneios convencionados no estágio da Terceiridade.

Tomemos, portanto, o símbolo como modo de raciocinar. Como para Pierce Lógica e Semiótica se confundem podemos fazer essa associação. Vejamos, então, as três formas que um símbolo pode tomar numa estrutura lógica de pensamento: ele pode ser um termo, uma proposição ou argumento. Essas formas de apresentação são cumulativas e se relacionam com as características dos Signos que vimos. Por

⁵ Todo símbolo precede de um símbolo.

exemplo, um Ícone é um termo, enquanto um Índice pode ser um termo ou uma proposição. Já o símbolo pode ser qualquer um dos três.

A partir disso podemos estruturar o pensamento. O termo (também conhecido como Rema) permite ao Objeto exercer sua potencialidade de representação, essa liberdade se estende com relação ao interpretante. As proposições tem a designação de se referir ao objeto que representa. Elas afirmam características ou informações que podem ser extraídas do objeto, deixando, contudo, seu interpretante, o signo criado pelo intérprete no esforço de compreensão, livre para ser o que pode ser. No caso do argumento, ele representa aquilo que dele é esperado, onde seu representante é a conclusão, ou expectativa de significado. Expectativa aqui é usado num sentido restrito, onde o interpretante não poderia ser outro senão aquilo que a mente de que se propões a interpretá-lo espera que ele interprete. Expectativa dessa mente que se propôs a conhecer. Fazendo um caminho reverso, retirando-se o Sujeito de uma proposição ficaremos com seu predicado, que diz respeito ao termo. No caso do argumento, quando se abduz a conclusão são suas premissas, conjunto de proposições.

"O corpo de um símbolo transforma-se lentamente, mas seu significado cresce inevitavelmente, incorpora novos elementos e livra-se de elementos velhos." (Pierce, 1995) Um problema que transcorre da prática de pensar seria, senão, a precisão de definição. Na Semiótica pensamento e Signo são a mesma coisa, dito isso, o Signo que representa as ideias de definição, ou delineamento de ideias, é o Símbolo. Quão prejudicada fica uma definição se for usado um mesmo Símbolo, já carregado de significado, utilizado para representar outro objeto?

Pierce (1995) vai dizer que quanto mais dispares forem os significados de um símbolo que apresente a mesma aparência representativa, melhor. Isso para se evitar que se possa fazer confusão em relação ao uso, destacando também a importância da separação das situações de uso do mesmo. Podemos dizer, portanto, que o ideal seria sempre que possível a criação se um Símbolo novo. Essa prática, contudo, geraria dificuldades, tal como a ampla divulgação e consequente aceitação pela maioria da comunidade na qual esse símbolo teria impacto. Uma questão mais transcendental, talvez, seria a habilidade dele atuar como símbolo, reproduzindo-se em várias mentes

de maneira uniforme. Como vimos os símbolos são conceitos que são aceitos, uma convenção, portanto deve haver um entendimento amplo numa comunidade do conceito gerado quando uma mente é exposta a tal símbolo.

Essa última questão que pode surgir, apesar de apresentada num formato mais generalizado, está ligada à nossa empreitada original de tentar compreender como os símbolos matemáticos tomam significado e agem nas diversas mentes que os estudam e manipulam como corpo de conhecimento. A eficácia na matemática está ligada a capacidade de gerar símbolos. A ciência, no geral, está sempre introduzindo novos conceitos e apresentando novos símbolos (as vezes com a mesma "cara" de outros conhecidos). Contudo em nenhum outro ramo a criação de novos signos para representar novas ideias é tão bem aceita quando na matemática. A linguagem analítica algébrica transmite uma precisão e clareza que passa despercebida pelas mentes mais treinadas, até pelo fato de aceitarem com trivialidade seu significado e implicações. Para preservar a exatidão do pensamento é mais recomendado bombardear o leitor (ou intérprete) com Signos que não conheça a alimentar a confusão por uma familiaridade com a terminologia. Essa prática se torna eficaz já que quanto menos um signo é usado (sendo de preferência inédito) menos a mente do intérprete vai associá-lo à outros conceitos, tornando o entendimento daquele objeto cujo signo seja designo mais eficaz e mais precisa na tentativa de transmitir sua ideia, para aquele intérprete e para uma comunidade. Estamos de certo modo sempre procurando uma ancoragem em experiências anteriores, evitar isso, traz precisão, pois apesar de similares dois conceitos, quanto mais distantes seus signos se fizeram menos os confundiremos, evitando a geração de um interpretante que os conecte.

Dos elementos presentes ao se pensar logicamente acerca de algo temos, de maneira bem minimalista, o Objeto e o Sujeito. Sujeito esse que aprende e pensa por meio da experiência. Ele, como vimos, nunca tem acesso ao Objeto propriamente dito, isso se explica por ser ele próprio fruto de seu pensamento, ou signo de si, como diria Pierce (1995), contudo, não vamos entrar nesse mérito. Bom, um signo do objeto se apresenta para o sujeito, esse Signo carrega certas características do Objeto, não sendo igual ao objeto. Essas características são chamadas de *fundamentos do signo*.

Esses fundamentos são nossas percepções, num primeiro momento sensoriais em relação ao signo, e também percepções mentais, insights que o signo sugere. Isso gera no Sujeito um signo na tentativa de interpretar o Signo primeiro. Esse é o modo de pensar descrito pela Semiótica.

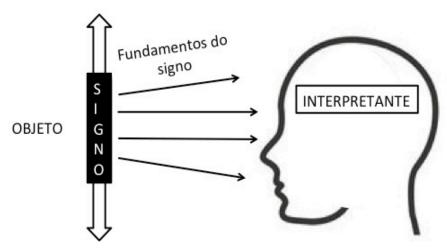


Figura 2: Processo de Significação

2.3 Razão e Clareza

O pensamento lógico, conhecido também como Lógica ou Semiótica pode ser entendido como a observação dos caracteres de um Signo. Na tentativa de entendê-lo cria-se um cenário hipotético mental. Essa dinâmica é chamada de *observação abstrativa*. Consonante com a prática do Matemático, onde isso é facilmente identificado, um indivíduo, com uma mente, movido por impulsos científicos⁶ absorve, por meio da experiência, predicados do que se quer compreender e os transporta, por abstração, à sua mente onde por suposições e elaboração de diagramas faz inferências sobre o Signo de tal objeto.

O argumento é a modalidade do Signo que nos deixa mais à vontade para exercer nossas possibilidades sígnicas de elaboração de ideia, ou seja, produção de

[&]quot;... inteligência capaz de aprender através da experiência." (Pierce, 1995)

símbolos. Pierce(1995) entende que todo argumento, de algum modo, caminha para a verdade, e o pensamento lógico guia esse caminho à conclusões que tendem a proximidade da verdade. O autor entende o Argumento como um ato de pensar onde o sujeito generaliza, por analogia, e tira as conclusões. O Objeto de um argumento é em si um Signo, portanto, a generalização de uma lei⁷, pois o argumento relaciona duas ou mais proposição que são por definição símbolos. O signo de um argumento não pode ser apontado, localizado, é a conclusão da análise das premissas. O Signo que é objeto de um argumento é produzido por um processo de significação predecessor, o que o caracteriza como um símbolo. Os três tipos de argumentos são: Abdução, indução e dedução.

A Abdução⁸ é um sentimento de certeza. Sem evidências ou registros mais concretos. Uma mente que se dispõe da Abdução apenas crê na veracidade e no desfecho esperado. Um argumento hipotético pode se apoiar em um pensamento indutivo de experiências anteriores que propiciam o cenário de êxito. Não há verificação somente esperança no futuro por conta de um passado recorrente.

Já a Indução pode ser entendida também como "método". Dada uma questão fechada, essa modalidade será um argumento do tipo cuja conclusão já tenha sido discutida e seja amplamente aceita. A Indução baseia-se nesses fatos para, com um método que provavelmente leva a inferências verdadeiras, relacionar uma situação a ser analisada (signos ou pensamentos) por meio de um método que acredita-se ser plausível afirmando assim se condiz ou não, com uma predição feita pelo intérprete.

Por outro lado, O raciocínio que examina a ou as premissas é a Dedução. Ou seja, é através dela que se Elabora um diagrama baseado no estados das coisas que se apresentam para tirar conclusões. A partir de um exercício mental sobre esse diagrama, a dedução discerne sobre a relação que as características abstraídas fornecem e conclui positivamente ou não. Resumindo entende-se do pensamento dedutivo que de premissas verdadeiras se tira conclusões verdadeiras. O Interpretante

Também chamado de 'Hipotése'

Lei é entendida nesse contexto como conjunto de regras encadeadas que estabelecem e produzem uma definição ou comportamento.

vê uma potencialidade do argumento, generalizando-o e quase que categorizando-o por analogia com argumentos prévios. Essas potencialidades num processo *ad infinitum* diz ao Interpretante que premissas verdadeiras quase sempre terão conclusão verdadeira. Essas conclusões podem apresentar caráter necessário ou possível, vamos analisar as dedução necessárias e possíveis a seguir.

Deduções necessárias são aquelas que através de um diagrama produz um símbolo de Secundidade forte (características de índice). Também chamado de proposição. O Interpretante lê esse símbolo como realmente sendo afetado pelo objeto que pretende representar, pois índices carregam informações, criando laço mais direto com o objeto. De certa maneira, permite indiretamente experimentar o objeto. Ou seja, por natureza é esperado que tal conclusão seja obtida daquelas premissas. Por causa das características que se evidenciam e são identificadas no objeto, esse raciocínio pode retirar das próprias condições de conclusão a veracidade do argumento, por análise direta do diagrama que o estrutura, sendo ele necessário e conclusivo. Ou pode então, desse diagrama elaborar suposições aplicar experimentos, e das observações das alterações inferir sobre a veracidade ou não de uma dedução necessária teoremática. As deduções prováveis são raciocínios probabilísticos. O Interpretante que usa de uma dedução provável enxerga a conclusão obtida como um resultado de frequência. Uma dedução provável, em essência, não afirma certeza, mas que no decorrer dos acontecimentos e das experiências anteriores, na maioria das vezes, o que ocorre é tal resultado.

Desde Euclides, a Matemática vem sendo caracterizada como um pensamento axiomático dedutivo. Não vamos entrar no mérito sobre a maior abrangência dessa produção intelectual agora e de como ele lança mão de outros modos de raciocínio. Esse título impulsionou a matemática como ciência da certeza e sua posição relativa diante das outras ciências. Como foi visto, o pensamento dedutivo baseia-se nas evidências das premissas, sendo essas identificadas como verdadeiras culminarão em uma verdade. O fator "axiomático" desse binômio, portanto, se mostra imprescindível. Como vamos ver com mais profundidade no capítulo dedicado à semiótica da matemática, os objetos tratados na matemática, em sua maioria, não são passíveis de

verificação experimental. Estabelecer premissas que são logicamente aceitas como verdades, e noções básicas que por Abdução cremos serem verdadeiras foi um ato de esperteza na construção da matemática. Proposital ou não, segundo o processo que ocorre a dedução, ela gera conclusões verdadeiras dada a aceitação das premissas como verdades. A matemática axiomática dedutiva é uma dedução necessária ao passo que gera proposições, enquanto a Probabilística e Estatística se encarregam do pensamento dedutivo provável.

É interessante pensar, contudo, como se faz tão evidente algumas noções primitivas, como a de ponto por exemplo, sendo que não temos experiência alguma de algo do tipo. As proposições com maior valor são proposições universais, que serão interpretadas como leis, pois das leis se consegue abranger mais situações para uso de seu resultado, tornando essas proposições em afirmações que se estendem à outros objetos que apresentaram semelhança, evitando a verificação de tal característica a todo momento. Proposições particulares informam, e até ajudam no ato de pensar, contudo, tem aplicabilidade limitada por causa de sua especificidade.

Para Pierce (1878), pensar é produzir crença. O ato de pensar, de modo geral, se instala com uma dúvida. Pode parecer forte o uso da palavra dúvida, mas o que se quer significar aqui é a instauração de uma questão, tanto de situações corriqueiras quanto de problemas mais transcendentais. Esse estado de dúvida só cessa quando se adquire convencimento, ou crença. Pensar, portanto, é alimentado por uma dúvida, dúvida essa que somente é saciada quando o sujeito que pratica o ato de pensar "compra" aquela ideia ou proposição.

Doubt and Belief, as the words are commonly employed, relate to religious or other grave discussions. But here I use them to designate the starting of any question, no matter how small or how great, and the resolution of it. (Pierce, 1878)¹⁰

[&]quot;I buy it." É um termo usado na língua inglesa no meio acadêmico quando uma banca ou audiência demonstra aceitação de uma tese apresentada.

Tradução do autor: Dúvida e Crença, termos que são comumente empregados em contextos religiosos ou situações mais críticas. Porém aqui eu as uso para designar o começo de uma questão, não importa quão pequena ou quão grande, e a sua solução.

Uma pergunta comum do dia a dia: "Crédito ou débito, senhor?" É difícil aceitar que há uma situação de irritação que gera uma dúvida para que num processo mental, depois de análises de diagramas supositórios alcancemos crença que culmina numa atitude. Ou você age por hábito (certos valores eu passo no crédito e outros no débito) ou se sentirá estimulado a tomar essa decisão. Esse estado de excitamento que sua mente se encontra, por mais pífio que pareça, é pensar. O ato de pensar é estimulado pelo estado de incomodo gerado pela dúvida, esse desconforto (motor) é apaziguado quando se obtém a crença. Concluímos que pensar é um sistema de produção de crenças. Crenças, para Pierce, pode ser entendida como convencimento. Um estímulo que te motive a pensar só cessa quando há convencimento.

O estado de agitação no ato de pensar gera imagens mentais que vão, por fim, deixar-nos conscientes de como agir dada tal situação e isso é a crença. Esse estímulo pode ser leve ou mais intenso. Devemos notar que esse processo que estamos chamando de pensar pode durar um segundo, um mês, dez anos, ou então nunca ser satisfeito e a crença sobre uma dúvida jamais ser alcançada.

Pensamento, então, é isso e apenas isso, um sistema movido pela ideia de produção de crenças. Qualquer outra forma mental não é pensamento e diz respeito a outras relações e estruturas da mente. Crença pode ser entendida como algo que estamos consciente de sua presença (em nós), e que acalma o estado de dúvida, colocando a mente num estado estático momentâneo. Ela estabelece um hábito, gerado por uma regra que rege ações apreendidas da dúvida.

Identificamos dois elementos quando se há reflexão sobre algo, ou tomada de consciência de sua presença sígnica. Elementos que tomamos consciência diretamente, e elementos que se apresentam de forma mediada. As sensações, por exemplo, tem impacto direto na nossa percepção, e estão lá enquanto durarem. Outros, mais sintéticos, como o pensamento são uma sucessão de sensações que estão lá, mas apresentam começo, meio e fim. Esse tipo de objeto tem movimento, ou seja, ação. Não os acessamos como agente ativo no processo, mas se apresentam, nos deixam de certa maneira livres para nos preocuparmos ou não, com sua presença. A

dúvida de um indivíduo, pode ser irrelevante para outro. "Thought is a thread of melody running through the succession of our sensations." (Pierce, 1878)¹¹

Crença produz hábito, diferentes crenças vão estipular operações distintas. Devemos evitar confundir crenças de natureza diferentes, o que pode acontecer com quem pensa, e deve haver um esforço para driblar isso. É comum, por exemplo, confundirmos a sensação causada por um ofuscamento da razão como indicativo do objeto que se contempla. Admiramos uma percepção falsa e subjetiva do que ainda é desconhecido. Se convencer de uma crença falaciosa cega-nos e nos impede de mais a frente alcançar uma clareza sobre objeto. Uma mente crítica consegue evitar esse tipo de convencimento por elementos alheios ao objeto em si por meio do uso dos argumentos, principalmente os dedutivos. O raciocínio dedutivo, com uma análise crítica das premissas e o método de inferência, que é elucidado pelo pensamento Indutivo, nos torna mais conscientes da ignorância de tal objeto. A presença do sentimento de não-inteligibilidade ajuda desviar dessas situações e mover-nos em direção de um raciocínio mais preciso.

O significado de um signo é uma determinação de quais hábitos ele desenvolve. Por meio da ação de pensar que estabelecemos os hábitos que resultam numa certa ação que está relacionada a um objeto. O pensamento perspicaz produz esses hábitos, e além disso, permite identificar quando e como agir sob aquelas circunstâncias. "Quando" e "como" não em um sentido pontual, mas de definição daquele hábito. Todo estímulo à ação vem de alguma percepção e o propósito é gerar algum resultado sensível. (Pierce, 1878)

As ideias na nossa mente parecem ter sido concebidas, portanto, pelas reações sensíveis da nossa experiência com elas. A ideia de qualquer coisa é como a lembrança das reações geradas. Sobre qualquer outra sensação: ela complementa o pensamento mas, não interfere na crença. A mente não controla as ações, mas as ações suscitam pensamento.

Tradução do autor: Pensamento é uma sequência de melodia, que segue através das sucessões de nossas sensações.

It appears, then, that the rule for attaining the third grade of clearness of apprehension is as follows: Consider what effects, which might conceivably have practical bearings, we conceive the object of our conception to have. Then, our conception of these effects is the whole of our conception of the object. (Pierce, 1878)¹²

Se concebemos os efeitos que um objeto gera podemos afirmar sua presença. Em outras palavras, identificar um objeto pelos efeitos por ele propagado é a maneira de estabelecer a existência do mesmo. Qualquer questão além disso não diz respeito aquele conceito específico, sendo de caráter transcendental. Um Signo é a reação de um objeto, uma representação das ações dele. Uma transcrição das potencialidades do objeto, não completa, mas parcial de determinada característica.

Para Pierce (1878) o pensamento científico com seu instinto investigativo leva a verdade. Isso porquê sujeitos diferentes debruçados sobre o mesmo objeto podem ter inclinações pessoais diferentes, até hipóteses contraditórias, e métodos completamente distintos. Contudo se eles têm comprometimentos com o objeto eles quase que por uma ação do destino terão conclusões equivalentes e similares (com uma "aparência" diferente, talvez). Essa ação do destino seria um caráter que a realidade teria de se evidenciar apesar das múltiplas opiniões pessoais que pudessem levar a conclusões distintas sobre um mesmo fenômeno. "This great law is embodied in the conception of truth and reality." (Pierce, 1878)¹³ Sob essa concepção o conceito de real pode recair num paradoxo. Nesses termos, o real existe de fato, apesar de compreendermos ou não. Ele tende a se apresentar para as mentes treinadas, que querem entendê-lo. Esse entendimento é dependente da opinião gerada por essa mente e ao mesmo tempo não é restrito ao que ela se convenceu, e de certo modo teve consenso mais amplo. Como muitos outros paradoxos, esse se instaurou pela finitude do homem.

Nós resta indagar sobre o que pode ser conhecido, então. Apesar de todo avanço e fé na investigação do pensamento, é difícil conceber que em algum momento,

Tradução do autor: Parece, então, que a regra para se obter um terceiro grau de clareza de compreensão é a seguinte: considere os efeitos, quais podem ser entendidos como de cunho prático, nós entendemos ter o objeto fruto da nossa concepção. Então, nossa concepção desses efeitos é nossa concepção do objeto como todo.

Tradução do autor: "Essa regra maior é incorporada na concepção de verdade e realidade"

tão longe que seja, teremos consciência se atingimos o todo. Chamemos o todo de natureza, ela vai continuar com seus processos tendo alguém para investigá-la ou não? Não estamos sequer seguros do quanto não se sabe, ainda mais esperar conseguir abordar todo o assunto. Apesar dessas questões, o pensamento gera crenças que resultam em ações e é essa sua principal função.

Até aqui não apresentamos regras, mas uma forma de entendimento da concepção de ideias. Forma essa que visa possibilitar maior clareza na sua apresentação e construção. Segundo esse estudo podemos distinguir melhor o raciocínio lógico de outras atividades que a mente se envolve. As ideias, nessa demarcação, são resultados de um método de firmar crenças. Os modos de pensar vistos, abdução, indução e dedução, são como as ideias se estruturam sob a teoria de Pierce. E, têm por finalidade serem mais científicos, convincentes e definidores. (Pierce, 1995) Sentimentos, esforços e vontades, fenômenos de cognição, que são outras interpretações para as instâncias de vivência do homem, como ele conhece o mundo e como interpreta os Signos. Ou seja, como ele pensa são símbolos tanto quanto um ente matemático, que existe no outro que interpreta e significa. É essa capacidade de vida que dá aos símbolos sua riqueza de geração, procriação e impregnação. No momento que o símbolo entra numa mente ambos se modificam, juntos, a mente e o símbolo, não sendo os mesmos depois dessa dinâmica de conhecimento. Quando uma mente estabelece um conceito, ela não é agente ativo enquanto o símbolo permanece numa posição de passividade, ambos se influencia e convergem juntos para o pensar, estabelecendo conceitos e ideias. Dito isso, a vida só se dá pela lógica.

3 Um Panorama da Busca pela Matematicidade¹⁴

Símbolo, ícone e índice – Pierce (1995). A distinção entre o que pode ser pensado, escrito e falado é o fundamento da motivação de qual sistema de representação semiótica usar: texto ou matemática; o quê e como imaginamos através de diferentes tipos de manipulações simbólicas, e sua mudança de representação. Ressaltamos que pensar e escrever são inseparáveis em matemática. A ideia de completude que o alfabeto dá à linguagem natural é errônea, se o uso de ideogramas/diagramas que não tem sua expressão falada tão precisa quanto a substituição direta de sílabas por sons, detrupando o que se pretende comunicar.

Neste capítulo pretendemos enunciar o que seria a *Matematicidade*. Esse conceito já foi abordado em outros momentos e com outros nomes. Estruturado inicialmente por Descartes e Leibniz na busca pela *Mathesis Universalis*, a matematicidade abrange mais do que o termo Matemática significa. Na sessão seguinte vamos tratar desse conceito e como ele está ligado à preocupação sobre a representação. Indo além da prática matemática, ela tenta organizar a essência dessa ciência, lógica e linguagem, dando protagonismo para essas diferentes formas de expressão da matemática. Ousamos explorar os terrenos amorfos que caminham aqueles que estudam matemática, tentando identificar a essência que se diz generalizante e impessoal a ponto de abordar vários aspectos da vida com a isenção da interferência do eu (se isso é possível), dando uma status privilegiado para quem transcreve as ideias segundo suas regras.

O corpo, ou forma, em que os entes matemáticos se apresentam é motivo de admiração por aqueles que não o dominam. Os símbolos matemáticos parecem ter surgido numa pretensão coletiva de acesso à verdade dos seus conceitos se modificando e levando a forma (momentânea) que conhecemos. De fato, um símbolo específico que representa um objeto altera a percepção do Interpretante, o que a longo

Termo emprestado do filósofo Luiz Sergio Sampaio, usado no ensaio A Matematicidade da Matemática Surpreendida em sua Própria Casa, Nua, na Passagem dos Semigrupos aos Monóides.

prazo modifica o significado daquele símbolo (talvez do objeto em si). Nas sessão seguintes trataremos de teorias que se propuseram a inserir representações diferentes da língua falada, mais especificamente inspiradas na linguagem simbólica matemática, de modo a traduzir conceitos de maneira precisa. São esses conceitos: A *Mathesis Univerasalis*, as lógicas de Sampaio e os Matemas lacanianos.

3.1 Mathesis Universalis

Dentre as tentativas de estabelecer primeiros princípios na matemática, escolhida como base da ciência e nutrindo a doutrina formalista, está os trabalhos de Descartes e Leibniz, dentre outros de seus contemporâneos, que tratam da *Mathesis Universalis*. Já é sabido o alinhamento desses dois filósofos e matemáticos, que colaboraram para a institucionalização do racionalismo na cultura ocidental, porém suas ideias sobre a *Mathesis Universalis* diferem.

Para Descartes a *Mathesis Universalis* se apresenta como uma predisposição do espírito às certezas e julgamentos concisos, inaugurando um cientificismo que se estende à sua filosofia, onde colocava a matemática no cerne, associando-a ao modo de pensar (lógica). É identificada uma mudança de pensamento, portanto, passando do conceito de verdade como adequatio, para um de certitudo (Rabouin, 2012). Para Sardeiro (2008), a *Mathesis Universalis* de Descartes pode ser entendida como "uma ciência que define um conjunto de estruturas de pensamento passíveis de utilização em contextos concretos." Descartes via os resultados matemáticos como exatos e evidentes, e propôs expandir sua abrangência para outros modos de inferência.

"At vero haec intuitus evidentia et certitudo, non ad solas enuntiationes, sed etiam ad quoslibet discursus requiritur. Nam, ex. gr., sit haec consequentia, 2 et 2 efficiunt idem quod 3 et 1, non modo intuendum est, 2 et 2 efficere 4, et 3 et 1 efficere quoque 4, sed insuper ex his duabus propositionibus tertiam illam necessario concludi." (Descartes, 1701 p. 8) 15

Tradução do autor: Então observemos evidencia e certeza, não levam em conta apenas enunciações, mas também a qualquer argumentação necessária. Isso ocorre como consequência de, por

Leibniz, tomando uma outra via, tenta estabelecer uma matemática universal (objetivo que se prolongou até o século XX). O neo-platonismo, nas épocas que antecederam esse pensador, influenciou na disseminação da ideia da matemática como ciência abstrata capaz de abarcar as explicações do mundo, colocando essa matéria de volta ao hall do conhecimento. Leibniz vai tentar fundamentar a matemática sob princípios primeiros e molda-la segundo sua *Charecteristica Universali*, criando um método geral de pensar, produzir e representar a matemática. É na importância dada a representação que está o salto em relação aos conceitos apresentados antes dele.

As demarcações do campo da matemática tão absorvidas hoje, entendidas quase como triviais, não estavam presente na época. Na verdade, essas características estavam em construção. Uma delas é a da matemática como uma ciência lógica. Em séculos anteriores, apesar de ser discutida uma abstração e a matemática ser colocada como construção mental por Platão (Aristóteles, 1941), ela se misturava com a prática cotidiana e seu uso concreto. Leibniz faz uma aproximação da matemática com a lógica, apontando que fossem a mesma coisa.

A aproximação da matemática com a lógica fez surgir uma busca por uma linguagem mais eficaz e livre de ambiguidades. A inspiração foi buscada na álgebra, com sua ainda primitiva, linguagem simbólica generalizante, onde objetos eram representados desancorados de significado prático¹⁶ ou emocional. Essa representação garantia clareza nas provas de desenvolvimento de cálculos. O contraponto de Leibniz em relação com os antecessores foi ver na analisar a forma como a representação podia interferir na universalidade, correlacionando matemática, lógica e linguagem na tentativa de alcançar esse objetivo. Todos apresentavam a mesma meta, um modo de expressão da ciência que a levaria a uma abrangência geral dos fenômenos naturais. Os focos dados durante o caminho que os diferenciam.

Rabouin (2012) e outros que se debruçaram a analisar essa temática da busca por uma *Mathesis Universalis* dizem que o trabalho de Leibniz, ao tentar fundar uma

exemplo, 2 e 2 produz o mesmo resultado que 3 e 1, vemos isso porque, 2 e 2 resulta em 4 e 3 e 1 leva a 4, além disso a partir dessas duas preposições uma terceira ocorre necessariamente.

Entendemos que muitos dos cálculos algébricos tinha uma finalidade, contudo mencionamos aqui os objetos envolvidos nesses procedimentos, no ato de calcular.

matemática universal, supera o de Descartes. Há teorias de que a diferença tem ligação com os trabalhos matemáticos de Leibniz, que de certo modo deu nova luz à matéria. Seu trabalho é visto como uma mescla do pensamento formal dedutivo com os estudos dos objetos matemáticos. Ele sintetiza a busca de uma ciência universal com uma representação universal. Por esse motivo a *Mathesis Universalis* Leibzniana chama atenção, influenciando cientistas e filósofos da linguagem.

A proposta de Leibniz é reunir as ciências lógicas num mesmo compendio. Sintetizando regras de pensamento e inferência propostos desde a antiguidade, como a dialética platônica e o discurso apofântico de Aristóteles com as ciências da natureza e das formas¹⁷. Leibniz apresenta um pensamento mais completo em relação a outras tentativas de se pensar uma ciência universal. Em primeira estância seu êxito nos leva a álgebra como manipulação simbólica, um primeiro passo à abstração, enquanto que num aspecto mais amplo teremos a análise e o trato de objetos totalmente desprendidos do mundo material.

Leibniz tem uma preocupação de fundamentação dessa teoria generalizadora, porém despende grande esforço na estética e apresentação, como deveria ser representada a *Mathesis Universalis*. Visando seu objetivo, ele deve definir os objetos e as práticas matemáticas de modo que mais a diante posse apresentar uma estrutura logicamente embasada e abrangente. É utilizada a estratégia de encaixar a matemática nos moldes lógicos, e organizá-la de forma análoga, com noções, proposições, argumentos e métodos (Rabouin, 2012). Há uma caracterização da matemática por meios lógicos axiomáticos dedutivos. Uma rápida olhada no trabalho de Leibniz deixa clara sua preocupação com a forma. Ele apresenta conceitos básicos aritméticos e uma representação simbólica, tomando cuidado ao defini-las quase que como um manual de alfabetização.

"In Logica autem sunt Notiones, Propositiones, Argumentationes, Methodi. Idem est in Analysi Mathematica, ubi sunt quantitates, veritates de quantitatibus enuntiatae (aequationes, maioritates, minoritates, analogiae etc.),

Sentido platônico de formas, onde forma é sinônimo de ideias.

argumentationes (nempe operationes calculi) et denique methodi seu processus quibus utimur ad quaesitum investigandum." (Leibniz, 1863 p. 54)¹⁸

A preocupação dele com o signo é identificada em outros trabalhos de caráter não tão geral, como sua formulação do cálculo diferencial integral. Identificamos um cuidado com a representação do objeto. O estudo dos "nomes" e o efeito causado por eles no entendimento dos objetos é uma preocupação desde a antiguidade, mas somente no século XIX teremos uma estudo mais geral sobre isso com Charles Pierce, estudado no capítulo anterior. Apesar de não podermos identificar uma ligação direta retrocedendo de Pierce à Leibniz, fica clara a preocupação deste último com o significante. O pesador alemão via na representação uma maneira de minimizar a perda de significado no processo de assimilação do signo (vide sua empreitada da Characteristica Universalis). Vemos sua preocupação em definir a simbologia usada, salientada no trecho: "Notae multiplicationis sunt ^ vel punctum; interdum etiam simplex ascriptio. 2^3 vel 2.3 significat bis tria seu 6, ut ex a^b simplici ascriptione fit ab =e." (Leibniz, 1863)¹⁹

Leibniz absorveu as ideias de Descartes, Weigel, seu professor, e outros estudiosos da época que se debruçaram sobre a matéria de definir uma ciência universal. Contudo, seu trabalho se apresenta como o mais completo. Ele traz uma teoria geral do pensamento combinada com uma preocupação da significação dos objetos por meio de sua representação. Essas preocupações estão presentes em grandes matemáticos e logicistas que se empenharam em fundamentar e livrar a matemática de contradições como Russel, Husserl, Wittgenstein e outros. Vestígios de sua contribuição são vistos no desenvolvimento do movimento formalista, e consequentemente, na matemática em si.

Seu papel na construção da linguagem matemática moderna parece ser fundamental. Intriga-nos essa busca da essência da matemática como um

Tradução do autor: Na Lógica temos noções, proposições, argumentações e método. Assim também é na análise matemática, onde temos quantidades, verdades sobre as quantidades indicadas (equações, maiorias, minorias, analogias etc.), argumentações (a saber, operações de cálculo) e finalmente método usado, ou processo da investigação.

Tradução do autor: Sabemos que multiplicações são ^ ou ponto; as vezes até uma inscrição simples. 2^3 ou 2.3 significa duas vezes três que é 6, e a^b pode ser simplificado como ab = e.

conhecimento que gera resultados precisos e de leitura clara e direta ter levado esses pensadores, em especial Leibniz, a uma necessidade de estruturar uma linguagem simbólica que propiciasse isso. Não seria possível atingir esse objetivo sem essa preocupação? Talvez sim, mas sob aporte da Semiótica, nos parece difícil tratar de qual ato de pensar desligado de seus signos e representação.

3.2 O Semi-Monóide de Sampaio

Em seu ensaio sobre a Matematicidade da Matemática, Sampaio nos faz questionar onde, nessa matemática formal, encontra-se a alma do se fazer Matemática. Uma questão ainda sem resposta definitiva ganha nova luz quando feita sob esse olhar diferenciado. Como visto até aqui não é novidade associarmos a Matemática ao pensamento Lógico formal. Isso é até visto com naturalidade, já que no senso comum entendemos por Lógica somente o que Sampaio vai dizer ser a Lógica da dupla diferença. Mas se levarmos em conta sua Teoria não podemos admitir o pensamento matemático como detentor de todo pensamento formal (Lógica). Afinal, o que é Matemática?

3.2.1 As Lógicas

Sampaio(2000) propõe uma estrutura que pretende quebrar com a vigência (de certo modo onipresente) do entendimento de lógica praticado. No sentido tomado por ele, lógica e pensar se confundem²⁰. A contemplação de um objeto, que aqui pode tomar significado de objeto em si ou fenômeno, de forma sistêmica de modo a se buscar inferências e reflexões, sejam conscientes ou não, traduzem uma forma de pensar. A lógica sistêmica marcada pela axiomática aristotélica não deveria ser colocada como única válida. Podemos identificar marcadores histórico-culturais que

Devemos ressaltar a semelhança com as ideias de Pierce.

evidenciam o prevalecimento de um certo modo de pensar, com vertentes sociais, científicas (filosófica) e religiosas. E uma crise nessas bases com o surgimento de uma nova lógica. Na história do pensamento formal identificamos dois modos de pensamento fundamentais que dada certa síntese justificam a geração de outros lógica da Identidade e Lógica da Diferença.

A Lógica Transcendental inaugurada por Parmênides, também conhecida como lógica da identidade, estabelece preceitos para identificar o ser como tal. Se caracteriza pela frase: O que é, é. Essa modalidade se apresenta como um modo de pensar rígido, não dando muito espaço para o talvez. Se relaciona à tribo matemática dos Pitagóricos e sua crença no Uno. A lógica da identidade é identificada pelo significante I. Em contraposição temos os devaneios da Lógica da Diferença, atribuída inicialmente a Heráclito. A imagem de que um homem não atravessa duas vezes o mesmo rio traduz o espírito da Lógica da Diferença. O ser e não-ser se confundem abrindo uma pluralidade de opções lógicas. Da síntese generalizada entre a identidade e a diferença identificamos a lógica platônica da dialética, a lógica do discurso. A dialética estabelece uma conversa entre a identidade do ser a diversidade do mundo. Se relaciona com a filosofia de Platão que engloba todos os conceitos e tenta pela síntese recorrente estabelecer as ideias. Adicionando mais uma diferença na síntese da dialética produzimos a Lógica Clássica, cientificista, que permeia os aspectos da vida contemporânea. Tínhamos a identidade que definia o ser, a diferença que credita o não-ser, a dialética, na tentativa de dizer tudo, que estabelece parâmetros de coexistência entre eles. E, por fim, essa dupla diferença que vai delimitar o não-ser, institucionalizando o terceiro excluído. A lógica clássica, ou Sistêmica, vai dizer que o que é, é; enquanto que, o que não é, não o é. Parece redundante mas isso tira do cerne esse modo de pensar o paradoxo e o indeterminado. Ele não apenas separa o A V A, mas afirma $A \leftrightarrow (A)$, que não é de forma alguma auto evidente (Sampaio, 2000).

Posta essas quatro modalidades do pensar: lógica da Identidade, da Diferença, Dialética e Sistêmica, serão definidas como lógicas de base, vamos em direção ao cume. Cume esse que figurativamente representa o vértice de uma pirâmide de base

quadrada, onde os vértices da base são as quatro lógicas discutidas anteriormente. O Vértice é representado pela lógica qüinqüitária, uma síntese que subsume as quatro, mas que não se limita a elas. Esse modo de pensar se relaciona diretamente com o "ser" humano, sendo o modo mais elevado de pensamento e ainda a ser alcançado (lógica do amor). Não sendo nossa intenção, não vamos nos aprofundar nessa teoria da lógica qúinqúintária. Essa introdução se fez necessária para entendermos como funciona as lógicas na visão de Sampaio e como ele vai usá-las em uma manipulação simbólica para deduzir onde encontra-se a matematicidade.

Com a licença do leitor vamos nos estender aqui para fazer uma analogia da estrutura de Sampaio com a lógica (Semiótica) de Pierce, à título de curiosidade já que nos chamou a atenção durante a pesquisa. A Identidade é o ser, instantâneo e sem dúvida, quase que como o sentimento de Primeiridade, puro sentir. Já a Lógica da Diferença introduz o mundo para o sujeito, dando espaço para a ação e reação, dando consciência de si pelo outro, assim como a Segundidade para Pierce. A Terceiridade se identifica com a Lógica Dialética que, nas palavras de Sampaio, é a Lógica do discurso, pensamento estruturado, tal qual em Pierce. A diferença está que para Pierce o discurso já diz tudo, e é como conhecemos o mundo, por meio dos símbolos (onde cabe a Lógica Clássica e o cientificismo), enquanto em Sampaio, ele se estende enunciando duas outras (ou mais como vai ficar mais claro adiante).

3.2.2 O Semi-Monóide

Feita essa apresentação estrutural da teoria das lógicas, podemos voltar nosso olhar à empreitada primeira, de entender como a matemática se diferencia dos outros modos de pensar. E como ela se apresenta generalista e, capaz de representar o mundo e seus fenômenos, sem se "envolver" nele.

Um dos modos de entender a Matemática é vê-la como linguagem, conjunto de símbolos e regras que transcrevem ideias e fenômenos, em sua maioria naturais, mas também de ordem filosófica epistemológica. Porém, a Matemática começa a se fechar

como ciência no século XVII e se solidifica como tal com Hilbert e o projeto formalista no final do Século XIX e início do XX. De certo modo, essa ideia vai de encontro com as origens da produção matemática, onde filósofos e matemáticos eram indistinguíveis.

Hilbert almejava reduzir o rigor matemático à um conjunto limitado de axiomas, verdades evidentes, e a partir desse axiomas garantir a veracidade de qualquer proposição que lidasse com objetos matemáticos através de deduções lógicas. Em outras palavras, o programa visava garantir a consistência de um sistema (fechado) que abrangesse as ideias matemáticas em sua completude. Essa ideia se perpetuou em muitos matemáticos do início do século XX. Essa redução, segundo eles, deveria se dar pela Aritmética. Desejava-se fundamentar a Álgebra e a Análise sobre pressupostos aritméticos. A escolha da aritmética se justifica por ser vista como a pedra fundamental da matemática. De modo filosófico, podemos entender que queriam um movimento centrípeto na Matemática, voltando todos os desmembramentos do conhecimento matemático que vinham sendo desenvolvidos ao seu cerne.

Russel e Whitehead(1963) lançam seu Principia Mathematica nesse ambiente de inquietude. Esses dois autores queriam apresentar um novo viés para a questão do formalismo. Seguindo a mesma agenda de fundamentação da Matemática, eles tentam fundamentá-la apurando a Matemática à Lógica. As ideias de Russel e Whitehead encontram obstáculos quando os próprios princípios Lógicos vistos por eles como estruturadores se tornam barreiras para se ter uma prova formal da continuidade dos números Reais, por exemplo. Seria o calvário do *Principia Mathematica* equivalente a cisão sutil entre Lógica e Matemática, que foi identificada por Sampaio no que poderíamos chamar de inconsistência do monoide?

Analisando a Teoria de grupos, Sampaio (2000) identifica uma inconsistência no conceito de elemento neutro. Um Grupo, em Matemática, é um conjunto que dotado de uma operação e respeita os seguintes axiomas:

- · Fechamento;
- Associatividade;

- Existência do elemento neutro;
- Existência de elemento inverso.

Um Monóide seria o par (conjunto munido de operação) que respeita os três primeiros axiomas. Por convenção, tem-se que o elemento neutro conserva sua propriedade, seja ele operado pela esquerda ou pela direita, antes mesmo de ser um Grupo, que garantiria a Existência de inverso, tornando trivial a prova dessa dualidade. Esse incômodo sentido por Sampaio o motivou a propor o conceito de semi-monóide. E se esse elemento neutro atuasse operado em apenas um dos lados do elemento do conjunto?

O movimento formalista almejava fundamentar a álgebra e análise sob axiomas aritméticos. Sampaio observa residir aí Matematicidade da Matemática. No fato de aceitarmos o Elemento Neutro (Nível de Monóide) nos axiomas de Grupos observamos uma redução à aritmética e o surgimento do que pode ilustrar o Conjunto dos Números Naturais. Sampaio propõe então o Semi-Monóide Fundamental.

Dado um conjunto de dois elementos (Em seu texto I e D), tome um deles como elemento neutro, I e a operação (/). Agora, pegando as combinações desses elementos 1 a 1, 2 a 2, e assim por diante, teremos:

Como I é elemento neutro tanto à direita quanto à esquerda, simplificando:

No Monóide observa-se, portanto, o conjunto {I, D, D²,D³,D⁴,...} que foi associado, por Sampaio, ao conjunto dos Naturais. Como dito nos axiomas de Peano (para construção dos naturais, versão que inclui o zero) temos o elemento neutro (I), a

unidade (no caso, D) e teremos sempre seu sucessor. Ele então compara esse Monóide com o Semi-Monóide (criado pelo mesmo conjunto e operação).

Porém, no caso do Semi-Monóide, a neutralidade de I se da só de um dos lados. Suponhamos que seja pela direita, teríamos então, pegando o mesmo conjunto gerado pela combinação desses dois elementos:

I; I; I/D; D;
$$D/^2$$
; I; I/D; I/D; $I/D/^2$; $D/^2$; $D/^2$; $D/^3$

Simplificando e retirando os elementos repetidos, temos no Semi-Monóide o conjunto $\{I, D, I/D, D^2, I/D^2, \}$, que representam as cinco lógicas apresentadas por Sampaio, assim como a potencialidade de outras mais.

O conceito de números naturais é tido como a construção mais primitiva de entes matemáticos. É identificado em sociedades bem primitivas palavras para designar uma unidade, duas e muitas. Com o tempo e desenvolvimento dessas sociedades foram se refinando, até por necessidade, adicionando outras "quantidades" à essa sequência. Tem-se como ilustração da construção desse conjunto numérico a estória do pastor que associa a cada ovelha de seu rebanho uma pedrinha, o que o ajuda a manter controle da quantidade de ovelhas no fim do pastoreio. O conceito de enumerabilidade é defino como uma correspondência biunívoca com o conjunto dos naturais. Os axiomas da Aritmética propostos por Peano no fim do século XIX. Nesse trabalho ele expõe uma criação axiomática dos Naturais, em conformidade com o movimento de formalização buscado na época.

É engenhoso, e acredito que não por acaso, que Sampaio tenha associado em seu texto a gênese do pensamento matemático a critérios que vão de acordo com o movimento formalista da passagem do século XX.

"Um universo linguístico contendo pelo menos a aritmética elementar ou, posto com maior generalidade, a um universo linguístico onde o nada se apresenta (ou simula sua presença) de modo simetrizado, algo necessariamente lhe faz exceção, isto é, escapa ao seu dizer: trata-se do nada não-simetrizado." (Sampaio, 2000)

Na simetrização do nada que a Lógica Clássica sobrepõe as outras Lógicas e não deixa espaço para o não dito (contexto), de forma sistemática, na forma da Matemática, ela vai dominando o modo de pensar moderno e enquadrando tudo em seu formato, não deixando espaço para o talvez (o terceiro, que fica excluído). Por isso aqueles que buscam dar caráter científico para sua prática recorrem à Matemática. Ela promete dizer tudo que se pode dizer de forma ordenada e clara. A matematicidade surge pela supressão da identidade, o que leva à generalidade. Quando afirmo algo sobre João, só vale para João, mas quando João perde sua identidade, estamos falando de um homem, quem quer que seja. A matemática, pela sua linguagem simbólica, é clara, objetiva e generalizante.

É engraçado pensar, contudo, que Sampaio se valeu da estrutura simbólica já estabelecida na matemática para descrever o fenômeno observado por ele. Quase que inconsistente pensar que o *locus* da matematicidade só é observado pela manipulação algébrica de entes matemáticos. Contudo, essa não é nossa discussão, mas sim como essa linguagem tem o poder de geração de teorias, que alguém letrado nas suas regras e objetos (símbolos) consegue descrever novos conceitos, como por exemplo, as cadeias de lógicas que Sampaio defende. Desviando-nos um pouco da conclusão original que ele pretendeu, Sampaio usou dos símbolos e do modo de pensar presente na matemática para dar uma Gênesis para suas lógicas, e quem sabe tomar um pouco da validação que ela oferece.

3.3 Os Matemas Lacanianos

No empreendimento de entender o caráter inquestionável que essa forma de linguagem exprime encontramos outros ramos que acabam tomando mão de um conjunto simbólico muito parecido com o da matemática e posto em ordem por uma estrutura lógica, semelhante à axiomática dedutiva. Um exemplo, os Matemas de Lacan. Lacan vai nos dizer que tudo é discurso, e é pelo discurso que se dá o mundo e os laços sociais. No processo de se expressar ao Outro, Lacan vai dizer que há algo

que se escapa, que é perdido no processo de transmissão da informação. Os Matemas representam uma tentativa de evitar esse escape. Essa ideia de se expressar de forma completa e eficaz nos leva ao programa de formalização da Matemática que culminou na estrutura lógica permeada de seus próprios símbolos que conhecemos hoje. O desfecho desse empreendimento já conhecemos: o famoso teorema de Gödel. Mas o caráter de veracidade e comprovação continuou, alinhado com o caráter de universalidade.

É pela linguagem que se dá a psicanálise, segundo Lacan(1985). Para entender a linguagem e suas partes com intuito de estruturar a psicanálise, inaugurada por Freud, ele vai identificar suas partes, estabelecendo o papel de cada uma no discurso para descrever o processo analítico. Pelo estudo da linguagem, portanto, que ele aponta o significante e o significado como estruturantes no discurso psicanalítico. O significado não é o que se ouve, ou o que se vê (lê), isso é o significante, o significado é efeito desse significante. Ele nota que a representação do que se quer dizer chega no Outro de uma maneira que quem emitiu a mensagem não tem controle, portanto, do significado que será feito. Há sempre uma sobra no processo de significação, que ele nomeia de *objeto* a^{21} .

A linguagem é o caminho tomado por ele para estabelecer uma conexão com lógica e psicanálise. E a linguagem fica a cargo do inconsciente. Dito isso, não se pode transmitir ao outro uma experiência do sujeito. Checchia (2004) esclarece isso descrevendo os processos de Freud na tentativa de descrever essa prática nova que vinha desenvolvendo, e por questões de clareza, após muito usar a descrição e linguagem natural, começa estabelecer termos e criar conceitos de modo a simplificar e generalizar situações que acontecem em diferentes sessões. Vemos em Lacan um aprofundamento dessa prática, uma tentativa de estabelecer conceitos mais profundos sobre ações inovadores que a própria descrição das mesma não se fazia fiel ao que se queria transmitir.

²¹

Que ele chama de mais-gozar, em referência a mais-valia.

Ele dá muita ênfase ao significante, pois para ele, é o fundamento da dimensão do simbólico. O significante é efeito do significado, e entre os dois há uma barra. Essa barra deveria de algum modo ser atravessada. Essa dinâmica é a significância²². O discurso posiciona o significante e o significado da seguinte maneira $\frac{s}{s}$. Essa barra mostra um empecilho na conexão entre os dois, ela representa a oportunidade de significação que essa relação apresenta. Ele continua e chama o objeto de a e o lugar do outro de a. Quando tenta-se localizar esse outro por intermédio de seu significante ter-se-ia a relação s(a), um A barrado, para denotar que há uma perda, onde age o objeto a.

São nesses momentos de perdas de significado, ou melhor dizendo de potencialidade de significação, que ele sente a necessidade de uma escrita que transmita melhor os conceitos ali expostos. Ele via o progresso de uma ciência não como o desenvolvimento de ideias, mas sim as construções simbólicas que demarcavam sua evolução.

O progresso da matemática não é um progresso da potência do pensamento humano. É no dia em que um senhor pensa em inventar um signo co- mo este, $\sqrt{\ }$, ou como este, $\sqrt{\ }$, que dá coisa boa. A Matemática é isso. (Lacan APUD Checchia, 2004)

Ele formaliza a psicanálise, sob os moldes do simbolismo matemático. Seus quatro discurso, por exemplo, do Senhor, da Histérica, da Universidade e do Analista, são todos uma fórmula, onde o significante, o significado, o *objeto a* e Sujeito têm um lugar específico para cada tipo de discurso, onde são separados por barras. É na relação do inconsciente, seu objeto de estudos, com a linguagem que ele sente a necessidade de uma linguagem mais precisa, recorrendo a essa estrutura simbólica. É na tentativa do inconsciente de se fazer entender que a relação significado e significante funciona, com a necessidade da barra. Ele tenta diferenciar os múltiplos usos da letra, na teoria dos conjuntos, na álgebra e na composição de palavras. Ele diz como uma letra representa um conjunto, ela não nomeia o conjunto, as letras são os

Entendemos significância por significação.

ajuntamentos dos elementos, não somente o identificam, segundo Lacan(1985).

O que se trata do discurso analítico é sempre isto – ao que se anuncia de significante, vocês dão sempre uma leitura outra que não o que ele significa. (Lacan, 1985)

O ideal da matemática, para ele, é ir além da linguagem. A articulação do que se pretende com a linguagem extrapola a escrita discursiva. Nunca foi nossa intenção nos aprofundar nos conceitos psicanalíticos, mas sim apontar mais um teórico que viu na linguagem simbólica, personificada pela matemática como seu representante mais desenvolvido, a maneira de expressar conceitos, definições e processos de maneira mais clara e precisa.

Notamos, nesse capítulo, que essa forma de representação é vista por uma variedade de acadêmicos como um caminho para minimizar a perda de significação que a linguagem corrente, falada e escrita, pode causar. Pudemos observar ainda, como sua manipulação permite resultados internos e externos à matemática, gerando conclusões no campo da lógica e também outros, mais subjetivos.

4 A Semiótica da Matemática

Por que pensar uma Semiótica da matemática? Vimos que Semiótica é lógica, de uma maneira mais ampla e abrangente que a empregada pela maioria dos logicistas. É a ciência do Signo, e a matemática é puro Signo. Sendo assim, neste capítulo tentamos especular sobre como funciona a mente de quem faz matemática. Quais processos ocorrem, e como o objeto da matemática é visto e, consequentemente, interfere numa via de mão dupla na dinâmica do pensar.

Apesar de superficialmente a matemática parecer uma manipulação de símbolos sem sentido, um jogo de escrita, ela vai muito além. É na incapacidade de apontar qualquer referência direta do significante com o objeto matemático que está sua característica mais interessante. Todo objeto só é acessado, identificado ou contemplado por intermédio de seus Signos, contudo o objeto da matemática é de uma "espécie" diferente. Por algum instante de Primeiridade, há um sentimento que garante a presença do objeto. Na matemática, o objeto é tratado como se essa ancoragem não existisse. Aliás, não existe de alguma maneira física, mas sim num plano ideal. Isso suscita questões interessantes acerca da teoria dos Signos, por que de alguma maneira o que representa o objeto tem um compromisso com esse objeto, o que faz do significante matemático um significante descompromissado, por causa da natureza não material desses objetos, não há como se fazer uma verificação empírica da similitude do objeto e seu signo.

Um significante descompromissado pode ser visto como um símbolo pleno. Símbolos são os signos que geram conceito. Nos referimos a um símbolo pleno pois, apesar de gerar conceitos criando a cadeia sígnica de pensamento, os símbolos têm sua origem na representação de algum objeto, e quando ele tem essa origem descompromissada, de certo modo ele é papel fundamental na criação do próprio objeto; quase simultaneamente ele cria e é criado. Ninguém consegue sentir números, ou ter uma reação direta com eles, são fruto do pensamento, um processo de pura abstração.

Veja a imagem a seguir:



Figura 3: Comparação de um coletivo de coisas

Há quase uma impossibilidade de conseguir enxergar nas duas figuras algo que as relacione, sem a introdução de um contexto ou história, nos propondo apenas à análise direta do que elas representam. Essa "alucinação" só pode ser produto interior à mente. É difícil para o nosso pensamento, treinado desde o início como fomos, não perceber essa característica tão evidente: 3! Isso é produto de mente de quem está pensando matemática.

4.1 O Matemático

A linguagem matemática é um poderoso conjunto de símbolos regidos pela lógica. Ela é usada como um certificado de credibilidade nas ciências, e acaba se estendendo para o senso comum. Prova matemática como justificação e veracidade se mostra como um processo de meta-matemática, isto é, a matemática dentro e fora da matemática. A sua prática é um processo mental, porém os matemáticos manipulam um sistema semiótico de símbolos, concretizando no papel (quando se faz o registro) sua existência. Essa atividade mental é, num segundo momento, lida como entidades abstratas, manipuladas de acordo com uma estrutura lógica. Quando essas entidades são inscritas no papel, pode-se questionar quão verossímil a inscrição é para o objeto

abstrato ou como ela afeta o entendimento do objeto e modifica seu conceito, isso é um fenômeno comum na Semiótica, como vimos com Pierce.

Fazer matemática mobiliza dois atos, pensar e rascunhar (Rotman, 2000). O pensamento matemático cria um mundo de objetos, ao mesmo tempo tem que dar conta de lidar com eles. O matemático lida com esses entes pensando sobre eles, podemos descrever a prática matemática como uma pensamento hipotético sobre objetos previamente definidos. A escrita é um passo seguinte a esse pensamento, que seria uma estrita manipulação dos símbolos. Como podemos, então, definir esse sujeito que realiza esse pensamento? O matemático lida com entes abstratos e com regras bem definidas vai fazendo implicações lógicas sobre eles, em um dado momento faz registros sobre esse pensamento. A natureza desses símbolos é puramente matemática. Quando assumimos que fazer matemática é um processo mental de pensamento hipotético, podemos refletir sobre quanto do sujeito fica impregnado nessa produção.

Para entender a organização desse conjunto de símbolos que constitui a linguagem matemática contemporânea tenta-se estabelecer o que seria uma Semiótica da Matemática. Podemos dizer que a Semiótica da Matemática tenta estabelecer como os símbolos (inscrições) são percebidos e entendidos pelo sujeito que faz matemática. O exercício do pensamento matemática se dá no âmbito da racionalidade que sai do sensível e chega na ideia. A insuficiência da linguagem escrita no fazer matemático não está no pensar mas no imaginar, a representação do objeto é apenas um suporte. Ela limita o pensar com o seu preciosismo dialético na tentativa de extração da "essência". Nesse sentido, o que sobra ao Sujeito para imaginar?

Rotman(2000) vai dizer que fazer matemática é uma "experiência de pensamento". O matemática durante sua prática recria um reflexo de si, situado numa paisagem imaginária de símbolos. O autor divide o matemático em três instâncias: Pessoa, Sujeito e Agente. Essa divisão é uma tentativa de sistematizar como é dada a percepção e cognição sobre um objeto matemático. A Pessoa é o matemático como indivíduo, inserido na sociedade e com anseios pessoais. O Sujeito seria aquele que manipula os símbolos, um especialista na escrita matemática que, de forma mecânica,

efetua os "movimentos" possíveis e necessários. O Agente lida com o ente matemático na esfera do pensamento, ele seria quem produz o conhecimento, criando um mundo onde é possível todas as propriedades matemáticas e que comporte a natureza dos objetos matemáticos.

O Sujeito matemático se ocupa do Código, conjunto de símbolos e regras lógicas estabelecidas e legitimadas pela comunidade matemática. O Código retêm o rigor matemático, com sua precisão e formalidade, se encarrega da definição, provas e manipulação desses símbolos. A Pessoa se encarrega do meta-Código. A pessoa está imersa em subjetividade, mergulhado na história e cultura, é a linguagem natural que é deixada de fora dos textos, aquela conversa consigo na elaboração de conjecturas que antes de submetidas a uma análise de rigor devem convencer a si mesmo. O meta-Código é um momento antecessor, que prepara para o rigor, com ilustrações e contextualizações que vão legitimar os movimentos lógicos exercidos no Código. O Agente, a projeção do Sujeito num mundo ideal onde as manipulações se dão, vai lidar com o Código Virtual. Um espaço onde as ações potenciais do Sujeito (que age no âmbito do Código) são possíveis e tomam forma. Em outras palavras, Código é o que está no papel, meta-Código é a percepção do indivíduo sobre esses rabiscos e o Código Virtual é onde o Código exerce sua potencialidade que é limitado no mundo "real". Quando o Sujeito lê x + 2 = y, por exemplo, ele reconhece e entende o que esses sinais dizem, mas é o Agente que entende a generalização dada por essa expressão, como conjunto de pontos na reta que obedecem um padrão e apresentam certas propriedades, e as potencialidades desse objeto. Em linguagem natural a escrita é uma gravação do discurso, enquanto na linguagem matemática é um registros das percepções do Agente, feito pelo Sujeito.

A parte que faz as manipulações por meio do Código Virtual é como uma expressão diagramática do Sujeito, porém não se têm descrições e características desse ser que fica encarregado das inscrições, nem mesmo do Agente, no texto matemático, sendo mal vista qualquer tipo de interferência pessoal no Código. De fato, é nessa relação binária que está a raiz semiótica da persuasão de uma prova matemática: o Sujeito é persuadido por um experimento mental esboçado para validar

uma previsão hipotética de suas próprias ações se ele perceber a semelhança entre o Agente e ele mesmo. E é a Pessoa que valida esse processo, pois ela está encarregada de ler o meta-Código. A escrita matemática não está preocupada em convencimento, são nas entrelinhas do Código, nos rastros que evidenciam que "alguém" esteve ali, escreveu aquele texto, que a persuasão acontece. Esses aspectos são ignorados pelos matemáticos, tidos como irrelevantes, e por uma escrita mais refinada e estética vão tentando esconder a subjetividade. Não podemos conceber a existência do Código sem o meta-Código, até mesmo pelo modo como a linguagem matemática é constituída, e dada sua origem na mente de um "alguém". Que Rotman(2000) descreve como:

That is, through the sanctioning and appropriation of sign practices that occurs in the first place as informal and unrigorous elements, in a merely descriptive, motivational, or intuitive guise, within the meta-Code.²³

A Pessoa, portanto, faz um previsão do que deve ser executado pelo Sujeito. O engajamento do Sujeito com o Agente faz o pensar e o escrever matemática uma única coisa. As manipulações ideais do Agente só tomam sentido pela inscrição do Sujeito e pelos movimentos realizados sobre os símbolos, respeitando as regras. A validade de uma prova matemática só é estabelecida quando o matemático, na estância da Pessoa, é persuadido. Uma prova matemática só se estabelece pela convicção que não é possível sem o diálogo (que acontece pelo meta-Código) da Pessoa. A Pessoa, negligenciada pela comunidade matemática deveria ser vista com mais apreço, merecendo maior reconhecimento de sua importância na atividade matemática. É no meta-Código se estabelece o convencimento de teoremas e definições. Na estrutura de Rotman, foram estabelecidas três instâncias da prática matemática, uma sublingual que concerne ao Agente, uma lingual da qual se encarrega o Sujeito e uma meta-lingual, atividade da Pessoa.

Tradução do autor: "Isto é, pela sanção e apropriação das prática recorrentes dos signos que acontece primeiramente como informal e sem rigor, de uma maneira simplesmente descritiva, motivacional ou intuitiva, com o meta-código.

O MATEMÁTICO

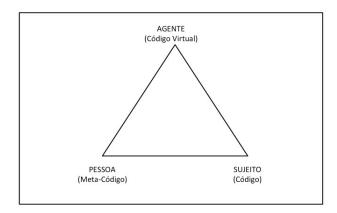


Figura 4: O matemático

Matemática é criação de mundo. Matemática seria então, não apenas uma tecnologia assistiva, mas também, um ambiente com possibilidades de exploração. O mundo explorado pelo Agente na matemática é ao mesmo tempo único e compartilhado. A matemática se apresenta como um mundo construído por si, naquele momento, mas de alguma forma ele é compartilhado. É como se todos que pensam matemática tivessem acesso ao mesmo mundo, que é construído, paradoxalmente na individualidade. Esse fenômeno é apontado na semiótica pelo fato de símbolos serem signos que tem significado entranhado na aceitação comunitária, são convenções. A interação com os objetos matemáticos que não têm corpo físico é mediada pelos símbolos, seus significantes. Diagramas são um primeiro estágio nessa evolução virtual, eles são hipóteses potenciais, que se dão pela Secundidade. Esses diagramas abrem o caminho para criação de conceitos. Eles permitem a existência corpórea de entidades abstratas, quase que numa tentativa inconsciente de se impor no mundo real. A migração, portanto, para um mundo virtual, um ambiente semiótico totalmente desconhecido, traria formatos para a matemática que a modificaria drasticamente e isso de fato acontece de tempos em tempos.

Rotman(2000) faz uma analogia com a realidade virtual, relaciona a dinâmica de se fazer matemática com a inserção consciente em uma realidade virtual. Onde o

Sujeito como intermediador de uma realidade física experimentada pela Pessoa com o Agente que "vive" em uma realidade virtual, onde tem acesso à objetos de natureza não física. Em ambos os casos precisamos de um mecanismo tecnológico para acessar essa outra realidade. No caso da realidade virtual, uma interface digital, e na matemática, sua linguagem simbólica. A diferença reside no fato de na realidade virtual há uma interação, mas pelo nosso pouco contato com esse mundo não podemos dizer que essa interação é carregada, de certa forma, para o mundo real, enquanto na matemática há manipulação e translado de ideias pensadas nesse "mundo" para a realidade física. A realidade virtual dá um corpo ao Agente, mesmo que amorfo, enquanto na materialidade ele permanece ideal.

4.2 Conceitos Matemáticos sob um Exame Semiótico

Se os objetos fossem meras marcas visíveis no papel teríamos perda de generalidade das propriedades mais básicas. Falta de significado, então, implica em falta de abstração, e uma pequena alteração de tais "marcas" requereria revalidação. Os matemáticos rabiscam símbolos, que em seus modelos de mundo agem segundo regras convencionados e guiadas por uma lógica que é aceita pela comunidade, e além disso, eles pensam. Podemos reduzir a prática do matemático, então, como uma maneira de supor operações imaginárias que tomam forma pelos símbolos colocados no papel e são, ao mesmo tempo, guiadas por esses símbolos, levando a certas conclusões.

O texto matemático, quando há palavras, é escrito no imperativo e sem partículas que posicionem ou identifiquem o autor. Ele faz experimentos mentais em mundos onde eles são possíveis, para depois transcrevê-los no papel numa sequência lógica através dos símbolos matemáticos. Só esse ser que faz testes que são possíveis somente nesse mundo gerado em sua cabeça pode legitimar a infinitude dos números naturais. A escrita 1, 2, 3,..., que transmite a ideia de infinidade dos números naturais, por exemplo. Essas reticências são o significante do infinito. É um erro separar o

matemático que manipula marcas sem significado, do meta-matemático que pensa sobre os resultados. Uma experiência mental não pode ser integralmente substituída por manipulação concreta de marcas, se fazendo necessário, sempre, um Agente. Essas "instruções" sem fim, que devem ocorrer sem limite para que se chegue a sua conclusão estão fora da alçada do Sujeito munido de seu Código.

A Pessoa que garantirá a aceitação de certas manipulações concretas feitas pelo Sujeito, por meio das experiências de pensamento do Agente. Uma visão minimalista da matemática, apoiada pela empreitada formalista, conjuga as três partes do matemático, já apresentadas. Reduzindo-o a um manipulador de marcas, o que provoca a confusão dos signos, que são entidades semióticas que contém significado, como inscrições sem significado. Rotman defini essa visão sobre "inscrições" como présemióticas, que não suporta os entes matemáticos, pois significado são sua essência.

If formalism projects the mathematical amalgam of thinking/scribbling onto a plane of formal scribble robbed of meaning, intuitionism projects it onto a plane of thought devoid of any written trace. Each bases its truncation of sign on the possibility of an irreducible mathematical "experience" that is supposed to convey by its very unmediated directness what it takes to be essential to mathematical practice: formalism, positivist and suspicious in a behaviorist way about mental events, has to locate this experience in the tangible written product, surveyable and "real"; intuitionism, entirely immersed in Kantian apriorism, identifies the experience as the process, the invisible unobservable construction in thought, whereby mathematics is created." (Rotman, 2000)²⁴

Apesar de ser possível fazer algumas verificações na matemática por exaustão, em sua maioria o caráter generalista implica uma sequência infinita de experimentos para se ter validade universal, o que está fora do alcance do Sujeito, dando espaço em cena para o Agente. Essa abrangência geral que as definições e teoremas propõem

55

Tradução do autor: Se o formalismo projeta a mistura matemática de pensar e escrever em um plano de escrita formal ausente de sentido, o intuicionismo projeta num plano de pensamento livre de qualquer traço de escrita. Cada um trunca o signo na possibilidade de uma experiência matemática irredutível que supostamente conduz por sua retidão não mediada o que é essencial para prática matemática: formalismo, positivismo e talvez num jeito comportamental sobre eventos mentais, tem que alocar essa experiência no produto escrito que é tangível, que pode ser inspecionado, e "real"; intuicionismo, imerso completamente no apriorismo de Kant, identifica essa experiência como o processo, a invisível construção por pensamento, por onde matemática é criada.

fazem necessário o infinito. Ele, no entanto, não é trivial, e nem mesmo comum à nossa existência finita. Essa ideia requer uma faísca mística, um dedo de Deus na prática do matemático. Podendo ser onipresente, na sua interpretação platônica, ou imortal, na visão de Aristóteles. Os praticantes da matemática, contudo, são bem encarnados e como sabemos, eles morrem. O infinito, que parece cruzar o caminho da humanidade em alguns momentos é mais um detalhe desse mundo fictício que é a matemática.

Intuicionistas pregam que os verdadeiros objetos com os quais a matemática lida são as construções mentais, em divergência à linguagem usada pelo matemático para comunicar sua produção, diminuindo o papel na inscrição simbólica no processo de significação. Já que a manipulação linguística é regida pela lógica clássica e sua regras finitas, entendê-la como "matemática" causa contradições já que a matemática lida com o infinito. As inferências lógicas não se relacionam, segundo os intuicionistas, com as asserções infinitas da matemática, criando uma falsa "matemática". Demonstração por absurdo não tem validade para os Intuicionistas por conta de não aceitarem o princípio do terceiro excluído e não contradição. A ideia Intuicionista se enfraquece quando percebemos como se dá o processo de persuasão de uma prova ou afirmação, já que acreditam que a linguagem é totalmente aquém do fazer matemático. Ignoram o papel dos significantes na construção de sentido na prática matemática quando subjugam a linguagem às construções mentais, que são apenas uma parte do fazer matemático, segundo a estrutura proposta por Rotman. Diz-se que dado as instruções e se elas são, de fato, efetivas, um terceiro terá a mesma experiência mental de quem a transcreveu, revivendo "movimentos no tempo".

Essas diferentes concepções de projetos do que viria a ser a matemática nunca a impediu de se desenvolver. Um ponto parece ser comum a essas diversas visões, a matemática parte de primeiros princípios. Pierce já apresentava a preocupação em entender como se estabelecem as noções primitivas, que guiam a matemática desde Os *Elementos*. Desses princípios podemos construir a matemática baseada nas inscrições, nomeando-os e aplicando regras sobre eles como os formalistas afirmam. Ou então, sobre a ideia conceitual desses princípios agir com experimentos mentais,

gerando suas consequências. A Semiótica de Rotman une esses dois e algo a mais, a interferências sócio-culturais que essa produção cientifica gera na comunidade.

O cálculo que é baseado no contínuo usado para modelar uma natureza discreta pode estar de certa forma nos cegando semioticamente para enxergar mecanismos da natureza que se tornam invisíveis a essas mentes, treinadas a procurar a continuidade e fazer caber esses fenômenos dentro do modelo teórico mais aceito.

Em contraposição, os artefatos tecnológicos, produtos da ciência e da matemática, se baseiam em um universo discreto. O maior artefato produzido pela matemática, em níveis sociais, o computador, parece nunca ter sido posto sob suspeita, sendo visto como um troféu da ciência moderna. O modo como ele se desenvolveu, baseado em 0 e 1 ressignifica os conceitos de verdadeiro e falso. O computador clássico faz seus cálculos de forma linear, executando os dados em uma sequência. Esse modo de operar vem sendo questionado recentemente, e vem se repensando o computador, para driblar a limitação que esse raciocínio linear pode causar. Por exemplo, a computação Transmatemática que, de forma breve, tenta quebrar a barreira sequencial de processamento para aumentar o poder da máquina (REIS, 2015). É coerente imaginar que o processamento de informação na natureza não se dê dessa forma (não travamos quando damos de cara com uma inconsistência). Essa quebra de paradigma na computação, que em primeira estância visa melhor performance, aproximaria, quem sabe, a matemática computacional da uma certa não-linearidade.

4.3 Por uma Matemática Informal

Apesar do título dessa sessão não pretendemos aqui quebrar todos os paradigmas que moldam a matemática como conhecemos. Pretendemos, contudo, alfinetar, uma vez mais, os diferentes projetos de formalização reducionistas da matemática, que tentaram eliminar a Pessoa da "equação." O rigor é parte essencial da matemática, mas não podemos esquecer que o pensamento matemático é mais

elaborado para reduzimo-lo a puro rigor. "Without rigor mathematics would vanish." ²⁵(Rotman, 2000)

O projeto de formalização, liderado por Hilbert, na passagem do século XIX para o XX tratava a matemática como uma processo finito de ações bem estabelecidas sobre símbolos, evitando qualquer tipo de interpretação. Entendiam objetos matemáticos como Objetos concretos, isto é, inscrições visíveis, definidas e sem significado. A proposta formalista seria possível apenas com os escassos casos de verificação por exaustão, comprovações de propriedades em casos particulares. Esse programa, portanto, não abrange todo escopo da matemática, e seus processos infinitos generalistas.

Esses sistemas formais, constituídos de um conjunto de símbolos, gramática, axiomas e regras de inferência, partem de arbitrariedade. A escolha de tais símbolos e regras é uma decisão humana. Como foram feitas essas escolhas, partindo de que a consciência vai operar sob a questão da intencionalidade? As questões fenomenológicas da escolha desse sistema são o objeto de estudo dessa pesquisa.

A ampla utilização dessa escrita está ligada ao empreendimento de formalização da matemática e a tentativa de Hilbert de comprovar a eficácia dedutiva e explanatória da matemática. Hilbert tenta provar a consistência do pensamento matemático, para isso ele vai usar meta-matemática, que parte de dois pressupostos, pressupostos esses que se propõem a diminuir as causas da dúvida sobre o racionalismo matemática, conjunto finito de objetos e livre de interpretações. Esse empreendimento está ligado, também, ao surgimento da teoria dos conjuntos. Nesse momento, a linguagem natural que já sofria modificações afim de melhorar a operacionalidade da resolução de problemas e provas matemáticas, tornou-se ineficiente, fazendo surgir esse conjunto de símbolos mais estruturado. Essa ineficiência fica clara quando enxergamos que esses símbolos não são substitutos de ideias expressas em linguagem natural, e muito menos abreviações. O salto na produção matemática foi então motivada não pela criação de um sistema simbólico, mas por conta da "ressignificação" que eles trazem aos objetos

25

Tradução do autor: Sem rigor a matemática desapareceria.

tratados pela matemática. Até então, se tinha uma percepção limitada desses objetos, não por uma incapacidade de entender, mas uma limitação sobre os conceitos ocasionada pela representação usada até então. A linguagem simbólica matemática deu acesso ampliado aos significados dos objetos, que estavam ocultos pela representação semiótica usada anterior à esses símbolos.

Notamos que o conjunto de símbolos que tenta dar conta do fazer matemática difere de outros sistemas semióticos. Um olhar breve sobre a história da álgebra nos dará a impressão de que o surgimento desses símbolos seria algo natural, quase de forma latente, aguardando para ser "descoberto". Whitehead e Russel (1963) dizem no prefácio de seu livro, "A forma simbólica do trabalho foi forçada sobre nós por necessidade: sem sua ajuda estaríamos impossibilitados de executar o raciocínio requerido." A necessidade dessa linguagem levanta o questionamento da possibilidade de outras formas de se expressar. Anterior ao conjunto de signos há aquilo que os liga e dá sentido, a Lógica Clássica que parece abranger todos aspectos da atividade científica, que é confundida pela própria matemática.

Fica então a questão se seria possível um sistema em linguagem corrente que atingisse a abstração necessária para fazer sentido para matemática. O uso desse conjunto de símbolos é uma tentativa (quase que desesperada) de retirar qualquer traço de pessoalidade. Essa humanidade presente na prática matemática passou despercebida por Hilbert. A matemática está impregnada de significado (e significação), assim como a manipulação de seus símbolos, que não são meras marcas feitas no papel.

A proposta original do empreendimento de Formalismo da Matemática era por luz sob a natureza da Matemática: explicando o surgimento de paradoxos, elucidar os horizontes do pensamento matemático e revelar o status dos objetos matemáticos.

Poderíamos afirmar que a convivência prolongada a um sistema de representação semiótico cega as mentes pela exposição excessiva de seus signos e consequentemente significados, de outras significações que possam se apresentar, ou então objetos que não tenham representação conhecida. É notório o salto que se deu em produção após essa formalização. Conjecturamos que esse avanço só foi possível

por conta da linguagem simbólica e da lógica formal (Sistema Semiótico). Fica, ainda, a questão: Qualquer um que manipule esses símbolos está fazendo matemática?

Todo aparato semiótico que usamos como fonte de intuição, que ocorre no meta-Código por interferência da Pessoa, deve, portanto, ser olhado com mais cuidado. Esses esquemas diagramáticos e suposições não são reflexos a serem ocultados do Código para impor impessoalidade e rigor. Até porque, rigor é interno a escrita, ao modelo representativo com o qual a matemática toma significado. Não devemos vê-lo como um produto externo que deve ser inserido artificialmente. Esse rigor necessário é natural a esse sistema simbólico que suscita sua matemáticidade. Procedente da própria escrita, ele está entre as regras e normas que guiam a prática matemática.

A presença do Código e do meta-Código, na estrutura apresentado por Rotman(2000), inibe qualquer tentativa formalista como as vistas. O reconhecimento do meta-Código como peça importante na matemática nos faz recorrer a novos entendimentos sobre a matemática, quebrando com a tentativa de estabelecer sua prática em bases universais e atemporais, sob uma ótica pré-linguística. A matemática não precisa de tais bases para se sustentar, como se de alguma maneira seu conhecimento perdesse valor caso uma rachadura nesse revestimento de rigor fosse achada. Ela tem bases sem formas, onde o conceito e seu significante vão se moldando e se instituindo juntos, em simbiose. Como já dito, é um processo, escreverpensar, uma escrita regulada, de forma específica, porém sem "final" definido.

Podemos tentar fazer com que os diagramas, suporte subjetivo, intuitivo, gerador de suposições, se submetessem a impessoalidade inerente ao seu, dito, contra ponto, os ideogramas, que são livres de contexto e generalizantes da escrita pura da matemática. Nos conceitos de Pierce, diagramas se classificam com ícones, carregados de informação e símbolos se manifestam como ideogramas, estabelecendo conceitos. Fazer isso seria deixar de lado muitas nuances dos diagramas que os matemáticos usam associá-los apenas aos ícones, eles apresentam um grau de *indicialização* que transborda o conceito de ícone, como um signo que faz uma ponte direta entre significado e significante.

Tomemos o diagrama a seguir:

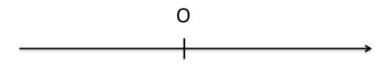


Figura 5: Eixo de coordenada

Qualquer matemático pode identificar esse eixo. Existem outras maneiras de tratar o que está descrito ali? Com certeza, sim. Mas esse diagrama tão usado traz questões que só se tem com seu uso. O símbolo 0, que é o representante do nada na matemática, um significante clássico dessa escrita, quando usado nesse diagrama tem uma conotação diferente, ele localiza, ele grita: aqui! Um aqui qualquer mas que informa quem o lê. Os diagramas expressam a presença da Pessoa nos rabiscos da atividade mental da matemática. Aquele nada que só existe no mundo das ideias agora é origem no eixo de coordenadas, um ideograma toma forma de um índice.

O truque que está nos símbolos matemáticos, seja ideogramas ou diagramas, e na percepção que fazemos deles, é o mesmo da linguagem usada, extrair de uma multiplicidade de possibilidades de vir a ser que os entes possuem uma única generalizante saída, indefinida, pura abstração que por si mesma diz nada e que só surge como signo, na mente, por um esforço do pensamento.

No Platonismo, os ideogramas são signos (signos que dizem sobre algo, representam algo) definidos pelo rigor matemático cuja manipulação se dá segundo suas regras e sintaxe específica. Os diagramas são de representação visual, com uma apelo à forma. O aspecto incerto dos diagramas põe os ideogramas e sua organização lógica em um ponto de maior prestígio na matemática. Os diagramas, embora úteis no fazer matemático, para elucidações e melhor visualização, são dispensáveis na linguagem matemática. Diagramas destacam a humanidade do matemática, pois só tomam significado pelo corpo, como é identificado e põe no espaço a presença de

quem faz matemática (expondo sua existência física e temporal). Eles são portanto não apenas uma fonte de abstração para suas "essências" matemáticas mas um forma de ancorá-las à matemática.

O próprio Rotman apresenta uma teoria que extravasa as limitações da matemática atual motivada pelo significante dos números. Ele questiona como podemos afirmar existir certos números se não podemos sequer expressá-los. Dada uma cultura que institui a contagem pela quantidade de números-dedos nas mãos, qualquer extrapolação dessa quantidade torna-se questionável. Ele divide os números que cabem nessa quantidade contável, e os chama de iteráveis, os que "vão além" são transiteráveis. Por exemplo, nessa comunidade 2 + 5 tem um resultado conhecido e alcançável, que é 7. Esse resultado é conseguido por pegar 5 e adicionar um e depois adicionar mais um, e isso acontece dentro do universo conhecido da contagem. A operação 8 + 3²⁶, no entanto, não é conhecível. Essa aritmética Não-Euclidiana, foi proposta para contrapor o idealismo platônico. Sua crítica afirma que a existência etérea dos números e da matemática como um todo não faz sentido, senão como uma religião. A contagem, tida como origem da matemática, deve permanecer com sua característica nata, a materialidade. Ele concorda que os números iteráveis provavelmente vão além de 10. A questão fundamental não é qual seria esse limite, mas que, sim, há um limite. Propõe ainda uma representação diagramática para o conjunto numérico Não-Euclidiano, onde números iteráveis permanecem numa reta enquanto número transiteráveis se localizam numa espécie de órbita dessa reta. No exemplo dado acima, 2 + 5 é localizável e está na reta numérica, enquanto 8 + 3 está, de alguma maneira, ao redor dessa reta e não pode ser indicado. Números vêm à existência a partir do caminho tomado, o fim do caminho (resultado) não existe até que se cheque a ele, é nesse materialismo extremo que Rotman se baseia para enuncia sua matemática Não-Euclidiana. Por exemplo, 3 + 4 = 7, não faz sentido já que 7 só existirá após eu concretamente acumular 3 e 4 juntos, o significado do sinal de igual é mais transcendente que isso.

Ressaltando que isso acontece dentro da teoria da contagem proposta por ele, onde contagem tem um caráter essencialmente materialista e está enraizado no mundo 'real'.

Vivemos num mundo discreto, com informações discretas, transcrito numa linguagem baseada no contínuo, que não é experimentado empiricamente a não ser por experimentos mentais. Os conceitos que norteiam essa linguagem podem ter raízes no mundo físico, mas aplicar isso de forma extensiva é negligenciar o produto da informação, que seria ao nosso ver, o pensamento. Pensamento aqui entendido por uma construção lógica (não necessariamente lógica clássica, discurso), leis de inferência. Onde jaz a criatividade?

Apesar da suposição de vivermos uma realidade discreta não ser nova, teóricos se vêm sempre amarrados a uma matemática contínua para descrever esse mundo. A matemática moderna não foi construída para se encaixar no mundo físico, mesmo assim foi escolhida para descrevê-lo. A continuidade dos reais é sempre colocada à prova, porém os inteiros parecem reinar indubitavelmente. De onde vem a certeza de sua infinitude? Acreditamos que a crença instaurada nas mentes da humanidade vem dos Pitagóricos, e sua filosofia do limitado. Se estamos num mundo onde ser é limitado, podemos admitir a contagem. Mesmo que se entende a divisibilidade da unidade, teremos partes limitadas da mesma. O princípio da contagem seria então o conceito matemático mais enraizado na crença científica (que remonta a origem da matemática como prática humana). Somos todos Pitagóricos, por que duvidar dessa crença é admitir o ilimitado, que se mistura (amorfo) e não tem definição. É não ter identidade, e não há lógica [clássica] sem identidade.

Essa proposta materializa o Agente, aquele mesmo, que vive num mundo mental onde as operações matemáticas são possíveis. Ele traz o Agente de volta a realidade, onde podemos produzir apensar a partir daquilo que nos é dado, e está presente. Tira a matemática do seu limbo de eternidade, próspero, tornando-a uma prática humana propriamente dita. Rotman(2000), ousamos dizer, tenta tirar a matemáticidade da matemática com esse novo conjunto e modo de operar, rompendo com uma prática secular de uma matemática etérea e universal. A matemática real, como ele se refere, se recusa a contextualizar os entes. Ela afasta a possibilidade de diferenciação de magnitudes grandes e pequenas por movê-las a uma seita onde entidades preexistentes são amorfas e absolutas, conhecidas como os números.

Não é de hoje que os matemáticos observam que os fenômenos se comportam diferentemente em situações locais em contraposição com situações globais, como no conceito de limite. O advento da computação, também, impulsionou um campo que reitera as evidencias dessa diferenciação, o cálculo probabilístico. Ainda assim quem pratica essa antiga arte de rabiscar e jogar com as quantidades se recusa a se soltar da crença de uma existência imaterial dos entes mais primitivos da matemática, desconectados de qualquer relação com a mortalidade. Mas esse passo significaria abrir mão da verdade absoluta.

Essa nova ideia para números e operações é um tanto quanto desconfortável para nós. Esse desconforto se dá, talvez, pela limitação significante do conjunto simbólico, quando se usa os símbolos usuais. Essa nova interpretação para a contagem requer novos significantes que transmitam o significado desses números e operações de forma mais precisa. Como Pierce disse, o uso de Signos conhecidos para ideias novas pode deturpar a significação desejada.

Contudo, é interessante observar a capacidade criativa da matemática, onde a negação de uma noção bem conhecida e aceita, gera um novo campo de estudo.

5 Conclusão

Aprendemos, depois dessa dissertação, que linguagem é produção de conhecimento por si só. Vimos pela Semiótica que a lógica, base da produção de conhecimento científico, é a mesma coisa que o estudo dos signos. Com isso, não podemos tratar de uma coisa sem implicar a outra diretamente.

A Semiótica nos dá um viés para entender a escrita simbólica por uma ótica epistemológica. Fornece uma dinâmica de percepção dos símbolos como processo de conhecimento do mundo, o único modo, no caso, já que não temos acesso aos objetos em si, senão pelos signos gerados. Acessamos essas representações por meio dos sentidos e que por uma estrutura de três graus distintos (Primeiridade, Secundidade e Terceiridade). Elaboramos conceitos mentais sobre os objetos e fenômenos, que são também, signos. Esses três graus, segundo a fenomenologia de Pierce, são como interagimos com o mundo, podendo ser puro sentir, uma reação, ou pensamento em si. Identificamos os objetos matemáticos como símbolos nessa estrutura. Os símbolos são signos que estabelecem conceitos, isso ocorre inteiramente na mente. Eles se relacionam com o objeto por uma definição, que é difundida por aqueles que estudam o mesmo símbolo. Como a maioria dos objetos estudados na matemática não têm uma relação direta com o objeto, não sendo um ícone, ou até mesmo um índice, pois as informações que eles transmitem são em sua maioria produto dessa construção mental que os define.

Temos nesse estudo dos signos uma base, portanto, para um pontapé inicial na nossa caminhada de entender quais os efeitos que a escrita simbólica causa, gerando essa percepção de verdade. Como símbolos, esses entes estabelecem conceitos e no processo de entendimento dos mesmos geram uma cadeia sígnica, pois qualquer tentativa de entender um símbolo gera um novo símbolo, e é assim que se dá o processo de significação. Fica mais claro ver o porquê esse tipo de signo, os símbolos, estabelecem uma conexão mais forte com o sujeito que os "lê", dito que é tudo fruto de

exercício mental, diferente de esculturas, por exemplo, que deixam a cargo dos sentidos uma parcela de seu significado.

A questão de investigar se esse caráter que a matemática passa de certeza e de ser logicamente precisa está ligada a linguagem simbólica se torna ingênua depois dessa análise da Semiótica. Representação simbólica é a lógica propriamente dita, segundo Pierce. E concluímos que sim, a forma como a escrevemos, sob caracteres simbólicos, é causa e consequência das percepções que ela gera. Contudo, resta-nos tentar entender como ela tomou forma, pois o uso desse conjunto gera as características lógicas que a definem, mas o uso desse aparato simbólico não é imperativo.

Notamos no decorrer do desenvolvimento da matemática, que já apresentou várias formas, que a partir do momento que se empenharam em firmar a matemática sob bases mais rígidas houve uma preocupação com a linguagem que deveria ser usada. Os pensadores que tinham uma preocupação filosófica com a evolução e estabelecimento dessa área do conhecimento viram a representação com um papel importante nessa empreitada. O caráter abstrato dos entes matemáticos foi realçado, dando liberdade ou, de certa maneira, limitando-os a uma representação simbólica, onde há nenhuma, ou se há é ínfima, ligação com o concreto. Essas discussões se davam, e ainda se dão, em paralelo à prática, que acontecia despreocupada com essas questões.

Vemos no século XVI uma estruturação mais elaborada da busca desse papel da matemática e sua importância na prática científica. Iniciada por Descartes, apontamos Leibniz como maior expoente dessa busca. A busca pela *mathesis universalis* é uma semente desse processo que desabrocha nos movimentos formalistas da virada do século XX. A importância do trabalho de Leibniz é ressaltada por nós pois ele vê a linguagem usada como uma meio de alcançar essa ciência universal. Como alguns estudiosos desse filósofo e matemático apontam, seu trabalho dentro do campo da matemática provavelmente é um dos motivos dele dar essa importância para a representação. Seu cálculo, que foi desenvolvimento também por outros em outros

locais, apresentava uma notação diferenciada. Essa preocupação com a representação foi vista como essencial no sua busca fundamentalista da *mathesis universalis*.

Apontamos, ainda, duas práticas que tomam o simbolismo matemático como inspiração, dentro e fora da matemática propriamente dita. Dentro da teoria dos conjuntos Sampaio tenta identificar em que ponto a matemática encontra a impessoalidade e se perde na generalidade. A teoria dos conjuntos trouxe resultados e necessidades que antes não haviam. É a partir daí que uma linguagem mais formal se fez necessária, onde símbolos foram tomando mais e mais espaço na representação dos objetos estudados, conquistando uma abstração maior. É nesse ambiente, na definição de grupo, que esse estudioso da lógica aponta que a matemática encontra sua matemáticidade, essa característica prezada por muitos, mas que recebe alfinetadas por tentar suprimir a subjetividade no processo de significação, o que vimos não ser possível.

Identificamos em Lacan outro teórico que vê a importância da linguagem e a representação de seus conceitos e ideias. As definições na psicanálise são bem profundas e tem conexão direta com o sujeito e o inconsciente. Na tentativa de manter as propriedades desses objetos Lacan recorreu à lógica e a escrita matemática como inspiração para representar seus conceitos de modo a minimizar as perdas que a linguagem corrente pode causar, junto com suas ambiguidades, driblando o especificismo que ela requer, generalizando suas ideias, e o uso de algoritmos para traduzir as dinâmicas da mente.

Vimos que não podemos desassociar a lógica da representação usada, e os significantes da matemática estão, sim, carregados de significado, o que implica presença direta do sujeito, a mente interpretante, pois não há significação sem ele. Rotman fornece uma estrutura de como acontece essa significação dada a peculiaridade dos objetos tratados e sua natureza extra mundana. Os processos infinitos e a presença etérea dos objetos não poderia ocorrer numa folha de papel como algumas correntes formalistas pregavam, a matemática como manipulação sem sentido de símbolos. A existência do Agente garante que esses processos sejam executáveis, contudo ele não elimina a prática de escrita, como fundamental, e o Sujeito se

encarrega de registar, de certa maneira nomear e, também, realizar procedimentos que sejam possíveis sem o chamamento do Agente. Alguns diriam que essa existência dialética (Sujeito e Agente) resume aquele que faz matemática. Na verdade, muitos se esforçam para manter desse jeito, afastando qualquer traço de subjetividade da "rainha das ciências". É a pessoa, imersa no contexto sociocultural, que vai humanizar o matemática, e além disso! É a pessoa que convence e justifica as provas e práticas realizadas pelas duas outras partes do ser matemático.

Passou despercebido de Hilbert, um dos maiores, senão o maior, expoente nessa empreitada pela fundamentação da matemática, ela está impregnada de significado, assim como a manipulação de seus símbolos, que não são marcar por marcas. A linguagem matemática não vem se desenvolvendo para uma forma mais abstrata buscando a generalização, apesar da teoria dos conjuntos afastá-la do concreto, transportando, assim, os entes matemáticos para um plano infinito (que pressupõe a inexistência de tempo e espaço) onde ocorrem as inferências lógicas. Isso não elimina que a matemática é uma prática humana, e está carregada de significação, onde é impossível dissociar os significantes dos significados produzidos por eles. Podemos, portanto, afirmar que a matemática que conhecemos hoje é fruto da forma de representação que foi tomando forma com o tempo, ao passo que a representação interfere diretamente no processo de conhecimento e razão.

Podemos afirmar que a matematicidade, seguindo Sampaio, vem da linguagem simbólica que se difundiu e vem sendo usada até hoje. Linguagem essa, contudo, que foi instituída, numa busca pela universalidade, não ao contrário. A própria definição de Símbolo, feita por Pierce, afirmando que são signos com significado convencionado. Dado seu afastamento com o objeto que ele representa, seus significados são convenções que geram conceitos, criando a significação na mente de quem os interpreta. Notamos que o processo de formalização foi um caminho escolhido, que moldou a matemática institucionalizando e promovendo a linguagem simbólica ao patamar que ela tem hoje. Os conceitos da semiótica nos permitiu entender melhor como se dá a percepção dos signos, e como ela se confunde com a lógica embasando a linguagem simbólica, modelando como conhecemos o mundo e seus objetos. O

formalismo e rigor alcançados junto com esse modo de representação motivou outras áreas e novas investigações com o uso dos símbolos numa tentativa de abarcar novos conceitos e dizer o máximo que se pode de definições, que poderiam se perder com o uso língua corrente.

Podemos concluir, então, que o uso da linguagem simbólica gera sim resultados e desdobramentos na matemática que só são possíveis pelo seu uso. Um dos questionamentos paralelos que motivou essa pesquisa foi se essa linguagem guiada pela lógica clássica é o único modo de se fazer ciência. Bom, sobre isso não podemos ser assertivos, mas nos é possível dizer que a ciência como é feita, usando a matemática como linguagem e a lógica clássica como norte, só pode ser feita da maneira como se desenvolveu, até mesmo porque como Pierce trata a representações e a dinâmica significante/significado como a própria lógica, a linguagem usada gera um tipo de pensar peculiar dada sua representação, e é esse conjunto simbólico que dá forma à matemática que conhecemos. Um desdobramento futuro seria identificar diferentes modos de fazer ciência e como seria, por exemplo, uma matemática com outras motivações. Rotman já nos dá um esboço com seus números Não-Euclidianos, mas carece de análise mais profunda. Um caminho mais histórico também pode ser tomado, entender melhor a *matehsis universalis* e identificar as implicações diretas que ela causou no desenvolver dessa linguagem com a qual matemática se veste.

6 Referências Bibliográficas

Aristóteles. The basic works of Aristotle. edited and with an introduction by Richard Mckeon. New York. ed. Randon House.1941. 1487p.

Checchia, M. Considerações Iniciais sobre Lógica e Teoria Lacaniana. Psicologia USP, 2004, 15(1/2), 321-338.

Descartes, R. Regulae ad Directionem Ingenii. Herausgegeben von Artur Buchenau. Ed. Dürr'schen. 1701.

Ferreira, F. A lógica matemática como empreendimento fundamentador. Universidade de Lisboa. 2013.

Ferreira, F. "No paraíso, sem convicção...(uma explicação do Programa de Hilbert)." Matemática e Cultura II. Lisboa: Centro Nacional de Cultura e SPB Editores. 1995.

Leibniz, G. W., *Mathesis Universalis*. Herausgegeben von C. I. Gerhardt. 3 ed. Hannover. Ed. H. W. Schmidt. 1863. 393p.

Noll, W. Monoids. 1992.

Pierce, C. S. Semiótica. ed. Perspectiva, 1995.

Pierce, C. S. How to Make our Ideas Clear. 1878. Disponível em: https://www.marxists.org/reference/subject/philosophy/works/us/peirce.htm. Acessado: 10 jan 2018.

Pierce, C. S. What Is a Sign. 1894. Disponível em: https://www.marxists.org/reference/subject/philosophy/works/us/peirce1.htm. Acessado: 10 jan 2018.

Rabouin, D. Interpretation of Leibniz's *Mathesis Universalis* at the Beginning of the XXth century. Edição de R. Krömer e Y.C. Drian. Springer Basel. 2012. P. 187 – 201. (New Essays in Leibniz Reception: In Science and Philosophy of Science).

REIS, T. S. dos. Transmatemática. 2015. 124 f. Tese (Doutorado em História das Ciências e das Técnicas e Epistemologia) - Programa de Pós-graduação em História das Ciências e das Técnicas e Epistemologia, Universidade Federal do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro, 2015.

Rotman, B. Mathematics as Signs: Writing, Imagining, Counting. Standford university Press, 2000.

Russel, B. Whitehead, A. N. Principia Mathematica. 1963.

Sá Leite, A. Tópicos de álgebra Moderna Elementar. Cap 10 A Construção dos Conjuntos Numéricos. 2005.

Sampaio, L. S. C., Lógica Ressuscitada. 2000.

Santaella, L. O que é Semiótica. ed. Brasiliense, 2012.

Sardeiro, L. A. A Significação da *Mathesis Universalis* em Descartes. 2008. 114 p. Dissertação de Mestrado em Filosofia – IFCH, Universidade Estadual de Campinas. Ago de 2008.