

PROLEGÔMENOS A UMA EPISTEMOLOGIA DO CONTROLE:  
RUMO À ENGENHARIA DO CONHECIMENTO

AMÉRICO AUGUSTO NOGUEIRA VIEIRA

TESE SUBMETIDA AO CORPO DOCENTE DA COORDENAÇÃO DOS  
PROGRAMAS DE PÓS-GRADUAÇÃO DE ENGENHARIA DA  
UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO DE JANEIRO, COMO PARTE DOS  
REQUISITOS NECESSÁRIOS PARA A OBTENÇÃO DO GRAU DE  
DOUTOR EM HISTÓRIA DAS CIÊNCIAS E DAS TÉCNICAS E  
EPISTEMOLOGIA

Aprovada por:

---

Prof. Luis Alfredo Vidal de Carvalho, D. Sc.

---

Prof. Luiz Pinguelli Rosa, D. Sc.

---

Prof. Adilson Elias Xavier, D. Sc.

---

Prof. Carlos Alberto Nunes Cosenza, D.Sc.

---

Prof. Carlos Alberto Fialho Thompson Leite, Ph.D.

---

Prof. Marcos de Mendonça Passini, D. Sc.

RIO DE JANEIRO, RJ - BRASIL

DEZEMBRO DE 2005

VIEIRA, AMÉRICO AUGUSTO NOGUEIRA

Prolegômenos a Uma Epistemologia do  
Controle: rumo à engenharia do conhecimento  
[Rio de Janeiro] 2005

VIII, 339 p., 29,7 cm (COPPE/UFRJ, D.Sc.,  
História das Ciências e das Técnicas e  
Epistemologia, 2005)

Tese - Universidade Federal do Rio de  
Janeiro, COPPE

1. Epistemologia
2. História da Ciência
3. Lógica
4. Engenharia do Conhecimento
5. Metodologia
6. Engenharia de Métodos
7. Matemática
8. Engenharia de Sistemas
9. Lingüística

I. COPPE/UFRJ II. Título ( série )

## AGRADECIMENTOS

Ao Professor Luis Alfredo Vidal de Carvalho, meu orientador, pela paciência, pela confiança, pela amizade, pelo meu aceite como seu orientando, pelo permanente estímulo. Seu magistério possui a rara combinação da proficiência, da tolerância e de um amor pela busca do conhecimento científico, associados a uma sabedoria que envolve a todos que com ele convive.

Aos excelentíssimos Srs. Professores membros da Banca de Doutorado, pela leitura atenciosa e pelas diversas críticas e sugestões.

Ao Professor Saul Fuks, do Programa de Engenharia de Produção da COPPE/UFRJ, pela confiança em mim depositada.

Ao Professor Luís Pinguelli Rosa, do Programa de Planejamento Energético e Meio Ambiente da COPPE/UFRJ, pelas aulas ministradas de Teoria do Conhecimento e pela paciência no atendimento individual.

Aos professores que diretamente ou indiretamente colaboraram na minha formação e em particular aos Professores Mauricio Brito de Carvalho e Roberto Cintra Martins, ambos e respectivamente, orientadores dos mestrados em Humanas e em Exatas que realizei, e que permitiram alcançar um pouco mais de maturidade para o desenvolvimento da presente tese.

Aos colegas, mestrados e doutorandos, pelo incentivo e pela permanente troca de experiências e conhecimentos, em particular aos colegas doutorandos, Jorge de Abreu Soares e Ricardo Marsicano Drummond Ribeiro.

Ao Professor Luis Alberto Rezende de Oliveira, do Centro Brasileiro de Pesquisas Físicas - CBPF, pelo exemplo de combinação da prática da pesquisa com a reflexão sobre a História do Conhecimento e pela confiança em mim depositada, ao confiar-me uma carta de apresentação, para candidatar-me ao doutorado na COPPE.

Ao Professor Almir Paz de Lima, da Universidade Federal Fluminense – UFF e do Instituto Militar de Engenharia – IME, pelo estímulo, pelo exemplo e pela amizade emprestada em momentos difíceis. Também pela confiança em mim

depositada, ao confiar-me uma carta de apresentação, para candidatar-me ao doutorado na COPPE.

À minha esposa Cintia e meus filhos, Arnaldo Augusto e Cintia Beatriz, pelo amor, pelo carinho e pela paciência, de não poderem me ter integralmente. Meu muito obrigado!. Espero poder compensá-los por minha longa ausência, provocada pelo necessário e solitário ensimesmamento no período de tese.

Resumo da Tese apresentada à COPPE/UFRJ como parte dos requisitos necessários para a obtenção do grau de Doutor em Ciências (D.Sc.).

PROLEGÔMENOS A UMA EPISTEMOLOGIA DO CONTROLE: RUMO À  
ENGENHARIA DO CONHECIMENTO

Américo Augusto Nogueira Vieira

Dezembro/2005

Orientador: Luis Alfredo Vidal de Carvalho

Programa: História das Ciências e das Técnicas e Epistemologia

Este trabalho desenvolve uma nova Teoria Epistemológica. Parte-se de um conjunto de premissas que abarcam tese e categorias da Semiótica, teses da Neurociência Computacional, teses da Antropologia-lingüística, teses de História da Ciência, teses de Filosofia da Técnica, teses de Matemática e teses até da Epistemologia Clássica e, então, na medida em que se aplica mais rigorosamente o método científico de cunho hipotético-dedutivo/reducionista/axiomático se desvelam as características de engenho e controle da nova epistemologia, que nos permitem, então, visualizar um metamorfose dessa área da Filosofia em uma Engenharia do Conhecimento.

Abstract of Thesis presented to COPPE/UFRJ as a partial fulfillment of the requirements for the degree of Doctor of Science (D.Sc.).

PROLEGOMENA TO CONTROL EPISTEMOLOGY: TOWARDS  
KNOWLEDGE ENGINEERING.

Américo Augusto Nogueira Vieira

December/2005

Advisors: Luis Alfredo Vidal de Carvalho

Department: History of Sciences, Techniques and Epistemology

This thesis presents a new Theory of Epistemology. We start out from a set of theoretical assumptions which have underlying ideas and categories from Semiotics, underlying ideas from Computational Neuroscience, ideas from Linguistic-Anthropology, ideas from the History of Science, ideas from the Philosophy of Technique, ideas from Mathematics and ideas from Classical Epistemology. As we apply the scientific method in a more rigorous way (method with hypothetical-deductive/reductionist-axiomatic characteristics) we can envisage a metamorphosis from the area of Philosophy into the area of Knowledge Engineering.

“Qualquer caminho é apenas um caminho e não constitui insulto algum - para si mesmo ou para os outros - abandoná-lo quando assim ordena o seu coração. (...) Olhe cada caminho com cuidado e atenção. Tente-o tantas vezes quanto julgar necessário ... Então, faça a si uma pergunta: possui esse caminho um coração? Em caso afirmativo, o caminho é bom. Caso contrário, esse caminho não possui importância alguma”.

**Carlos Castañeda, THE TEACHINGS OF DON JUAN**

## SUMÁRIO

	P.
1. INTRODUÇÃO.....	01.
2. PRIMEIRAS ESCARAMUÇAS EPISTEMOLÓGICAS.....	11.
2.1 <u>O Homem Como Um “Ser Técnico”</u> .....	13.
2.2 <u>Um Escorço Histórico Necessário</u> .....	17.
2.3 <u>Revisitando os “Estádios da Técnica”</u> .....	22.
2.4 <u>Primeiras Notícias Sobre o “Estádio do Engenheiro”</u> .....	26.
3. CORRELAÇÕES ENTRE METAFÍSICA, MODERNIDADE E TÉCNICA.....	34.
3.1 <u>A Noção de Obstáculo Epistemológico</u> .....	35.
3.2 <u>Os Conceitos de Paradigma e Ciência Normal</u> .....	37.
3.3 <u>A Linguagem e o Método na História da Ciência</u> .....	38.
3.4 <u>O Alvorecer do Conhecimento Científico</u> .....	40.
3.5 <u>A Revolução Científica <i>Tout Court</i></u> .....	45.
3.5.1 Galileo Gallilei.....	46.
3.5.2 Descartes.....	51.
3.5.3 Newton.....	53.
3.5.4 <u>Metafísicas &amp; Modernidades &amp; Estádios da Técnica</u> .....	55.
4. ENGENHEIRANDO A LÓGICA.....	62.
4.1 <u>A Estratégia Neurolingüística</u> .....	63.
4.1.1 Permutando Princípios.....	64.
4.1.2 Permutando Memórias.....	65.
4.1.3 Consagrando o Método Axiomático.....	68.
4.2 <u>Nossa Ferramenta/Texto</u> .....	68.
4.2.1 “O Pulo do Gato”.....	70.
4.2.2 O Estudante Lendo.....	75.
4.2.3 Consolidando a Leitura.....	85.
4.2.4 A Leitura Como “Detalhe”.....	89.
5. O CONTROLE E O ENGENHO COMO CARACTERÍSTICAS FUNDAMENTAIS.....	92.
5.1 <u>A Epistemologia Clássica</u> .....	92.
5.2 <u>A “Nova Epistemologia”</u> .....	95.
5.3 <u>Ainda a Questão dos Sistemas</u> .....	106.
5.4 <u>Sedimentando a Idéia de Controle</u> .....	110.
5.5 <u>A Necessidade do Engenho</u> .....	116.
5.6 <u>A Engenharia do Conhecimento</u> .....	120.
5.7 <u>Alguns Aspectos da Engenharia do Conhecimento</u> .....	123.
6. CONCLUSÃO.....	131.
APÊNDICE 1: LÓGICA: método semiótico-estruturado.....	138.
BIBLIOGRAFIA.....	328.

## CAPÍTULO 1

### 1. INTRODUÇÃO

Uma das tarefas mais difíceis para um pesquisador é falar sobre os métodos que se utiliza e das bases epistemológicas que escolheu para sua empreitada científica. Em geral, tais preocupações são consideradas acessórias e estabelece-se um convênio tácito entre os pares de uma mesma área, acreditando-se, então, por ficção, que todos comungam da mesma teoria, dos mesmos princípios, dos mesmos métodos, ou seja, das mesmas bases epistemológicas. Quando este convênio tácito é quebrado e alguém questiona um procedimento alheio, rapidamente a confusão se estabelece. Não é difícil vermos tais situações em congressos e mesmo em alguns departamentos de ensino. Em termos históricos, Max Planck foi um desses que, percebendo o significado epistemológico da introdução de um “pacote de energia” intermitente na emissão da luz, ao invés da idéia de continuidade da emissão, ousou violar o acordo tácito. Por isso, sofreu o desinteresse de sua classe e somente a partir da publicação de Albert Einstein, acerca do Efeito Foto-elétrico, voltou a ser considerado um físico digno de crédito<sup>1</sup>. O caso de Planck talvez seja o mais recente, não sendo, entretanto, nem de longe o único. Galileu sofreu as mesmas críticas de seus pares e o caso de Sócrates e de sua condenação é mais um desses episódios. Não é à toa que, de tempos em tempos, retomemos a leitura da ALEGORIA DA CAVERNA, de Platão, sendo aquela uma das mais belas passagens da criação humana. Apesar das dificuldades acima apontadas, ousaremos propor, numa tese de doutoramento, abordar de forma concentrada, ou pelo menos o mais concentrada possível, as questões relativas às supracitadas práticas da pesquisa científica; decerto abordaremos um quinhão extremamente reduzido. Apesar de conhecermos os riscos envolvidos e a extensão de conhecimentos necessários a tal empreitada, é por esta seara que nos embrenharemos, com nossas mentes e nossos

---

<sup>1</sup> Ao ajustar a fórmula do físico inglês John Rayleigh (que funcionava bem entre os espectros infravermelho e verde) e introduzir um artifício matemático, uma certa constante multiplicadora, Planck conseguiu resolver um pequeno impasse associado à questão da radiação térmica (a fórmula passou a dar conta de todo espectro, inclusive o ultravioleta, daí o nome alegórico usual de “catástrofe ultravioleta”). Porém, seu pequeno esquema implicava que um dos fundamentos da Física corrente estava errado. Isto é, a luz possuía forma intermitente e não contínua. Apesar da credibilidade anterior que gozara, ao insistir nessa questão, Planck perdia tal credibilidade, pois seus pares não podiam admitir, ao menos tão facilmente, que toda a teoria que estes se dedicavam por toda a vida, estava errada. Para maiores esclarecimentos, ver: [ORTOLI, S. & PHARABOD, J.-P., 1986, pp. 27-29].

corações, amparando-nos na sinceridade de nossos objetivos e na esperança de sermos julgados com tolerância, por aqueles que são capazes de olhar além das pequenas traves<sup>2</sup>, descortinando o horizonte de possibilidades que o trabalho carrega consigo. Cremos que este pequeno conjunto de conhecimentos que ousaremos abordar possa, num futuro, ser o germe fomentador de linhas de pesquisa, que virão consolidar o entorno ora apresentado. Sabemos também que, no Brasil, somente uma instituição consolidada, livre e de vanguarda, como a COPPE/UFRJ, poderia recepcionar tal tema.

Nosso tema é a Epistemologia, ou melhor, é a Epistemologia se transmutando em Engenharia do Conhecimento. Isto é, no processo de investigação, desenvolvimento, organização e disseminação do conhecimento, cremos que a forma artesanal que ainda é praxe em nossas organizações científicas, academias, universidades e centros de pesquisa está chegando ao seu termo. Assim sendo, estamos iniciando um novo tempo, um tempo em que, gradativamente, a palavra “talento” deixará de ser tão utilizada, onde o “artesão do conhecimento”, habilíssimo que seja, perderá gradativamente a importância e um novo homem surgirá, tomando o seu lugar. A melhor analogia que encontramos está irremediavelmente associada ao incremento/aperfeiçoamento da indústria, por Taylor, Fayol e tantos outros. Quando Taylor começa a mensurar tempos e movimentos, de forma a compreender a melhor eficiência de uns em comparação com outros e, posteriormente, criar padronizações que controlassem a atividade do operário, com vistas ao aumento de eficiência do conjunto dos operários, acontece uma das maiores revoluções na história da produção humana. O ganho de produtividade é de tal ordem que, com menores custos de produção, aumentou-se a lucratividade da atividade fabril e ainda foram liberados recursos para Pesquisa e Desenvolvimento (P&D). As ferramentas desse trabalhador também vão se adequando, se modificando, para atender a máxima eficiência. A importância é de tal ordem que, modernamente, surge a Engenharia de Produção (em alguns lugares com a denominação de Engenharia Industrial), mas que hoje poderia se denominar Engenharia de Métodos, tal o largo espectro em que atua. Sua co-irmã, a Engenharia de Sistemas e de Computação, em um certo sentido, também é uma “engenharia de métodos”, atuando, entretanto, em um espectro mais focado, voltado para metodificações associadas à prática computacional. Esse parentesco da Engenharia de Produção com a

---

<sup>2</sup> O termo “trave” origina-se de “viga de madeira”, e essas são como as utilizadas nos jogos de futebol. Seu uso, como obstáculo à visão, vem de alegorias literárias, obtidas da idéia de que uma trave ou “viga de madeira” possa perturbar a observação da paisagem de quem, por exemplo, olha pela janela e a “viga de madeira” de sustentação da varanda se torna um pequeno “en-trave” ao seu observar.

Engenharia de Sistemas e Computação é inegável: áreas como a Pesquisa Operacional (Engenharia de Produção) e da Otimização (Engenharia de Sistemas e Computação) são claramente irmanadas. Em ambas as engenharias também se verificam algumas preocupações “marginais” com a questão do conhecimento. Na COPPE/UFRJ, por exemplo, são citáveis inúmeros pesquisadores de ambas as áreas que militam acessoriamente com a Epistemologia, em face da forte interface com a Inteligência Artificial, com a Política de Ciência e Tecnologia, com a Organização Intelectual, com a Gestão da Informação, com o desenvolvimento da Física e de tantas outras subáreas, ou campos, dessas duas engenharias<sup>3</sup>.

Acontece que, formalmente, a Epistemologia é uma subárea da Filosofia. O que vemos claramente é que, como tantos outros campos, ela está gradativamente se envolvendo com outras áreas de conhecimento, como se “solicitasse auxílio” para se libertar da Filosofia. Como tantos outros campos do saber, inclusive a própria Física, que foram subáreas da Filosofia, a Epistemologia, ou Teoria do Conhecimento Científico (e seus pesquisadores), vem buscando outros espaços, espaços alternativos, tais como institutos de Física (por exemplo, CBPF), de Engenharia (por exemplo, COPPE/UFRJ), de Medicina e Saúde (por exemplo, FIOCRUZ), entre outros. Tais exemplos são apenas ilustrações locais de um fato que é mundial, pois basta ver a formação de Thomas Kuhn, de Popper, de Mario Bunge, de Bachelard, entre inúmeros outros, para ver que o grito de liberdade da Epistemologia está ecoando há cerca de 50 anos. Nossa tese, de certa forma, é o reconhecimento desse “grito de liberdade” e um auxílio a esse desejo contagiante de liberdade e de desenvolvimento, de uma área que reputamos importantíssima para o desenvolvimento da liberdade e da dignidade humana. Cremos que o “caminho” desse novo campo independente do saber é sua transformação em uma **Engenharia do Conhecimento**<sup>4</sup>, pois idéias tais como “engenho e controle” estão irremediavelmente associadas ao seu futuro desenvolvimento. Cremos também que, tal como aconteceu na indústria (no sentido do ganho de produtividade), a medida em que se conquiste eficiência em S&D (Sistematização e Disseminação), poder-se-ão deslocar recursos para P&D (Pesquisa e Desenvolvimento) em Engenharia

---

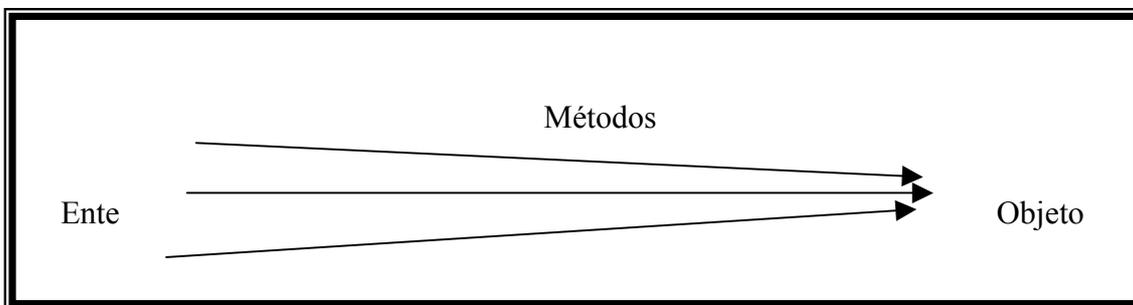
<sup>3</sup> Tais preocupações fizeram surgir na COPPE/UFRJ uma área interdisciplinar voltada especificamente para tais questões; tal área interdisciplinar existia no programa de Engenharia de Sistemas e Computação, no programa de Engenharia de Produção e no Programa de Planejamento Energético e Meio Ambiente. Atualmente, esta área tornou-se o Programa Interdisciplinar de História das Ciências e das Técnicas e Epistemologia da COPPE/UFRJ.

<sup>4</sup> O termo “Engenharia do Conhecimento” está sendo aqui empregado numa acepção mais ampla daquela que é usualmente empregada em Engenharia de Software (área de Sistemas Especialistas).

do Conhecimento e liberar recursos, por parte dos estados, para outras áreas que demandem investimentos, tais como saúde e outras áreas de investimento social. Por exemplo, no que tange aos estados<sup>5</sup>, ao se reduzir o custo de educar e/ou treinar eficientemente cerca de 6 bilhões de seres humanos nos próximos 25 ou 30 anos<sup>6</sup>, seja no ensino regular, seja no treinamento profissional, esses recursos economizados poderão ser parcialmente reinvestidos em P&D na Engenharia do Conhecimento, outra parte ser aplicada em saúde e um outro tanto servir para reduzir impostos.

Nesta difícil empreitada, que acima mencionamos, utilizar-nos-emos de algumas “ferramentas”, tais como: a História da Ciência (parceira permanente da Epistemologia), a Lógica (pedra angular do pensamento ocidental), a Teoria dos Limites (fundamento primeiro da matemática utilizada na ciência moderna), a Teoria dos Sistemas (que embasa a moderna tecnociência), e, perpassando a tudo, a questão dos sistemas de representação<sup>7</sup>, principal traço do “ser” humano.

Assim sendo, de início apresentamos um elemento diferencial acerca da construção de nossa proposta epistemológica. Ao invés de usarmos as duas categorias epistemológicas usuais, objeto e método, utilizaremos quatro categorias fundamentais: ente, objeto, método e sistema de representação. Vejamos os quadros<sup>8</sup> a seguir:



quadro 1

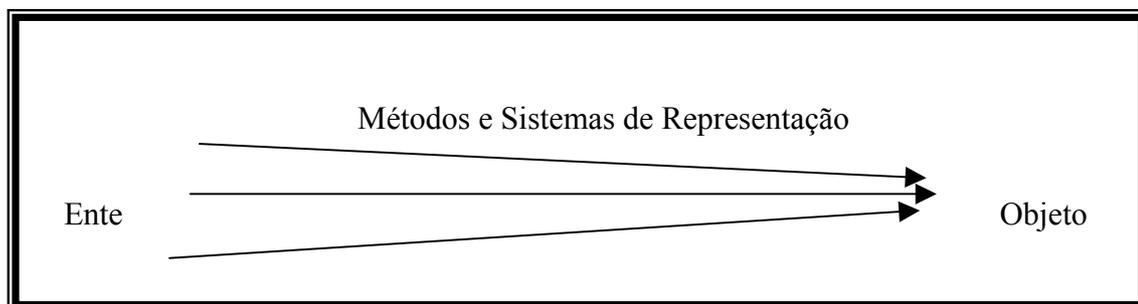
<sup>5</sup> No sentido de estado, enquanto superestrutura, da sociedade civil.

<sup>6</sup> Não se faz aqui necessária a precisão de quanto se economizaria. Entretanto, se imaginarmos uma média de 10 anos (120 meses) de escolaridade, e imaginarmos uma economia mensal de US\$ 50,00, então, teremos algo em torno de 36 trilhões de dólares (120 x 50 x 6.000.000.000 = 36.000.000.000.000), nos próximos 30 anos, quase 1,2 trilhão por ano.

<sup>7</sup> Técnicas de comunicação.

<sup>8</sup> Em geral, espera-se que figuras e quadros “digam mais que mil palavras”, o que não ocorre aqui. Acontece que, se escrevêssemos: “objeto e métodos são as categorias fundamentais na Epistemologia clássica”, isto não suscitaria um certo detalhe cognitivo; ao esquematizarmos o quadro com o ente e o objeto, ficou a exigência de “como” o ente se apropria do objeto. Ao colocarmos no primeiro quadro, como elemento de ligação, o método, ainda assim ficou tal quadro deverdor de uma melhor explicitação do “como”, o que só é resolvido com o segundo quadro.

No “quadro 1” vemos as duas categorias usuais (objeto e método) já acrescidas do “ente”. Este último, geralmente admitido de forma implícita<sup>9</sup>.



quadro 2

No “quadro 2” vemos duas categorias, participando do relacionamento entre ente e objeto, isto é os métodos e os sistemas de representação. Devemos acrescentar que, tanto o ente quanto o objeto, sofrem e sofreram incursões, no sentido de sua melhor compreensão sob o ponto de vista epistemológico. O ente tem sido investigado além da clássica divisão cartesiana. Este tem sido manipulado de tal forma nas diversas teorias que, no presente momento, a maior querela é o contraponto entre mente e cérebro. O objeto também tem sido alvo de subdivisões, as mais variadas. Em nossa proposta, começamos a subdivisão das categorias tradicionais pelos fenômenos que aproximam os entes dos objetos, ou ainda, naquilo que se chamou de método; subdividimo-lo em métodos e sistemas de representação.

Outro ponto relevante é explicitar nossas hipóteses de trabalho:

- (i) A admissão da divisão clássica do conhecimento, sob o ângulo da semiótica, nas categorias: sintaxe, semântica e pragmática<sup>10</sup>;

<sup>9</sup> Apesar de Descartes bipartir o ente, somente o *res cogitans* era, de fato, associado ao pensar. Dessa forma, apesar de colocarmos o termo “ente” em ambos os mapas epistemológicos, seus significados são díspares (e tradicionalmente ele nem é mencionado, somente objeto e método são alvo de investigações). Além disso, poder-se-ia dividir o conceito de ente em mente e cérebro, tal como se faz modernamente. Não o fizemos aqui, pelo fato de não quisermos enfatizar um ponto que não será a tônica desse trabalho.

<sup>10</sup> Para alguém não versado em Semiótica, fica fácil entender, *grosso modo*, o que são a sintaxe, a semântica e a pragmática, ao se realizar uma analogia com a Engenharia de Sistemas e Computação. A pragmática é a modelagem do objeto real, isto é, o entorno de compreensão do problema específico de uma empresa, ou de um projeto qualquer, e a solução interventiva necessária; a semântica, nessa acepção, é a compreensão do significado do problema concreto enquanto problema computacional; é a partir desse entendimento (semântico), que decidir-se-á como organizar e representar o programa ou sistema, essa organização e representação é a sintaxe.

- (ii) a admissão da tese de Havelock, acerca do papel do alfabeto na Grécia Antiga;
- (iii) a admissão de que as idéias de engenho e controle sejam caracterizadoras do exercício da engenharia.
- (iv) a admissão da tese de Ortega Y Gasset, acerca da natureza do homem, como um ser imanentemente técnico.

Antes de prosseguirmos, vale lembrar o significado do termo “prolegômenos” nesta tese. Tal termo é tomado como: exposição preliminar dos princípios gerais de uma ciência ou arte. Assim sendo,

### **PROLEGÔMENOS A UMA EPISTEMOLOGIA DO CONTROLE**

é a exposição preliminar dos princípios gerais de uma epistemologia fundada na idéia de controle.

Se nos for lícito dizer qual a contribuição dessa tese no âmbito da Epistemologia, diríamos que: é a primeira exposição sistemática de uma proposta epistemológica, fundada na idéia de controle, que exhibe especificamente as relações das categorias epistemológicas gerais com teorias específicas<sup>11</sup>, explicitando nas categorias epistemológicas envolvidas o que é rompido na transição, em particular no que consiste a ruptura em objeto, método e sistema de representação, e de que forma o “sujeito”, o “ente”, participa do processo de conhecimento; sendo este “processo de conhecimento” o alvo da investigação, do controle e do engenho do agente modelador do conhecimento.

A idéia de controle pode parecer a um “humanista” algo terrível. Entretanto, o **controle** é o verdadeiro *ethos* da ciência, que só visa à **previsão**, com o intuito de interferir no curso dos acontecimentos, com o fito de melhor compreendê-los e modificá-los. É assim, na Engenharia, no Direito, na Economia, na Medicina e em toda a área científica que pressupõe ações. Nesse sentido, cremos que, ao final, se creditarmos o **controle** como *ethos* da ciência, e verificarmos que há necessidade de **engenheirar** o conhecimento, no novo tempo que adentramos, então, estaremos dando aquele pequeno e fundamental passo de iniciar a separação da Epistemologia da Filosofia, transmutando-a em uma “Engenharia do Conhecimento”. Tal situação, a de

---

<sup>11</sup> Teorias como o Cálculo Diferencial e Integral, a Lógica Crisp, a Lógica Fuzzy etc.

busca de identidade própria, de liberdade, ocorreu com diversas outras áreas e não é nenhum absurdo propor tal afastamento.

Para logarmos êxito em nossa empreitada, estaremos utilizando o método de aproximações sucessivas, conjugado com o método de abordagem externalista em História da Ciência<sup>12</sup>, conjugado com o método analógico e permeando todo o trabalho: o método científico. Assim sendo, faremos uma re-construção de alguns pontos nodais da História da Ciência. Nessa reconstrução, estaremos inserindo elementos de nossa proposta epistemológica, assim como estabelecendo uma perspectiva de análise verdadeiramente inovadora. Se a maioria de nossos pares na academia nos julgarem “cansativos”, “repetitivos”, ao fazermos tal escorço histórico, nosso objetivo estará alcançado, pois nossa pequena recontagem da “História da Ciência” terá sido absorvida como “A História da Ciência” e teremos induzido o pesquisador a um novo “espírito do tempo”.

Também se faz necessário explicitar, de forma inequívoca, o que este trabalho pretende demonstrar. Sendo assim, ainda que possa parecer ao leitor um esquema extremamente “matemático”, diríamos que a presente investigação pretende demonstrar a subjunção<sup>13</sup> abaixo:

<b>Se</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>(i) A admissão da divisão clássica do conhecimento, sob o ângulo da semiótica, nas categorias: sintaxe, semântica e pragmática;</li> <li>(ii) a admissão da tese de Havelock, acerca do papel do alfabeto na Grécia Antiga;</li> <li>(iii) a admissão de que as idéias de engenho e controle sejam caracterizadoras do exercício da engenharia.</li> <li>(iv) a admissão da tese de Ortega Y Gasset, acerca da natureza do homem, como um ser imaneamente técnico.</li> </ul>	<b>então</b>	<p><u>“A TRANSFORMAÇÃO DA EPISTEMOLOGIA EM ENGENHARIA DO CONHECIMENTO ESTÁ EM CURSO”</u></p>
-----------	--	--------------	--

<sup>12</sup> Por isso optamos por um lineamento histórico que não descursasse das filiações conceituais.

<sup>13</sup> Subjunção é o enunciado que tem como juntor (ou conectivo) principal o “se..então...”.

A tese acima<sup>14</sup> poderia ser reescrita como: “Se <<hipóteses de trabalho>>, então, << a transformação da Epistemologia em Engenharia do Conhecimento está em curso>>”. Porém, por valorizarmos a retomada do método axiomático, semelhantemente ao que foi proposto por Hilbert, preferimos detalhar e esquematizar, tal como se faz usualmente em Lógica. No desenvolvimento do corpo do trabalho iremos adotar uma postura mais literária, dessa forma, mais palatável e interessante<sup>15</sup>. Iniciaremos nossas considerações com a apresentação de um lineamento histórico<sup>16</sup>, onde esquematizaremos o caminhar do humano em diversos estádios evolutivos, segundo alguns critérios que iremos eleger, tais como a consciência e complexidade da atividade técnica. Desta forma, através de Ortega Y Gasset e Eric Havelock, desvendaremos aspectos da natureza deste ente que está no labor da ciência, isto é, será feita uma análise das etapas do afazer técnico do homem, através da combinação das classificações dos autores acima, tendo como pano de fundo uma re-leitura da História da Ciência. Serão incorporadas, a essas divisões em estádios, idéias da neurociência computacional e da semiótica. Tal exercício nos permitirá o vislumbre da atual fase (estádio) em que vivemos, restando apenas o dever de provar tecnicamente que ingressamos nesse novo tempo. Com isso, estaremos também inovando em epistemologia, ao darmos uma ênfase muito maior à categoria “Ente” (tal como visto nos quadros anteriores).

Em seguida, faremos a adequação dessa nova ênfase na categoria “Ente” com os principais eixos epistemológicos, em um primeiro momento através de Gaston Bachelard e Thomas Kuhn. Nesta amarração estaremos também inovando em Epistemologia ao correlacionarmos metafísica, modernidade e técnica.

---

<sup>14</sup> A tese é a subjunção e não o conseqüente.

<sup>15</sup> Esta prática de literariedade filosófica em nada prejudica a obtenção dos resultados. Apenas apresentamos a subjunção de forma esquemática para enfatizar que a literariedade (ou literacia) utilizada é firmemente “amalgamada” com a Lógica.

<sup>16</sup> Com “lineamento histórico”, queremos dizer um “recorte histórico” que possua linhas condutoras, que podem ser o tempo ou o tema. Numa tese multidisciplinar que aborda um determinado tema, de caráter não essencialmente histórico, ao optarmos pelo lineamento histórico, deveremos combinar a linha do tempo (cronologia) com a questão das filiações conceituais. Sendo assim, é natural retornarmos cronologicamente quando um novo conceito aventado possuir aspectos e/ou sutilezas que não tenham sido tangidos na sucessão cronológica. Naturalmente que tal fato pode criar algumas dificuldades para o leitor desacostumado à leitura de textos de História da Ciência, pelo fato de que os eventos não estão previamente incrustrados numa sucessão cronológica. Um bom texto para suprimir tais dificuldades é: HISTÓRIA DA CIÊNCIA de Stephen F. Mason (Editora Globo, 1962).

Durante todo o percurso descrito anteriormente, estaremos re-construindo certos pontos nodais em História da Ciência<sup>17</sup>, em particular aqueles concernentes às rupturas epistemológicas e às revoluções científicas. Novamente lembramos que estaremos cumprindo exigência acadêmica, pois inserimos a categoria linguagem como categoria epistemológica fundamental e, portanto, nossas conjecturas deverão abarcá-las.

Posteriormente, no quarto capítulo, estaremos discutindo um “modelo de Engenharia do Conhecimento”. Isto é, uma ferramenta/texto, construída com base em todos os pressupostos dessa tese, que nos servirá de modelo de análise e discussão, e que, tendo sido desenvolvida para a presente tese, está integralmente no Apêndice I da mesma.

No quinto capítulo estaremos demonstrando que nosso “quadro 2” acima é o novo “mapa epistemológico”, bem como compreendemos as categorias tradicionais, além da análise mais detalhada da categoria que inserimos (sistemas de representação). Demonstraremos que a aplicação rigorosa do Método Científico na própria Epistemologia a está conduzindo a metamorfosear-se em Engenharia do Conhecimento.

Em nossa argumentação, utilizar-nos-emos de ampla bibliografia como suporte, e argumentaremos segundo as *práxis* filosóficas e segundo esquemas lógicos já consagrados.

Cabe ainda um alerta sobre palavras utilizadas ao longo do texto: em alguns momentos ampliamos, propositadamente, o léxico usual; entretanto, procuramos ressaltar tais inclusões (assim como outras), colocando tais termos entre aspas. Somente as aspas seguidas de referência dizem respeito a citações e quando uma citação também se utiliza de aspas, utilizamos "<<" e ">>", como substituto<sup>18</sup>; pensamos que uma boa compreensão do texto não seja afetada por estas questões.

---

<sup>17</sup> Platão, por exemplo, sempre será um ponto nodal em História da Ciência. Entretanto, reconstruir tal ponto, de forma a ver Platão como um epistemólogo, um “antepassado” do futuro “engenheiro do conhecimento”, não é trivial.

<sup>18</sup> Também utilizamos “<<” e “>>” quando dois níveis de aspas se fizerem necessários. Isto é, substituímos no nível interno, para evitar equívocos.

## CAPÍTULO 2

### PRIMEIRAS ESCARAMUÇAS EPISTEMOLÓGICAS

"Johnson chamou os orientais de bárbaros:

BOSWELL - O Senhor há de excetuar os chineses.

JOHNSON - Não, Senhor.

BOSWELL - Eles não possuem artes?

JOHNSON - Eles têm cerâmica.

BOSWELL - O que diz o Senhor dos caracteres da língua deles?

JOHNSON - Eles não têm alfabeto, Senhor. Não foram capazes de fazer o que todas as nações fizeram.

BOSWELL - Há mais saber em sua língua do que em qualquer outra, em razão do número imenso de seus caracteres.

JOHNSON - Ela só é mais difícil, por causa de sua rudeza. Também dá mais trabalho derrubar uma árvore com uma pedra do que com um machado.“

Eric A. Havelock em **A REVOLUÇÃO DA ESCRITA NA GRÉCIA.**

## CAPÍTULO 2

### 2. PRIMEIRAS ESCARAMUÇAS EPISTEMOLÓGICAS

As idéias tratadas ao longo desse capítulo são razoavelmente conhecidas por estudantes e professores. Entretanto, esse conhecimento não implica em precisão, não implica em verdadeiro entendimento do tema, não implica em domínio total dos conteúdos. Mesmo personagens ilustres, como Bertrand Russell, tiveram idéias imprecisas sobre alguns de nossos temas como fica evidenciado pela citação:

"Todo conhecimento *definido* - eu o afirmaria - pertence à ciência; e todo *dogma*, quanto ao que ultrapassa o conhecimento definido, pertence à teologia. Mas, entre a teologia e a ciência existe uma Terra de Ninguém, exposta aos ataques de ambos os campos; essa Terra de Ninguém é a filosofia." [RUSSEL, B., 1957, p. XI].

Iremos tratar também, neste capítulo, de um tema que é geralmente relegado, por grandes cientistas, a uma *Terra de Ninguém*, o problema da linguagem como técnica.

Neste capítulo, partiremos da seguinte premissa: o homem é um ser técnico (tal como o entende Ortega Y Gasset). Demonstraremos, então, que a linguagem é uma das técnicas do Homem e que seu atual estágio de importância e complexidade remete a um procedimento engenhairal, de artefato ou engenho, não de filósofo e sim de engenheiro. Por outro lado, o exercício de compartimentação da premissa "o homem é um ser técnico" permitirá um esforço histórico que possibilitará também a demarcação de grandes ciclos da história humana.

Quando o "Estudo da Sociedade", ou Sociologia, começou a se distinguir como área de estudo independente da Filosofia, tal como antes fizeram a Matemática, a Física e tantas outras áreas, Augusto Comte, um de seus iniciadores e considerado "pai da Sociologia", sentiu-se na obrigação de criar um panorama histórico que justificasse o passo que estava em curso.

"Estudando, assim, o desenvolvimento total da inteligência humana em suas diversas esferas de atividade, desde seu primeiro vôo mais simples até nossos dias, creio ter descoberto uma grande lei fundamental, a que se sujeita por uma necessidade invariável, e que me parece poder ser solidamente estabelecida, quer

na base de provas racionais fornecidas pelo conhecimento de nossa organização, quer na base de verificações históricas resultantes dum exame atento do passado. Essa lei consiste em que cada uma de nossas concepções principais, cada ramo de nossos conhecimentos, passa sucessivamente por três estados históricos diferentes: estado teológico ou fictício, estado metafísico ou abstrato, estado científico ou positivo. Em outros termos, o espírito humano, por sua natureza, emprega sucessivamente, em cada uma de suas investigações três métodos de filosofar, cujo caráter é essencialmente diferente e mesmo radicalmente oposto: primeiro, o método teológico, em seguida, o método metafísico, finalmente, o método positivo. Daí três sortes de filosofia ou de sistemas gerais de concepções sobre o conjunto de fenômenos, que se excluem mutuamente: a primeira é o ponto de partida necessário da inteligência humana; a terceira seu estado fixo e definitivo; a segunda, unicamente destinada a servir de transição.” [COMTE, A., 1978, pp. 3-4].

Tal como Augusto Comte<sup>1</sup> sentiu-se compelido a fazer um certo lineamento histórico com a divisão da história da inteligência humana em ciclos, a partir de questões e critérios em voga em seu tempo, neste capítulo inicial também apresentaremos um outro panorama que permitirá verificar os ciclos de evolução pelos quais o homem passou e passa. Para tal divisão em grandes ciclos, reportar-nos-emos a algumas idéias de José Ortega Y Gasset, introduzindo naturalmente os acréscimos que dele nos diferenciam e que julgamos necessários à nossa sistematização<sup>2</sup>. Nesta primeira oportunidade de contato com as idéias epistemológicas, procuraremos estabelecer o que se entenderá como a natureza do Homem. Iremos, assim, apresentar uma certa “perspectiva topográfica” do terreno, onde dar-se-á o embate de nossas idéias. Isto é, procuraremos revisar os estádios da evolução humana até que possamos avistar um novo estádio do pensamento humano onde fique claro que nossa proposta epistemológica é factível, desejável e necessária. Esta abordagem que faremos, com menor preocupação de

---

<sup>1</sup> Eventualmente poder-se-ia pensar que estamos aqui comparando as contribuições de Russell e Comte. Não é isso o que foi feito; apenas construímos “degraus discursivos”, aproveitando-nos das idéias de ambos. Nossa admiração por Russel é enorme; já dedicamos inclusive um livro em sua memória. É difícil precisar, no atual curso do desenvolvimento histórico, e sem haver um critério absoluto, quem foi mais importante e fundamental, se Russell ou Comte. Dois foram os motivos de prestigiar Augusto Comte no presente trabalho. Primeiro, ele é o criador do positivismo e como a tese foca na categoria sistema de representação é natural que revelemos que sofremos influência neopositivista. Segundo, ele é aludido como “pai da História da Ciência”, em importante obra de Sociologia. Para maiores esclarecimentos, ver: [MERTON, R. K., 1970, pp. 17-18].

<sup>2</sup> Tal prática de sistematização em grandes ciclos encontra eco em inúmeras teses que vêm dos gregos (divisão em Idades dos Metais) até nossa modernidade, como por exemplo, aquela tripartite de Augusto Comte (Lei dos Três Estados), transcrita no texto.

sublinhar o foco, mas sem comprometer o binômio “precisão conceitual/operacionalidade”, servir-nos-á para engendrarmos uma compreensão geral acerca dos fenômenos relacionados ao entendimento humano e, em particular, favorecerão que, oportunamente, certos fenômenos epistemológicos sejam trazidos ao trato de nossa apreciação. Em função da estratégia metodológica acima descrita, alertamos desde já que não poderemos compor aqui um discurso do tipo ático (tal como Júlio César, em *COMENTÁRIOS SOBRE A GUERRA AOS GAULESES*<sup>3</sup>), ou seja, conciso e objetivo, devendo obrigatoriamente partir para uma estratégia semelhante à de Cícero, isto é, um discurso asiático, ou seja, que faz aproximações sucessivas e gradativas, até se apreender totalmente o objeto em tela.

## 2.1 O HOMEM COMO UM “SER TÉCNICO”

José Ortega Y Gasset, filósofo espanhol militante no início do século XX, procurou compor um quadro que expressasse o “ser técnico do homem”. Para ele, a “característica técnica do Homem” é imanente ao mesmo. Isto é, ele entende que o Homem é um ser técnico e que, dentre todos os animais, esta é que é sua característica diferenciadora; ou ainda, ele é capaz de suprimir uma necessidade imediata, a fim de criar uma elaboração técnica que venha a facilitar a satisfação futura desta necessidade [ORTEGA Y GASSET, J., 1963, pp. 17-33]; por exemplo, ele deixa de comer, armazenando comida para outros períodos, ele gasta grandes períodos de tempo construindo ferramentas que facilitarão a execução de seu trabalho (observe-se que a construção de uma dada ferramenta para um certo uso, por mais específico que seja, acaba geralmente por revelar outras possibilidades de ação, não previstas quando da construção da ferramenta).

Ainda que algumas espécies possam se suprimir semelhantemente ao Homem em algum item, tal como abelhas<sup>4</sup> e formigas, o Homem, animal não especializado perante a Natureza, é o único a adotar tais atitudes em um espectro tão diverso<sup>5</sup>. A realidade dos animais é a circunstância ou natureza em que estes se

<sup>3</sup> Título original *COMMENTARIUM DE BELLO GALLICO*.

<sup>4</sup> Para maior conhecimento sobre as abelhas e sua comunicação ver: [LOPES, E., 1995, pp. 35-37].

<sup>5</sup> Há fortes indícios de que Bertrand Russel tenha se embebido, tal como nós, desses pensamentos de Ortega Y Gasset, em *MEDITAÇÃO DA TÉCNICA* [RUSSEL, B., 1957, p. 19]. Também parece ser o pensamento dominante na *Linguística* [LOPES, E., 1995, pp. 37-38].

encontram; já o homem tem a capacidade de anular temporariamente a circunstância ou natureza que o cerca, provocando momentos de reflexão. Esta capacidade foi definida, por Ortega Y Gasset, como ensimesmamento. O que não nos esclarece o autor supracitado é o como e o porquê de ser o Homem o único animal capaz de retirar-se do panorama da vida e buscar o “diálogo” com o seu eu. O autor em tela constata um fato: o Homem é um viciado em realizar técnica. Não explica, porém, o que o induz a isso. É bem provável que tal atitude furtiva por parte de Ortega Y Gasset tenha sido tomada em face à carência de informações acerca dos mecanismos cerebrais humanos em torno da década de 30 do século XX, período em que o supracitado autor produziu seus textos. Ou ainda, pelo fato de que, não concordando com algumas teses em voga, tal como aquelas professadas por Ferdinand de Saussure em seu COURS DE LINGUISTIQUE GÉNÉRALE<sup>6</sup> de 1916 (obra póstuma)<sup>7</sup>, procurou Ortega Y Gasset não se indispor, de forma frontal, com certas linhas do pensamento dominantes de seu tempo. Evitaremos as querelas desnecessárias e, privilegiando a tese da dificuldade acerca das informações acerca do cérebro humano, ressaltamos que tais mecanismos cerebrais não estão ainda plenamente desvendados. Porém, para possuímos um parâmetro de comparação, lembramos aqui que: somente as descobertas da década de 90 do mesmo século, denominada de década do cérebro, desvelaram mais conhecimento sobre o cérebro do que toda a história humana antecedente. Segundo alguns pesquisadores da área de neurociência computacional, entre estes o Prof. Luis Alfredo Vidal de Carvalho da COPPE/UFRJ, a capacidade humana de pensar confunde-se com a capacidade humana de representar seus pensamentos, em particular, através da oralidade. Cremos que o pensar e o representar tiveram sua lenta evolução *pari passu*, isto é, a cada incremento

---

<sup>6</sup> Tal como a idéia de que o aparelho fonador é secundário no problema de constituição da linguagem. Esta crença de Saussure, expressa no COURS DE LINGUISTIQUE GENERALE, foi embasada na possibilidade de o homem se expressar através de gestos. Tal possibilidade logrou alguns adeptos junto com Saussure, tal como J. van Ginneken em LA RECONSTRUCTION TYPOLOGIQUE DES LANGUES ARCHAÏQUES (GINNEKEN, J. van, 1940, p. 125). Não nos recordamos, porém, de ter notícias de que comunidades de mudos tenham desenvolvido habilidades equivalentes e equipotentes a de comunidades onde a prática da oralidade é corrente. Sendo assim, não podemos comungar da tese desse autor. Apoiando nossa tese, de que o aparelho fonador é essencial, está por exemplo J. Mattoso Câmara Jr. em seus PRINCÍPIOS DE LINGÜÍSTICA GERAL. Mais ainda, meio século depois, a partir de 1957, lançou-se uma dúvida sobre a autenticidade do *COURS*, já que, como se sabe, este não foi redigido diretamente e com autorização de Saussure e sim por dois de seus alunos, Bally e Sechehaye. Estes se basearam em três diferentes conjuntos de notas de aulas de 1906, 1908 e 1910. Tal edição é póstuma e sua “lisura e competência” foi sucessivamente questionada por R. Godel, J. Starobinski e R. Jakobson, como se pode ver no texto Luiz Costa Lima publicado na coletânea ESTRUTURALISMO E TEORIA DA LINGUAGEM.

<sup>7</sup> Como, por exemplo, a que nossa inteligência estaria desassociada de nossa capacidade fonológica (presença de boas cordas vocais e possibilidade de controle dos sons).

de um equivaleu um incremento de outro. Antes de prosseguirmos em nossas conjecturas, acerca desta lenta e gradual evolução, cabe ressaltar que é tese do supracitado professor que o fenômeno da linguagem nos seres humanos, no caso a oralidade, decorre de duas potencialidades que se entrecruzaram na espécie humana. Potencialidades que existem em outras espécies do reino animal mas não de forma entrecruzada. São elas: a capacidade cerebral humana, que também é percebida em outros animais mamíferos, e a presença de um aparelho fonador sofisticado na espécie humana, tal como acontece em certas aves, como no papagaio. Assim sendo, daí decorre que, se a capacidade cerebral do papagaio fosse equivalente à do homem haveria a possibilidade de se ter papagaios pensantes ou, de forma equivalente, elefantes construtores de discursos. Ainda que para alguns possa parecer cômico, é com certeza a mais justificada explicação antropto-fisiológica de que temos conhecimento. Dessa forma, encamparemos aqui a tese acima exposta como mais um dos pressupostos no qual embasaremos nossas conjecturas.

No processo de convivência humano instantaneamente estabelecem-se regras de respeito e colaboração. No Direito é comum a frase: *ibi societa, ibi jus*, que significa onde houver sociedade há o Direito, ou ainda, havendo vida comunal há regras e é claro, para haver regras, deverá haver, no mínimo, sinais que as convençionem (e que as requeiram, quando violadas), ainda que esta convenção seja feita de forma um tanto imprecisa. Ora vejamos, havendo organizações comunais, onde estão estabelecidos certos “processos comunicativos”, aqui entendidos como:

"(...) passagem de um Sinal (que não significa necessariamente um Signo) de uma Fonte, através de um Transmissor, ao longo de um Canal, até um destinatário (ou ponto de destinação)." [ECO, U., 1976, p. 5],

é possível o estabelecimento de um quantum mínimo de organização social. Tais processos comunicativos são comuns inclusive a outras espécies do reino animal. Só que tal estipulação de sinais é feitas sem que estes representem **signos**, aqui entendidos como:

"(...) tudo quanto, à base de uma convenção social previamente aceita, possa ser entendido como ALGO QUE ESTÁ NO LUGAR DE OUTRA COISA" [ECO, U., 1976, p. 11]. "(...) um signo é sempre constituído por um ou mais elementos de um PLANO DA EXPRESSÃO convencionalmente correlatos a um ou mais elementos de um PLANO DO CONTEÚDO." [ECO, U., 1976, p. 39].

e os animais diferentemente dos homens, vivem um plano de expressão já dado, nunca construído: a vida em natureza. Segundo Ortega Y Gasset, por isso o animal funde-se à paisagem e jamais se retira da mesma através do ensimesmamento. Já o homem, ao retirar-se provisoriamente da realidade, a recorta, construindo novas realidades, planejando uma nova vida, de conteúdo distinto daquela dada aos animais. Por isso, vai além e constrói signos, sejam estes sonoros, pictográficos e escultóricos, de forma a moldar a possibilidade de transformar a natureza que o cerca, moldando-a, prevendo os acontecimentos, e, se possível, controlando suas forças.

A formação de sinais depende exclusivamente do processo mental denominado de indução, que está presente também nos animais. Já aqueles sinais que constituem signos necessitam de uma combinação de indução com analogia, de tal forma a possibilitar a construção de um plano de expressão. Nesse sentido, onde a analogia se faz necessária, é exigível do emissor dos sinais a percepção e o autoconvencimento de que estes sinais satisfazem seu plano de conteúdo, isto é, que indicam de fato a mensagem, ou algo próximo à mensagem, que se pretendeu enviar. Tal processo de aquisição do poder de emitir signos tipo “mamãe” e “papai” pode ser verificado em bebês que começam a aprender a balbuciar e verifica-se facilmente que o processo de aprimoramento mental corre paralelamente ao processo de emissão e percepção dos sons.

Diversas pesquisas na área de neurociência computacional seguem a **Teoria da Fraca Coerência Central** aplicada a autistas. Depreendeu-se desta teoria que os processos indutivos ocorrem no ser humano mesmo na fase fetal. Parece que os mecanismos básicos de memória e classificação são típicos de sistemas neuronais e não necessariamente de sistemas neuronais humanos. Assim sendo, o que distinguiria o ser humano dos demais animais seria sua capacidade de combinar os processos de indução e analogia que têm sua factualidade na construção dos signos. Esta factualidade na construção de signos tem sua presença no mundo através de uma oralidade que se assenta, se reforça, se transforma e se fixa como tradição oral, isto é, passa a se constituir uma oralidade dialogal, através da condição humana de órfã de uma fisiologia adaptável à natureza. Nenhum outro animal passa tanto tempo sem adquirir capacidades de enfrentar as circunstâncias do panorama que o cerca, necessitando, quase que permanentemente, do auxílio dos pais, ou de sua comunidade. Esse laço maior de dependência permite que o novo ente desenvolva, tal como os demais animais, mas em incomparavelmente maior intensidade, a capacidade de copiá-los. Como o desenvolvimento físico-motor do homem é retardado em comparação aos demais

animais superiores, o homem em formação copia-os naquilo que é possível: na emissão de sons e gestos. Assim como a leoa ensina seu filhote naturalmente a caçar, uma técnica, ensina a mãe humana sua técnica primordial: a elaboração e representação de pensamentos. Ao leão que não aprendeu a caçar denomina-se “leão morto pela fome”. Ao ser humano que não aprendeu a elaborar e representar suas idéias na forma oral denominamos: idiota, monstrinho, deficiente, retardado, imbecil, ou qualquer outro termo que o designe pejorativamente, face à importância de elaborar e representar idéias ainda que bobas ou elementares. Tal é o desprezo da sociedade humana por esse fato, que um outro fato, de muito menor gravidade, é tratado como fundamental na moderna sociedade ocidental: ser ou não ser alfabetizado. Um analfabeto é um coitado.

Essa técnica primordial humana, a elaboração/representação de pensamentos na forma oral, que denominaremos de tradição oral, ou mesmo simplesmente de oralidade, é a técnica que permite elaborar outras técnicas, fazendo com que a tese de Ortega Y Gasset, a de que o Homem é um ser técnico, tenha por nós integral acolhida. **Todo animal tem sua técnica, a nossa técnica é a técnica de elaborar técnicas.** A técnica do leão e do urso polar é caçar, cada um em seu *habitat*. Nossa técnica de elaborar técnicas permite caçar em ambos os *habitats* o mesmo que eles caçam e ainda permite-nos caçar a eles. A técnica primordial das aves é voar, demoramos mas conseguimos superar sua técnica. E assim por diante. Nada mais justo do que fixarmos o Homem como um ser imanentemente técnico e, com isso e nessa aceção, distinguirmos este dos demais animais.

## 2.2 UM ESCORÇO HISTÓRICO NECESSÁRIO

Vimos no item anterior que não só o Homem desenvolveu processos comunicativos com outros de sua espécie. Ele foi capaz de ir além, tomando uma atitude totalmente diferenciada dos demais animais, construiu uma linguagem oral através do exercício do ensimesmamento e da vida comunal.

O Homem, devido a essa capacidade de retirar-se provisoriamente da paisagem que o cerca e que o contém, capacidade de ensimesmamento, inventa para si o antes, o durante e o depois, fatiando a realidade. Revisa imagens e projeta imagens balizadoras. Assim sendo, conta, no mínimo, com duas “realidades”: uma semelhante aos animais, estes completamente fundidos à paisagem, parte desta; outra, descolada da paisagem, onde imagens ou signos são manipulados em um tempo (o presente) depois

do antes (passado) e antes do depois (futuro). Esta anomalia transforma o “sendo”, tipicamente animal, num “vir a ser” que jamais é. Esta ruptura com a natureza puramente animal faz com que o Homem viva agora baseado em duas categorias: tempo e espaço.

“M. Scheler considera o Animal como um ser vivo preso à estrutura de suas pulsões instintivas. Seu meio circundante é vivenciado através de uma relação fechada relativamente à sua estrutura sensitiva. Um Animal não vivencia seus impulsos instintivos como sendo seus, mas sim como linhas dinâmicas de força que se originam das próprias coisas do mundo que o rodeia. Um animal desconhece o <<vazio>> de uma permanente repressão de suas expectativas instintivas, e por isso lhe faltam as formas vazias de tempo espaço, que caracterizam a percepção humana das coisas e eventos” [BARTHOLO JR., R. S., 1986, pp. 18-19].

Esta posicionalidade excêntrica do Homem com relação à Natureza (e aos animais contidos nela e não distintos dela) transforma o Homem num observador da mesma. Observador que usa as categorias tempo e espaço para organizar sua sobrevivência nesta realidade, que ora lhe é favorável e ora lhe é desfavorável.

Talvez o estado “lesmal” em que o ser humano vem ao mundo (se comparado aos outros animais) seja fruto de um processo físico-químico-biológico que prioriza a preparação de um cérebro capaz de manipular símbolos e imagens, ao invés de prepará-lo imediatamente para uma sobrevivência quase independente de seus genitores (tal como acontece com os cavalos, tartarugas, etc.) e coincidente com a natureza. Desta forma, acontece um fenômeno que é o enraizamento do cultural (possibilidade de manipular símbolos) no ente puramente biológico, tornando-se o homem uma espécie de centauro.

“O Homem é incapaz de sobreviver dentro das condições de um meio ambiente puramente << natural >> (...).” [BARTHOLO JR., R. S., 1986, p. 20].

Desta forma, procura transformar a natureza que o cerca, construindo sobre esta, “sobrenaturezas”. Se sente frio, mata um animal e toma-lhe a pele, se sente medo, faz fogo e abriga-se em cavernas, levando consigo um sem número de utensílios que vai gradativamente inventando. Estas invenções também são fruto do exercício de ensimesmamento, exercício este que vai construindo novas categorias que são re-alimentadas com a concretude das invenções e assim por diante. Tal exercício, sua

intensidade e seu direcionamento, são permanentemente alimentados pela necessidade de construir ao redor do Homem um entorno ou realidade que lhe seja menos agressiva. Naturalmente que, se a realidade torna-se por demais agressiva, sucumbe o Homem e junto com ele a cultura que construiu. Se a realidade é bastante agressiva mas não é suficiente para destruir o Homem e sua cultura, coloca-se o Homem em atividade, combatendo as adversidades numa labuta diária, ou migra em busca de realidades menos agressivas. Se a realidade poupa o esforço do Homem, este, em sua inércia transformadora da natureza que o cerca, isto é, com sua técnica, faz arte, **faz esforço para poupar esforço**, inventando novos modos e meios de laborar. Transforma-se o Homem em um permanente projeto de estabilização da relação Homem/Mundo. Torna-se um ser incompleto, pois seu ser não preenche suas possibilidades de programação/projeção, jamais coincidirá novamente com o mundo (talvez antes o destrua). Já os animais têm coincidindo seu ser real com o programa/projeto de ser.

Esta técnica, transformação da natureza em uma natureza mais favorável ao homem, depende ainda e fundamentalmente do que o Homem considera como necessidade. Necessidade, segundo Ortega Y Gasset, será para o Homem o conjunto de construções/coisas que transformam o simples viver em bem-viver. Sendo assim, a técnica é uma função onde a variável independente é o que o Homem considera como bem-viver. Tal variável depende da cultura, do tempo, da situação geográfica etc.

Nesse centauro, isto é, no Homem, estão imbricadas suas necessidades e suas potencialidades cerebrais, com conseqüentes peculiaridades fonológicas/de produção de sons da linguagem. Vimos que essas últimas permitiram um processo indutivo mais acentuado e uma melhor articulação de sons. Tais fatos acarretaram que este criasse sinais especiais denominados signos. Avançando um pouco mais, desenvolve este uma linguagem que denominamos de oralidade. Esta capacidade é encontrada em todos os seres humanos, de todas as etnias, em todo o planeta. Esta capacidade inédita entre os animais fez com que alguns desses (homens) desenvolvessem um outro artefato técnico auxiliar, a escrita. Processo técnico que facilita a comunicação entre dois ou mais homens de uma mesma tradição comunal, a fim de agilizar uma série de outros processos.

"Antes que a palavra escrita tivesse sido inventada, aquilo que um homem podia saber estava confinado aos limites do poder de sua mente e o esquecimento era a marca indelével da condição humana" [SANTOS, J. T., 1985, p. 15].

Da mesma forma que uma ferramenta amplia o poder de trabalho das mãos, a escrita ampliou o poder de trabalho do cérebro, facilitando o trabalho de arquivamento de saberes, até então tarefa exaustiva de memorização.

Se avaliarmos as modificações em uma dada cultura e/ou sociedade, a partir de um acontecimento de tal monta, pois a possibilidade de comunicação entre dois seres técnicos altera a dinâmica existente entre os mesmos, entenderemos mais facilmente o enorme abismo que separou os chamados “Povos Civilizados” das “Culturas Primitivas”. Se um membro de um grupo passa a se utilizar de uma ferramenta, como, por exemplo, um machado, para executar uma tarefa anteriormente executada com as mãos, ou com um outro instrumento mais rudimentar, ele dinamizará sua atividade e uma melhor produção será possível. Entretanto, ele trará novos padrões e ansiedades para seu grupo, sendo até mesmo possível uma modificação de seu *status* dentro do grupo. O filme A GUERRA DO FOGO<sup>8</sup> ilustrou com clareza tais alterações na dinâmica de relacionamento em tribos primitivas. Analogamente, sendo a escrita uma ferramenta, isto é, um saber técnico, ela, com certeza, mais do que um simples machado, alteraria a dinâmica e estrutura de um grupo.

"O desenvolvimento da linguagem se reflete de volta no pensamento, pois, com a linguagem, os pensamentos se podem organizar e novos pensamentos surgir."  
[CHERRY, C., 1974, p. 23].

Especulemos ainda sobre o machado. Suponhamos que, antes desse instrumento, existiam procedimentos que não só permitiam o corte de coisas, como, por exemplo, árvores, mas que tais procedimentos continham ritos, ou mesmo simples ações, que possibilitavam outros saberes que o machado não substitui. Tais saberes não necessariamente seriam abandonados pelo grupo mas, se tais possibilidade anunciadas pela inserção do machado naquela cultura fossem grandes, as gerações posteriores priorizariam o aprendizado de lidar com o machado, em detrimento dos antigos ritos e

---

<sup>8</sup> QUEST FOR FIRE, 1981, França/Canadá, colorido.

Direção: Jean - Jacques Armand.

Com: Everett Mc Gill, Rae Daion Chong, Ron Perlman, Nameer El Kadi.

Roteirista: Gerard Brach.

Linguagem e criação pesquisada por Anthony Burgess.

Gestos coreografados por Desmond Morris.

Oscar para maquiagem.

Filmado no Quênia, Escócia, Islândia e Canadá.

97 min. Fox Vídeo.

ações que possibilitavam outros conhecimentos. Os únicos agentes capazes de reter os saberes antigos seriam a necessidade de produzir algo insubstituível e apenas realizável com aqueles procedimentos, ou a "tradição".

Os primeiros sistemas escriturais, tipo cuneiforme, hieróglifo ou ideográfico, **não possuem qualquer compatibilidade com a oralidade**<sup>9</sup>; em dado momento, porém, surge o silabário em meio aos fenícios e, quase em seguida, os gregos, seus vizinhos, introduzem neste as vogais, fazendo com que seu sistema escritural se tornasse extremamente compatível com a tradição oral de seu povo, isto é, surge aquilo que conhecemos como **alfabeto**. Havelock, autor de *A MUSA APRENDE A ESCREVER* e de outros livros sobre o mesmo tema, denomina esse sistema escritural, o alfabeto, de “palavra escrita”, tal é o nível de compatibilidade. Se nos sistemas escriturais não alfabéticos o incremento cultural foi quase só por acréscimo, no sistema escritural alfabético fonético há acréscimo e absorção. O processo de conversão da oralidade em “palavra escrita”, devido ao alto grau de absorção do que havia e do incremento acrescentado ao caldo cultural, destituiu o dito de seus elementos não traduzíveis nos novos signos. Durante um período mais ou menos longo, estes elementos não traduzíveis conseguem sobreviver, mas, na medida em que novas gerações de homens aparecem, nascendo num contorno novo onde a nova simbologia é "natural", estes tendem a desaparecer.

"(...) o alfabeto converteu a língua grega falada num **artefato**, isto é, um objeto disponível para inspeção, reflexão, análise. (...) Mas algo mais profundo também estava a acontecer. Um artefato visível podia ser preservado sem recurso à memória. Podia ser recomposto, reordenado, repensado, a fim de produzir formas de declaração e tipos de enunciação antes indisponíveis -- por não serem facilmente memorizáveis. Se fosse possível designar o novo discurso por uma palavra nova, o termo seria *conceitual*. A fala iletrada favorecera o discurso descritivo da ação; a pós-letrada alterou o equilíbrio em favor da reflexão. A sintaxe do grego começou a adaptar-se a uma possibilidade crescente de enunciar proposições, em lugar de descrever eventos. Este foi o traço fundamental do legado do alfabeto à cultura pós-alfabética." [HAVELOCK, E. A., 1996, p. 16].

---

<sup>9</sup> Quando Russel escreveu *HISTÓRIA DA FILOSOFIA OCIDENTAL*, ele não tinha conhecimento das pesquisas de Erick A. Havelock acerca do impacto da escrita fonética desenvolvida pelos gregos. Ainda assim, denominava os demais sistemas escriturais como “sistemas incômodos” [RUSSEL, B., 1957, p. 6].

Com o advento da palavra escrita, particularmente através do alfabeto, foi possível a fixação de saberes de forma mais ou menos flexível e cômoda, de forma a minimizar o esforço do intelecto em memorizar. Desta forma, possibilitaram-se novas idéias, seja por questões impostas pela técnica da escrita, seja por re-direcionamento do esforço do intelecto. Entretanto, esse marco, a escrita, que possibilitou o surgimento de grandes civilizações, possui dois estágios que denominaremos período "pré-alfabético", onde a escrita (a técnica) não era de fácil manipulação e aprendizagem, e o período "alfabético" que permitiu que, com um número relativamente pequeno de signos, o que era de mais fácil manipulação e aprendizagem, fosse possível, através de combinações e de uma gramática, expressar quase todo o conteúdo existente na oralidade. Dessa forma, identificamos aqui três grandes ciclos: **Período Oral** (não há sistema escritural de nenhuma espécie), **Período Escritural de Transição** (há escrita, entretanto não há coincidência do falado e do escrito, também denominado de Período Pré-Alfabético), **Período Alfabético** (há escrita fazendo coincidir o oral com o escrito).

### 2.3 REVISITANDO OS "ESTÁDIOS DA TÉCNICA"

No entender de Ortega Y Gasset, do qual tomamos emprestado o termo "estádio da técnica", devem existir princípios fundamentais que bem caracterizem a evolução da técnica, sendo, um destes, a relação que tem o homem com a mesma. Aceita esta premissa, o autor caracteriza, ou melhor, distingue "três enormes estádios na evolução da técnica" [ORTEGA Y GASSET, J., 1963, p. 75]:

- 1.º A Técnica do Acaso.
- 2.º A Técnica do Artesão.
- 3.º A Técnica do Técnico.

Caracteriza a primeira como sendo aquela praticada por um homem que não se percebe como técnico, justificando que assim é devido à escassez de atitudes técnicas, o que não permite diferenciar estas de outras atitudes naturais. Não havendo tal diferenciação, infere que não existem técnicas específicas suficientes para se determinar que um tal "fulano" é sabedor de um conjunto de técnicas características e um "sicrano" é conhecedor de outras. Neste caso, a técnica não busca soluções, o homem "esbarra nas

soluções" e, principalmente pelo processo indutivo, apreende a técnica. Neste estágio da técnica o homem ainda está a desvelar a indução e a analogia; cada nova técnica, cada uso novo de um artefato é um "penetrar nos mistérios", um aproximar-se da magia [ORTEGA Y GASSET, J., 1963, pp. 75-77]. No segundo estágio, na "Técnica do Artesão", o número de atos técnicos é infinitamente superior, percebe-se a existência do artesão, existe o técnico em "x" e o técnico em "y", dá-se a divisão do trabalho (não a compartimentalização dos movimentos, tal como na Revolução Industrial ou posteriormente) em grandes grupos, agricultor, pecuarista, construtor, sábio, político e etc. [ORTEGA Y GASSET, J., 1963, pp. 79-80]. O autor supramencionado afirma que:

"A luta tão moderna de Sócrates com as pessoas de seu tempo começa por querer convencê-las de que a técnica não é o técnico, mas uma capacidade *sui generis*, abstrata, peculiaríssima, que não se confunde com este homem determinado ou com aquele outro." [ORTEGA Y GASSET, J., 1963, p. 80].

Creemos ser importante ressaltar que **a técnica de Sócrates**, a exercitada por ele, **é a boa construção do discurso**, a técnica de verificação e de controle da correção do mesmo, a técnica de partejar idéias, a "maiêutica". Podemos adiantar que, embasado no acima descrito, o "discurso filosófico" não é um ato natural do filósofo, é um ato técnico, tal como tantos outros atos técnicos.

O técnico-artesão (inclusive o filósofo) **é inspirado a encaixar-se em uma tradição**, segue os usos constituídos. As inovações são antes variantes de estilo do que propriamente inovações, estilos de mestres, de escolas; o ensino não é instrumentalizado, se dá pela repetição ritualística da tradição [ORTEGA Y GASSET, J., 1963, pp. 81-82].

Mesmo o "técnico-artesão Platão" **é obrigado** a conformar-se com a tradição. Esta atua em seu espírito de tal forma que, em suas LEIS, exhibe um código de tal rigor e sem paralelo na história grega. Um de seus objetivos é o expurgo de heresias, tal como aquelas cometidas pelos *physiólogoi*, atribuir a uma causa material o primado na constituição do Universo. Acusa-os explicitamente

"de impiedade ante a Corte de Ofensas Capitais" [VLASTOS, G., 1987, p. 25].

em sua utopia. Mais ainda, em troca das teorias cosmológicas jônicas, ele nos oferta uma cosmologia teológica em sua obra, o TIMEU. Será este o mesmo Platão que

"foi o primeiro a lançar-se, com toda ardente devoção de sua alma arrebatada, aos pés (...)" [NIETZSCHE, F., 1974, p. 21].

da imagem socrática, do Sócrates condenado por heresia e por desviar a juventude? Sim, Platão antes de tudo é um “sociólogo” e, como tal, não só propõe, também observa, lê o quadro social, e o quadro social condena Sócrates, seu mestre. Que faz ele para continuar a tradição socrática? Toma ele a justiça e a moral em suas mãos (ou em sua pena) e torna-se o rigoroso entre os rigorosos. Como ousar desafiar o mais crítico dos críticos? Não é possível. Sócrates, ainda pertencente ao quadro da tradição oral, lança mão de uma técnica, a maiêutica, para desabilitar seus opositores em uma contenda dialogal. Platão aniquila-os; utiliza para este fim duas novas armas: a literariedade, a qual não permite que as palavras sejam carregadas ao vento, no decorrer do tempo, e outra, inventada por ele mesmo, a Filosofia.

Platão, técnico-artesão, condenador do princípio material do Universo, sabe porém que a tradição técnica grega não dissocia a técnica do técnico, o intangível do tangível, e dessa forma nos oferta dois legados (entre outros):

- i) transforma o pensamento filosófico, bem intangível, numa técnica, unindo literariedade e filosofia no artefato-técnico que denominamos literariedade filosófica;
- ii) com esta técnica (a literariedade filosófica) constrói uma cosmologia, onde o princípio causador é "*Demiourgós*", o deus Artífice, que une o mundo intangível das Idéias ao mundo da matéria, o *chaos*.

Dessa forma, tal como os demais técnicos de seu tempo, conforma-se com a tradição mítica, inserindo-lhe, entretanto, variantes. A filosofia platônica, portanto, está impregnada das questões técnicas, sociais e psicológicas de seu tempo. Sabendo que a mesma continua a ser uma das principais fontes inspiradoras de nosso tempo, de que forma tais questões podem nos afetar? Antes de responder a esta questão, retornemos a algumas discussões em torno da técnica do artesão, utilizando o fio condutor de nosso magnífico pensador espanhol.

Os atos técnicos estão, de uma forma física, agregados ao homem. Existem instrumentos como "complementos da mão", não existem "máquinas" nesse momento, existe a escrita, complemento da memória individual. Existem textos escritos mas não há o caráter de imprensa. A educação feita de forma direta é apoiada pela oralidade,

pela audição, e não pelo poder da palavra escrita, pela visão. E assim permanecerá por mais de mil e quinhentos anos.

Na "técnica do técnico", segundo o autor, há a distinção entre a técnica e o "ser técnico", isto é, o homem. Não esclarece, entretanto, as condições de ensino e ou disseminação da mesma. Afirma, porém, a dependência do homem moderno à técnica moderna, como um impasse a ser resolvido.

Este "perceber o que é, a fim de instrumentalizar" é uma atitude, é um passo adiante "no afazer sem refletir como faz". Ortega Y Gasset em um outro texto, EM TORNO A GALILEU, nos apresenta situação semelhante, com relação ao afazer do historiador. Inicialmente avisa-nos que pensamos em oco, e não em cheio, que a palavra nos oferece uma vantagem, o apoio material, mas também uma desvantagem, a de querer suplantar o efetivo pensar,

"(...) de que não temos mais que os cheques e não as moedas que eles pretendem valer; em suma, que intelectualmente somos um Banco em falência fraudulenta."  
[ORTEGA Y GASSET, J., 1989, pp. 38-39].

Procura o autor, então, caracterizar a História como construção, de forma que esta seja uma história verdadeiramente científica. Para isso, argumenta contrariamente a Leopoldo de Ranke, de que a história não é como efetivamente se passaram as coisas e sim uma construção constituída de dois atos: invenção e colagem dos dados brutos a esta invenção. Alguns historiadores, talvez, questionem a tese do autor mas, para nós, a questão fundamental é o que ele sugere aos historiadores:

"O que eu peço aos historiadores não é mais senão que levem a sério isso mesmo que fazem, que de fato praticam e, em vez de construir a história sem dar tento do que fazem, preocupem-se em construí-la deliberadamente, partindo de uma idéia mais rigorosa da estrutura geral que tem nossa vida e que atua idêntica em todos os lugares e em todos os tempos." [ORTEGA Y GASSET, J., 1989, p. 30].

Este parágrafo do autor solicita "perceber o que é a fim de instrumentalizar". E é o mesmo que iremos solicitar aqui aos cientistas em geral, "perceber como fazem a fim de instrumentalização".

Esta atitude, este passo adiante, nos remeterá a um outro estágio da técnica, à técnica do engenheiro. Esta constituição da técnica em uma "técnica do engenheiro" já pode ser percebida quando observamos a Engenharia de Sistemas e a Engenharia de

Produção. Só que ela não se restringe às aplicações em Informática, ela também está relacionada à proposta de Ortega Y Gasset com relação ao novo proceder do historiador, ela está relacionada com um processo de gestão de recursos para controle e otimização dos processos produtivos. Ela está fundamentalmente relacionada a esta tese. Nesta estamos formulando uma nova proposta epistemológica na qual as idéias de controle e de engenho são centrais<sup>10</sup>, uma proposta onde diversas atitudes vencedoras são observadas e expostas em seu âmago, de forma a fazer o que acima enunciamos: **perceber a fim de instrumentalizar**. Observamos o controle dos processos de articulação da linguagem em parceria com uma indução experiencial, o controle das idéias e coisas, via re-inspeção, através do artefato escrita e sua otimização através do artefato/engenho alfabeto, veremos o controle dos enunciados e das OLVs<sup>11</sup> via Lógica Crisp e os engenhos que formam o método semiótico estruturado de seu ensino, veremos ainda o controle da boa prática científica através das linguagens científicas, o controle de erros em processos etc. .

#### 2.4 PRIMEIRAS NOTÍCIAS SOBRE O "ESTÁDIO DO ENGENHEIRO"

No item anterior argumentamos que Platão deliberadamente manipulou duas técnicas: a escrita, que se consolidava em seu tempo e a Filosofia, da qual, para nós, ele é de fato o inaugurador, isto é, o primeiro filósofo propriamente dito. Se, por um lado, em seu tempo, tempo da “Técnica do Artesão”, não se distingue a técnica do técnico, tal como acontecia com Sócrates, e Platão oficialmente se conforma com a tradição de seu tempo, por outro lado ele mesmo percebe que a técnica não é o técnico, tendo uma antevisão do próximo estádio, e prepara em sua Academia o gérmen modificador. Como podemos afirmar com tanta certeza que Platão distinguia a técnica do técnico e que ele tinha consciência de que a Filosofia ou Literariedade Filosófica era distinta da literariedade corrente, tal como aquela utilizada no teatro grego, ou mesmo a do tipo utilizada em HISTÓRIA de Heródoto? Antes de responder, devemos trazer à baila que aquilo que denominamos de civilização grega é um marco na história mundial. Não tanto pelos motivos que tradicionalmente se cogitam, mas pelo fato de que os gregos deram dois passos fundamentais nos processos comunicativos. O primeiro passo foi o desenvolvimento da escrita do tipo alfabético. No silabário fenício, as sílabas “ba”,

---

<sup>10</sup> A transformação da Epistemologia em uma engenharia.

<sup>11</sup> Operações Logicamente Válidas.

“be”, “bi”, “bo” e “bu” são representadas por cinco símbolos em contrapartida ao alfabeto em que empregamos seis (cinco vogais e a consoante b). Porém, ao representarmos “ta”, “te”, “ti”, “to” e “tu”, acrescentamos apenas mais um símbolo o “t” e no silabário fenício são acrescentados mais cinco. Para as sílabas “la”, “le”, “li”, “lo” e “lu”, acrescentamos somente o “l” e no silabário mais cinco e assim por diante. Desta forma, o número de caracteres do alfabeto grego (ou equivalente) é bem menor e de mais fácil memorização. Além disso, as vogais fonéticas são razoavelmente representadas morfologicamente, isto é, por exemplo, as vogais fônicas ê (de selo), é (de fé), e (dele), e (menino) entre outras, são representáveis todas pelo símbolo “vogal e” com pequenos ajustes de sinal, se houver necessidade vital de distinção (tipo acentos agudo e circunflexo). Assim sendo, com menos de trinta símbolos percorre-se razoavelmente toda a sonoridade oral. É um sistema onde qualquer um aprende. Mesmo uma jovem adolescente, com a vicissitude da idade e com pouco treinamento científico, torna-se mestra, como, por exemplo: a grande maioria das nossas professoras do primário (que cursavam, até bem pouco, um secundário de apenas três anos e que, além das matérias comuns, incluíam “também” as de alfabetização). Essa técnica, o sistema escritural alfabético, permitiu que, liberados dos graves problemas de sintaxe, pudessem os gregos dedicar-se às questões semânticas e pragmáticas. Uma revolução cuja monta poucos se deram conta<sup>12</sup>.

Mas devemos reconhecer que havia algo mais no espírito grego. Os romanos, seus sucessores imediatos e aprendizes, viveram também o “estádio da técnica do artesão” e desenvolveram conhecimentos estreitamente relacionados à questão da representação alfabética, tal como a sistematização das regras de relacionamento social e das regras de poder, isto é, desenvolveram o Direito. Mas os romanos olvidaram outros aspectos possibilitados com essa técnica. Já os gregos avançaram: tiveram uma trajetória cultural mais fecunda, porém menos duradoura. Os gregos possuíam peculiaridades sociais, geográficas, históricas etc. que os diferenciavam dos romanos; eram, por exemplo, comerciantes que viraram guerreiros e não o contrário. Seria cansativo e um tanto desfocado, no presente trabalho, ter que defender aspectos que julgamos pertinentes ao povo grego do Período Severo (mais ou menos 800 a.C.), mas

---

<sup>12</sup> As técnicas de representação escrita, antes dos Fenícios, eram fundamentadas no “objeto” a ser representado, isto é, no “o quê”. Eram as conectadas a uma herança/tradição pictográfica. Os Fenícios dão um passo fundamental e “ancoram” a representação escrita no “modo”, isto é, no “veículo de representação”: na oralidade (no como). Rompem a tradição pictográfica e criam um outro tipo de logografia (no capítulo 4 voltaremos a comentar). Os gregos aperfeiçoaram a técnica.

em linhas gerais diríamos que no alvorecer da cultura grega o homem grego era um homem “de periferia”; o centro do processo civilizacional, à época, era a Pérsia (os EUA da época) e o “velho mundo” o Egito. Assim sendo, não seria desastroso comparar a Grécia de 800 a.C. ao Brasil de hoje, somente a título de buscar uma escala razoável de comparação. A cultura grega, totalmente influenciada pelas civilizações dominantes, “esbarra” na técnica alfabeto. O resultado é o surgimento de uma cultura sem precedentes na história humana. O homem grego libera-se do ônus da memória pela “palavra escrita”, e isto só é possível porque a sintaxe desse sistema escritural é, por comparação a outros sistemas escriturais, fácil. Daí poder construir uma literariedade (ou literacia), da qual somos herdeiros, totalmente diferenciada da praticada no resto da humanidade. No Ocidente não é incomum alguém se arriscar a ser escritor e o número de obras produzidas é gigantesco. O surgimento da imprensa, com Gutenberg, se transforma em marco cultural no Ocidente, e na China, berço original da imprensa, nem ao menos fez *frisson*.

A maioria dos textos de História da Ciência não faz menção ao fato. Os poucos que o fazem, a exemplo O UNIVERSO DE PLATÃO, de Gregory Vlastos, não enfatizam tal aspecto de forma suficientemente explícita. Porém, o texto acima toca num aspecto crucial. Assim como as vogais introduzidas no silabário geraram o sistema alfabético, e este decompõe morfologicamente toda a representação oral, seria possível construir as “letras do universo”. Isto é, com cinco elementos, ou dois elementos, ou com átomos, ou como salienta o texto de Vlastos, com *stoicheas* (letras) poderíamos estabelecer a sintaxe da *Phisys* e então desvelar seus aspectos semânticos e pragmáticos. Essa analogia dos Pré-Socráticos, por um lado ingênua, por outro lado profícua, na medida em que inspirou o pensamento grego, foi levada a cabo inclusive por Platão, através de seus modelos geométricos. Dessa forma, não foram os *Physiologoy* tão geniais assim: há uma raiz inspiradora, as vogais do alfabeto. Entretanto, os físicos de nosso tempo, que em geral rejeitam de antemão as considerações da Lógica e da Semiótica e que são o grupo preponderante em História e Filosofia da Ciência, acharão nossas considerações injustas; talvez por serem apreciadores do atomismo grego e da “permanente mudança” heracliana aos quais associam as idéias da mecânica quântica e da energia, e por causa do engessamento da Lógica Aristotélica, somente superada por Boole e Frege, resistam tanto em analisar estes outros aspectos. Cremos ser este o principal motivo pelo qual não houve ainda o exato dimensionamento da contribuição da questão.

Retornando a Platão, nas questões da consciência da diferenciação do ato técnico do ser do técnico, ele planejou a axiomatização da Geometria na Academia. Empreitada que foi levada a cabo pelos discípulos da **Academia** e que encontrou seu modelo definitivo nas mãos de Euclides de Megara, aluno da **Academia**<sup>13</sup>, em OS ELEMENTOS. Platão procurou construir uma literatura didática que fizesse a ponte entre a oralidade ainda dominante e a literariedade nascente. Privilegiou a forma de “diálogos”, textos que são conhecidos. Há uma parte da sua obra, destinada ao público interno da Academia, que se reputa em prosa, que se perdeu. A literariedade de Platão apresenta os requisitos básicos da Lógica, isto é, seus princípios: Terceiro Excluído, Não Contradição e Identidade. Acontece que o faz implicitamente, tal como nos diálogos socráticos onde a exigência na consistência do discurso é a principal questão subjacente ao tema tratado. Não há tratamento explícito à Lógica tal como se atribui a Aristóteles. Ele usa, mas não explicita. Entretanto, não se pode negar que o tipo de literacia que este pratica é de cunho diferente daquele praticado pelos seus antecessores e que este inaugura tanto uma literariedade que prioriza o código Lógica (em detrimento de outros códigos, tais como os códigos culturais, como por exemplo, a tradição), quanto uma sabedoria que veste a camisa de força da Lógica (tal como se admite no FIM DA FILOSOFIA de Heidegger). Esta nova forma de sabedoria, este subconjunto da *Sophia* é a *Philosophia*, este subconjunto da literariedade é a literariedade filosófica.

A consciência de que a técnica não é o técnico advém do fato de que, ao perceber que houve uma incorporação de um algo (técnica, método, código ou outro termo designativo) na literacia que pratica, Platão projeta para sua Academia uma missão: levar este “algo” à Matemática. Eis o método axiomático inaugurado por Euclides em OS ELEMENTOS<sup>14</sup>.

A continuidade dessa tradição literária/filosófica, ou um passo seguinte fundamentado na mesma, os romanos não deram e, por isso, são os responsáveis pela ruptura da linha que une os gregos à Idade Moderna. Isto é, há descontinuidade já naquele ponto da História. A preservação da obra filosófica e pré-filosófica grega não é bem feita pelos romanos. O pouco que se preserva é obtido e, então, preservado pela cultura do Islã, mas a tradição literário/filosófica também não ganha curso<sup>15</sup> nesta

---

<sup>13</sup> Tanto Espeusipo quanto Xenócrates, sucessores de Platão, como escolarcas da **Academia**, levam a cabo o que se chamou de fase pitagorizante. Tal fase é, na verdade, o projeto que culmina com OS ELEMENTOS [MAGALHÃES-VILHENA, V., 1984, p. 434].

<sup>14</sup> Com isso, respondemos à pergunta feita no início do item 2.4.

<sup>15</sup> “Ganhar curso” é se estabelecer culturalmente, tornar-se uma prática cultural na linha do tempo.

tradição. A “verdade” dos homens é muito “cara”, já sabiam isso os romanos e também percebeu isso o Islã. Apesar disso, a contribuição do Islã, na preservação das obras gregas, é reconhecida e reverenciada. Então, houve a ruptura por parte dos gregos e posteriormente a retomada, por parte dos modernos, sem praticamente haver acréscimos no período de interstício. Aí está o motivo fundamental por que ainda hoje sofremos a influência grega. Se retirado este período de descontinuidade (salvo no campo jurídico), quase não recebemos influência de todo o período no que tange à Filosofia, e assim, não estamos de fato tão longe da alma grega.

Vencida esta escaramuça, podemos avançar pelo fio condutor dos sistemas de representação (ou linguagens) e perceber que: a popularização do sistema alfabético engendrada pela imprensa, a melhoria gradativa da representação notacional da Matemática, a superação (ainda que parcial) do argumento de autoridade tipo: “Aristóteles falou (...)”, “Pitágoras falou (...)”, “Está na bíblia (...)” acabam por permitir o surgimento da Geometria Analítica nas mãos de Descartes e da Matemática Epistemológica (Cálculo Diferencial e Integral) nas mãos de Newton e Leibnitz. Naturalmente, sabemos que estes últimos não sabiam que estavam a inaugurar uma Matemática de cunho diferenciado, como por exemplo, da Geometria Euclidiana (onde o lado é de tanto, e não tende a ser de tanto). É uma viragem que dura cerca de duzentos a trezentos anos e que inclui o “Renascimento” e a “Revolução Científica dos Séculos XVI e XVII”. Não é sem mártires, entretanto, que esta prática científica se consolida. A reação do *status quo* vigente, em particular da Igreja Católica, através da Contra-Reforma, do Neo-Tomismo e das pressões políticas e econômicas (entre outras formas) só não lograram sucesso porque inauditas alianças surgiram entre: o Estado moderno, uma burguesia nascente, a ciência moderna, o Mercado e as igrejas reformadas. Fatos como a descoberta da América, as descobertas fisiológicas da Biologia e as descobertas da Física, o surgimento da indústria e o ressurgimento de grandes cidades, fizeram com que, gradativamente, um novo tempo se firmasse, um novo poder desafiasse e confinasse o antigo e que um novo modo de vida aparecesse, é a “Técnica do Técnico” que se estabelece; a universidade que renasceu em Bolonha toma o aspecto de Escola Politécnica; é a técnica sendo instrumentalizada e diferenciada do técnico.

Da mesma forma que Platão anteviu o estágio posterior, ainda que se conformasse com a tradição de seu tempo, homens de mesma fibra intelectual vão, hoje, gradativamente desvelando o estágio seguinte. Pululam os exemplos de decomposição dos saberes modernos em níveis cada vez mais elementares: a Física Quântica, a Engenharia Genética, a Lógica Moderna e a Teoria dos Conjuntos, a Teoria dos Quirais

mais recentemente, a Engenharia de Produção e de Sistemas, a Nanotecnologia, entre outras realizações já acontecidas ou em curso. Naturalmente que estes desdobramentos transparecem na compartimentação e reagrupamento dos objetos do conhecimento (surgimento de novas áreas, tal como a Ecologia, Teorias da Mente, Lógicas Paraconsistentes, Fuzzy, etc.), na reavaliação do método científico e de seus desdobramentos (questionamento permanente das Ciências Humanas e Sociais com relação à uniformidade de método), e aqui, em nossa proposta, na análise dos mecanismos transportadores do conhecimento e da informação: os sistemas de representação. Este novo modo de fazer conhecimento, mais detalhado, mais multifacetado, que tem necessidade de uma engenhosidade extra e que não se conforma com os escaninhos tradicionais da ciência moderna é a “Técnica do Engenheiro”, um novo estádio de afazer técnico.

Há algo ainda a dizer: durante a consolidação da técnica do artesão, a prática socrática de questionar a construção do conceito no que tange à sua consistência, exigência do nível seguinte e antecipada na filosofia de Platão, foi considerada uma “chatice” por muitos de seus pares atenienses. Já na Técnica do Técnico, rincão do qual nos afastamos para adentrar na Técnica do Engenheiro, a exigibilidade da minúcia representacional pela Lógica e pela Matemática e mesmo a questão da construção formal do conceito ainda é considerada “engessamento do pensamento e da criatividade”, considerada também uma chatice por aqueles representantes da Técnica do Técnico. Somente uns poucos nomes dão a estas questões a importância devida e entre estes destacaremos o nome de John Maynard Keynes que, ainda doutorando, tinha como questão o que era a Subjunção, o Limite e o que era de fato a Probabilidade<sup>16</sup>. Esta exigência conceitual que alguns teóricos como Keynes possuem para fluir em suas teorias estão envoltas no âmago do novo estádio que possui uma exigência de controle teórico muito maior que as fases antecedentes. Perguntas tais como: O que é vida? O que é probabilidade? O que é um átomo? O que é mente? O que é o limite? Essas, entre outras questões, exigem uma resposta precisa<sup>17</sup>. Não basta operar com tais coisas, há

---

<sup>16</sup> Conforme se vê em A TREATISE ON PROBABILITY [KEYNES, J. M., 1988, pp. 10-20].

<sup>17</sup> Não é possível fundar, por exemplo, o conceito de probabilidade na “<<fê>> que alguém possui acerca da realização de um determinado evento”. O termo “fê” representa um conceito complexo e não um conceito ostensivo (intuitivo), ou um conceito analítico bem construído. Fazer de tal conceito um sustentáculo para as interpretações e desdobramentos do uso da Teoria das Probabilidades (em particular na Física e na Economia) seria o equivalente, na Ciência Jurídica, a entronizar a “Justiça” como peça fundante do conceito de Direito. Um absurdo, dado que o termo “Justiça”, tal como o termo “fê”, não encontra, de forma satisfatória, entendimento preciso dos conceitos que representam. Somente os leigos “acham” que o Direito é baseado no conceito de Justiça. Aprende-se nas cadeiras elementares do Bacharelado em Direito que isso

necessidade de se esclarecer com o que se está operando. Há necessidade de se esclarecer o conceito e sua filiação conceitual.

No próximo capítulo iremos apresentar um conjunto de correlações entre metafísicas, modernidades e técnicas que irá propiciar uma melhor compreensão/amalgamamento de nossa argumentação com as práticas historiográficas e epistemológicas correntes.

---

não acontece e que, por esse motivo, o conceito fundante é o de “Legalidade”; este último definido analiticamente. “Princípio da Legalidade” na Constituição Federal da República Federativa do Brasil: “Ninguém será obrigado a fazer ou deixar de fazer alguma coisa senão em virtude de lei”. “Princípio da Legalidade ou da Reserva Legal” no Direito Penal (Código Penal pátrio): “Não há crime sem lei que o defina; não há pena sem cominação legal”. Este último é uma especialização/corolário do primeiro.

## CAPÍTULO 3

### CORRELAÇÕES ENTRE METAFÍSICA, MODERNIDADE E TÉCNICA

"E disse o Senhor: "Eis que o povo é um, e que todos têm uma mesma língua: e disto é o que começam a fazer: e agora, não haverá restrição para tudo o que eles intentarem fazer? Eis, desçamos, e confundamos ali a sua língua, para que não entenda um a língua do outro." Assim o Senhor os espalhou dali sobre a face de toda a terra; e cessaram de edificar a cidade. Por isso se chamou o seu nome Babel (...)"

Gênesis, 11

## CAPÍTULO 3

### 3. CORRELAÇÕES ENTRE METAFÍSICA, MODERNIDADE E TÉCNICA

No capítulo anterior iniciamos a apresentação do homem como um ser técnico e dos grandes ciclos desse desenvolvimento técnico. Tal prática, a de fatiar a história em ciclos, foi utilizada por outros pensadores, tais como Comte (1978), Ortega Y Gasset (1963) e outros<sup>1</sup>. Acontece que, ainda que a prática de fatiar a história seja comum em diversas áreas, sob o ponto de vista da Epistemologia, há um ineditismo nas idéias apresentadas, dado que os nomes supracitados não são de “epistemólogos” no sentido clássico. Há, então, a necessidade de se amalgamarem as idéias apresentadas com o fluxo majoritário das idéias em Epistemologia, em particular com Gaston Bachelard, Thomas Kuhn e Karl Popper. Neste capítulo, correlacionaremos nossos estádios da técnica com as diversas metafísicas e modernidades, cumprindo esta exigência formal da área de Epistemologia. Este cumprimento do rito acadêmico não é inócuo, é de fato necessário demonstrar a compatibilidade de nossas idéias, ainda que a maioria inovadoras, com as idéias centrais da prática epistemológica. Intentaremos ainda, nesse capítulo, desvelar o *ethos* de nosso tempo, assim como alguns de nossos desafios.

Diz-se que a produção de conhecimento no século XX ultrapassou em volume todo o conhecimento produzido anteriormente. Entretanto, este volume de conhecimento produz em alguns a estranha sensação de que quanto mais conhecemos mais perdemos algo de nossa identidade de “ser” humano. Tal sensação de perda nos fará empreender uma viagem de volta às raízes do conhecimento de matriz greco-cristã (que denominaremos de ocidental), buscando detalhes que foram perdidos ou mal percebidos ao longo da jornada histórica e que possam, de alguma forma, iluminar as questões que aqui estão sendo tratadas. Esta inquietação permanente obriga-nos a rever velhas conceituações, buscando encontrar caminhos até então não percebidos e apontados. Assim sendo, o capítulo demonstrará a existência de uma correlação entre as diversas metafísicas, os estádios da técnica e as modernidades, sendo que esta

---

<sup>1</sup> Heilbroner, por exemplo, famoso historiador da Economia, divide em três ciclos a história da produção humana: Sistema de Tradição, Sistema de Mando e Sistema de Mercado [HEILBRONER, R. L., 1972, pp. 23-32]. Até Platão o fez quando exibiu o Mito das Idades.

correlação é balizada pela nossa inserção da categoria linguagem junto a objeto e método.

Iremos desenvolver ainda, neste capítulo, uma pequena revisão bibliográfica necessária à apropriação de alguns jargões básicos utilizados em História e Filosofia da Ciência. Em particular, veremos as principais conceituações de Bachelard e Kuhn.

### 3.1 A NOÇÃO DE OBSTÁCULO EPISTEMOLÓGICO

Em "ESTUDO SOBRE A EVOLUÇÃO DE UM PROBLEMA DA FÍSICA: a propagação térmica nos sólidos", Gaston Bachelard propôs uma nova abordagem em História da Ciência, que envolvia o conceito de obstáculos epistemológicos. Segundo Bachelard, problemas dessa natureza (tipo obstáculo) não se devem à má operacionalidade de conceitos, ou mesmo observações errôneas, e sim à necessidade de uma reformulação radical dos conceitos utilizados. Nessa reformulação está em jogo muito mais do que a simples permuta de conceitos, busca-se uma mudança no “estado de espírito” do pesquisador. Esse "estado de espírito" se relaciona com a forma como o pesquisador percebe o "mundo", ou a "circunstância" ao seu redor, isto é, utilizando a terminologia de Ortega Y Gasset:

"(...) são convicções comuns a todos os homens que convivem em sua época: é o espírito do tempo." [ORTEGA Y GASSET, J., 1989, p. 52].

Também Kuhn afirma que nenhum grupo pode

"(...) praticar seu ofício sem um conjunto dado de crenças recebidas." [KUHN, T. S., 1990, p. 23].

Construir um novo “estado de espírito” em pesquisadores, que a princípio estão satisfeitos de como as coisas se encaminham, é extremamente difícil. A presente tese, para lograr melhor aceitação entre os pares deve incluir, de forma acessória, esse outro objetivo. Daí não ser possível abraçar o estilo ático de discurso, conciso e objetivo, como já anteriormente alertamos. Para se re-construir um “estado de espírito”, sem criar rejeições por parte dos pares, é necessário realizar um exercício de argumentação

somente compatível com o “método das aproximações sucessivas”. Tal método é típico do estilo asiático de discurso e demonstra-se, então, pela logicidade da exposição, que as inovações acrescentadas são até mais profícuas que aqueles pontos abandonados<sup>2</sup>. Daí, por vezes, sermos “acusados” por alguns leitores críticos<sup>3</sup> de estarmos, numa tese de doutorado, re-contando a história da ciência e re-vedo conceitos fundamentais de Epistemologia. Cremos que tais acusações são redentoras, pois é justamente isso que é exigível em termos epistemológicos e historiográficos. Quando se trabalha em áreas multidisciplinares é comum esse espanto por parte de alguns pesquisadores ao trazermos, a alguém da área X, uma prática até corriqueira na Área Y, ou vice-versa. Com isso, embora alguém possa considerar extremamente extensiva nossa exposição, creia-nos: ela é necessária.

Retornando a Bachelard: À superação de um "obstáculo epistemológico" se diz "ruptura epistemológica" e o ato em si é denominado de "ato epistemológico"; entre várias outras, são situações análogas às conhecidas:

- i) eliminação da idéia de referencial na Teoria da Relatividade Restrita de Einstein;
- ii) modificação da natureza de indagação acerca do mundo pelos “Pré-Socráticos”: "de onde veio?" para "do que é feito?";
- iii) descoberta da constante de Planck, por ele mesmo, relativa à questão de continuidade ou não de transmissão da luz;
- iv) utilização de procedimentos do tipo "experimento", ao invés de "experiência", por Galileu além de sua tentativa de descrever o movimento quantitativamente, ao invés de qualitativamente, como era praxe na tradição aristotélica.

Todos esses pesquisadores tiveram que romper com o "espírito do tempo", arriscando, algumas vezes, sua integridade profissional, a exemplo de Max Planck, e até mesmo sua integridade moral, como Galileu Galilei. Bachelard considerava que a História da Ciência deveria se preocupar com as filiações conceituais e perceber que nessa história existem flagrantes descontinuidades, isto é, rupturas epistemológicas.

---

<sup>2</sup> Como a tese é em Epistemologia e não em História da Ciência, olvidam-se certos acontecimentos e fatos que prejudicariam o fio condutor temático. Isto é, entre a precisão cronológica e a coerência temática opta-se pela segunda.

<sup>3</sup> Em geral, colegas pesquisadores de áreas estritas, áreas não multidisciplinares.

### 3.2 OS CONCEITOS DE PARADIGMA E CIÊNCIA NORMAL

Thomas S. Kuhn, em *A ESTRUTURA DAS REVOLUÇÕES CIENTÍFICAS*, usa o conceito de "ciência normal", como um conjunto de regras e procedimentos de resolução de um "quebra-cabeças", baseado em um ou mais paradigmas. Entende como paradigmas:

"(...) as realizações científicas universalmente reconhecidas que, durante algum tempo, fornecem problemas e soluções modelares para uma comunidade de praticantes de uma ciência." [KUHN, T. S., 1990, p. 13],

e como "quebra-cabeças":

"(...) aquela categoria particular de problemas que servem para testar nossa engenhosidade ou habilidade na solução de problemas" [KUHN, T. S., 1990, p. 59].

Desta forma, podemos perceber que a

"(...) ciência normal não se propõe descobrir novidades no terreno dos fatos ou da teoria;" [KUHN, T. S., 1990, p. 77],

isto é, enquanto no terreno da ciência normal, não nos confrontamos, habitualmente, com a questão do obstáculo epistemológico, esse obstáculo, como vimos anteriormente, não é um erro de operacionalização do conjunto de regras e procedimentos, é, antes de tudo, uma mudança de paradigma, uma modificação no conjunto de crenças de um determinado grupo.

Kuhn ressalta que existem alterações de paradigmas evocadas por descobertas, tais como a do oxigênio. Entretanto, as alterações causadas por este tipo de descoberta são de natureza diferente daquelas precedidas

"(...) por um período de insegurança profissional pronunciada (...)" [KUHN, T. S., 1990, p. 95],

face ao

"(...) fracasso constante dos quebra-cabeças da ciência normal em produzir os resultados esperados." [KUHN, T. S., 1990, p. 95],

tais como o caso do éter luminífero (que de forma direta ou indireta provocou a Teoria da Relatividade), ou na questão da descrição astronômica (provocando a Teoria da Gravitação Universal de Newton).

### 3.3 A LINGUAGEM E O MÉTODO NA HISTÓRIA DA CIÊNCIA

Após essa rápida revisão bibliográfica acerca de termos tais como “ruptura epistemológica”, “paradigma” e “ciência normal”, iremos, ainda neste capítulo, fazer um recorte da História da Ciência, onde primaremos por considerações envolvendo as categorias objeto, método e linguagem.

Segundo Havelock, uma das chaves para a compreensão do universo grego clássico é a compreensão da "equação" oralidade-literacia. A oralidade, também denotada como tradição oral-mítico-poética, havia desempenhado, de forma inequívoca, funções sociais na Grécia, em particular a da instrução de seus filhos e a de preservação de valores consagrados pela aristocracia grega, até o aparecimento das obras de Homero e Hesíodo em forma literária e, após este surgimento, continuou a exercer as mesmas funções, em face de que, esta primeira literaciedade (ou literatura grega arcaica) era de cunho mítico-poético. Havelock propõe que o alfabeto representa um "salto técnico" sendo seu

"(...) irromper no cenário da Grécia, como uma peça de tecnologia explosiva, revolucionária por seus efeitos na cultura humana (...)" [HAVELOCK, E. A., 1996, p. 14].

O autor propõe a tese de que houve um diferencial no ato de transcrição da cultura oral grega para sua forma literária, em vista de sua escrita alfabética; o que não teria acontecido com a cultura oral hebraica e do Oriente Próximo, em face de seus outros sistemas de escrita, isto é, as culturas orais destes povos não chegaram até nós<sup>4</sup> devido à intradutibilidade das mesmas, pelas escritas não alfabéticas desenvolvidas por estes povos. Na escrita grega os símbolos isolaram e dispuseram, com economia e precisão, os elementos do som lingüístico em uma tabela apreensível na infância, permitindo um

---

<sup>4</sup> Queremos dizer com “integridade e volume” e sem distorções irrecuperáveis.

reconhecimento visual dos fonemas lingüísticos [HAVELOCK, E. A., 1996b, p.14].<sup>5</sup> Isto é o mesmo que afirmar que a qualidade da ferramenta alfabeto grego teria provocado um tipo de linguagem, ou sistema de representação novo, com possibilidades de traduzir a maior parte dos elementos da téttrade lingüística (fonologia, sintaxe, semântica e pragmática) antiga, da tradição oral-mítico-poética.

Algumas diferenças entre letrados e não letrados podem ser apontadas, observando as pesquisas antropológicas de Alexandre Luria [HAVELOCK, E. A., 1996b, pp. 57-58]:

- a) letrados, podem reconhecer e definir num construto categoria: caso se pergunte qual o formato de uma roda, um prato, ou outro objeto redondo qualquer, este é capaz de definir o formato como círculo ou circunferência (sabemos que, do ponto de vista matemático, há diferença);
- b) iletrados, reconhecem a forma circular ora como prato, ora como roda ou através de qualquer outro objeto semelhante; o que nos faz perceber que seu "pensar" está apoiado em uma base analógica e não conceitual.

Havelock, com relação a esta observação, faz questão de dizer que os iletrados não são capazes de realizarem operações dedutivas formais, apresentando inclusive um exemplo, de Luria, como reforço. Acredita Havelock que a capacidade de trabalhar com conceitos e categorias é suficiente para definir um raciocínio lógico-dedutivo. Isto é falso. A validade do trabalho de Havelock não fica comprometida com este pequeno e fundamental equívoco, mas a extensão de suas deduções, sim. Se a capacidade de trabalhar com categorias e conceitos fosse condição necessária e suficiente para o raciocínio lógico-dedutivo, Sócrates jamais teria sido levado a julgamento. Todos aqueles que foram por ele inquiridos teriam percebido a natureza de seu erro. E todos, na Grécia Clássica, teriam se curvado ao mesmo, como mestre supremo de raciocínios a partir de categorias e conceitos. Entretanto, o que se percebe, a partir dos Diálogos de Platão, é que trabalhar com categorias e conceitos é condição necessária mas não suficiente.

---

<sup>5</sup> Se retornamos a Havelock muitas vezes é pelo fato de que sua inserção anterior em textos de Epistemologia e História da Ciência é praticamente nenhuma. Dessa forma, ao insistirmos em rerepresentar suas idéias, que aqui foram tomadas como hipótese de trabalho, procuramos deixar

### 3.4 O ALVORECER DO CONHECIMENTO CIENTÍFICO

Diz-se, geralmente, que, certo dia, Tales de Mileto lançou ao mundo uma pergunta de característica inteiramente nova, rompendo com a tradição de seu tempo. Ao invés de perguntar "De onde veio?", perguntou: "Do que é feito?". A tradição a que Tales dá origem é, ora dita como a "linhagem" dos "Pré-Socráticos", ora dita dos "*Physiologoy*". Devido ao fato de pensarmos em um "início" da ciência, e não particularmente da Física ou Filosofia, utilizaremos, preferencialmente, o termo "Pré-Socráticos". Esta ruptura com a tradição de seu tempo foi a primeira ruptura epistemológica noticiada na história, ruptura no objeto do conhecimento<sup>6</sup>. Inicia-se a longa jornada, que dependerá de outros fatores, a saber: método e linguagem.

No que tange à existência de outros objetos científicos anteriores a Tales e à Grécia, não podemos dizer que seriam estes "objetos científicos", que a descoberta de relações matemáticas por outros povos ou mesmo de especulações acerca do conhecimento, da origem e destino do homem, seriam atos epistemológicos "legítimos". Nenhum outro povo deu continuidade de tratamento a estes objetos, tal como se deu na Grécia Antiga. O "esbarrar" em um objeto ou fenômeno científico, sem reconhecê-lo, não significa nada. Vários fenômenos científicos foram observados ao longo da história e nem por isso geraram necessariamente alguma tradição. Tales, ao contrário, é reconhecido e deu continuidade a seu "perceber o mundo", através de seus discípulos Anaximandro e Anaxímenes. Quanto à precedência entre Tales e Pitágoras no tocante à Matemática, persistem dúvidas. De qualquer forma, pensamos que Tales tenha tido um proceder menos mítico e mais científico do que Pitágoras.

Tanto o método, quanto as linguagens, demoraram muito a efetivamente florescer. Como vimos, através de Havelock, o fenômeno grego muito se deveu ao tipo de sistema escritural, o alfabeto, produzido por aquele povo<sup>7</sup>. Na medida em que a prática da controvérsia, ou melhor, a Erística, se desenvolveu, culminando na prática

---

o leitor, principalmente o leitor especializado, menos desconfortável no processo de assimilação das questões suscitadas.

<sup>6</sup> Devido a essa mudança de pergunta, o objeto do conhecimento deixa de ser a história de uma certa "coisa" e passa a ser a essência dessa própria "coisa". Tales responde que todas as coisas possuem a "água" como essência.

<sup>7</sup> A data do início da utilização do alfabeto é incerta. Acredita-se que a *Ilíada* é uma obra de composição oral e que depois foi adaptada (traduzida) para o sistema escritural alfabético. Esse uso da escrita alfabética detonou na Grécia o tal período de confucionismo, que reputamos como o "Renascimento Grego".

sofística, dava-se, através dos "Pré-Socráticos", uma melhor determinação dos objetos e o início da constituição da Lógica, principalmente através de Parmênides e seus discípulos. Não é gratuita a afirmação de muitos especialistas acerca da paternidade de Parmênides a Platão. É da combinação da Erística, com o alfabeto e com a Lógica, que surge a literariedade filosófica<sup>8</sup>.

Tanto o método quanto a Lógica ficam razoavelmente estabelecidos com Sócrates. Entretanto, este está vinculado ainda à tradição oral, não à literária. É mais um professor de ciências do que um cientista (se fizermos com ele uma analogia moderna). Platão, seu discípulo, em seguida, unirá ambos em um. Platão usa o método socrático, que era a verificação da possibilidade de verdade pela eliminação de falsidades relativas à forma, não à empiria. Este primeiro "método científico" teria suas melhores aplicações em objetos muito especiais, aqueles que não demandassem verificação experimental, a saber: nos objetos matemáticos e nos objetos filosóficos.

A Matemática e a Filosofia são linguagens da ciência e são ciências na medida em que voltam-se para si, gerando objetos próprios, discursos sobre si mesmas.

Platão praticou ciência: Matemática, Filosofia, Pedagogia, Sociologia, Direito, Política, etc. , na medida em que se utilizou efetivamente e conscientemente das linguagens matemática (não ainda de forma completa) e filosófica. Sua obra, constituiu-se em um artefato mental contra seus opositores, tal como a tecno-ciência é utilizada em nosso tempo. Dessa forma, Platão comete, tal como Tales (que rompeu com o objeto) e tal como Sócrates (que rompeu com o método e passou a exigir compatibilidade conceitual), outro ato (e ruptura) epistemológico: cria e usa uma forma de literacia nova: a literariedade filosófica. Isto é, a prática de sua literacia especial é realizada segundo os ditames da Lógica (disciplina e código ainda não explicitados e diferenciados fora da linguagem especial de Platão). Seu discípulo Aristóteles analisa o código subjacente à linguagem e ao próprio método, dando a este o nome de Lógica (uma espécie de Karl Weierstrass da Antigüidade), ele não só utiliza a Lógica como razoavelmente a delimita<sup>9</sup>. Aristóteles, junto com seus colegas da Academia (incluindo Euclides) são os

---

<sup>8</sup> Essa literariedade diferenciada da literariedade original grega, que denominamos de literariedade filosófica, é o equivalente da matemática de Newton, que é diferenciada da matemática utilizada por Galileu.

<sup>9</sup> Este uso da Lógica realizado por Aristóteles é parcial. Aristóteles não discrimina o método de redução ao absurdo (pedra de toque da Lógica) e por isso cremos ser um tremendo equívoco chamar de "Pai da Lógica" aquele que "não reconhece e conhece" o coração de seu filho. A semelhança citada entre o mesmo e Weierstrass é no tocante ao fato de que Weierstrass acaba apresentando o âmago do Cálculo Diferencial e Integral (a Teoria dos Limites), linguagem mais

primeiros membros da nova modernidade que de fato se iniciou da pena de Platão. Os três atos e as três rupturas associadas, no objeto, na linguagem e no método (objeto-Tales, método-Sócrates, linguagem-Platão), geraram mais uma revolução cultural, dessa vez, a Primeira Revolução Científica.

Chamaremos de "Modernidade Antiga" ao período imediatamente posterior a esta revolução científica.

Faz-se necessária aqui uma menção ao criador dos termos "modernidade antiga" e "modernidade moderna", Henrique de Lima Vaz. Vejamos como ele introduz tais termos e que conceitos efetivamente para Vaz são abarcados:

"Se considerarmos o conceito de *modernidade* à luz da reflexão filosófica, ou seja, naquele nível conceptual que se supõe logicamente anterior à caracterização descritivamente cultural, antropológica, social ou política do fenômeno, seremos levados a uma afirmação à primeira vista surpreendente, mas cuja evidência logo se manifestará. Com efeito, o conceito de modernidade, tal como aqui iremos empregar, aparece ligado ao próprio conceito de filosofia, de sorte a se poder afirmar uma equivalência conceptual entre modernidade e filosofia: toda modernidade é filosófica ou toda filosofia é expressão de uma modernidade que nela se reconhece como tal." [VAZ, H. C. L., 1991, p. 149].

Vimos, ao longo de nossas discussões, o processo evolutivo das formas de dizer, o caminhar da oralidade para a literaciedade, através das obras de Havelock. Queremos salientar que, nessas mudanças que se processam em geral ao longo de séculos, há uma perda considerável de repertório cultural, moral, religioso, entre outras. E que, ao longo desses períodos, ou mesmo após estes, diversas vozes se elevaram para salientar o quanto se sacrificou em uma dada cultura, para se chegar a uma forma de dizer inovadora, buscando declaração nova, sem preocupação de dar manutenção ou reorganizar o antigo, ou pelo menos a parte considerada boa do mesmo. Para enfatizar o significado de tal perda, analisemos o grito angustiado de Nietzsche em O NASCIMENTO DA TRAGÉDIA NO ESPÍRITO DA MÚSICA: Em um primeiro instante o mito é surpreendido pelo poder da palavra escrita que o delimita e dá a ele

---

importante na Ciência Moderna, enquanto que Aristóteles faz algo semelhante, ao tentar apresentar o âmagô da literariedade filosófica. Ambos não publicam seus resultados: no caso de Weierstrass, são seus alunos Ferdinand Lindemann e Eduard Heine que publicam suas idéias [BOYER, C. B., 1974, p. 410], no caso do Órganon de Aristóteles, também tudo indica que foi organizado por seus discípulos. Ambos, Aristóteles e Weierstrass, já estão na labuta de suas modernidades.

uma conformação mais ou menos permanente na poesia homérica, ao sabor dos versos homéricos, antes ditos oralmente e agora fixados através da palavra escrita; ele toma para si esta nova forma de dizer, tornando "a epopéia uma enciclopédia de todas as artes e ciências" [JAEGER, W, 1989, p. 43]. Apesar disso, a oralidade ainda não está seriamente abalada, a tradição cultural grega mantém em paralelo a prática da oralidade, através da dialética comum entre os gregos, permanentes freqüentadores da *ágora*. Utilizando a terminologia de Ortega Y Gasset: a geração que cria e que percebe o ato criador da técnica de propagar o mito da maneira nova, da maneira escrita, tem como referência a antiga sobrenatureza e/ou extrato técnico e então relativiza a pretensão desta nova forma de dizer, de conseguir abarcar o todo. Porém, às futuras gerações serão dados como elementares as ocorrências desta nova sobrenatureza e/ou extrato técnico e com isso arrisca-se a perder a riqueza contida na anterior. Vemos no texto de Nietzsche que novamente a tradição oral foi em socorro do mito na forma da música dionisiaca. Ele refloresceu mais forte do que nunca, até que também a música foi envolvida pelo teatro grego, e recaiu na forma escrita, onde não contava com a força de entidades que dentro do homem estão, mas são indizíveis, inexprimíveis na forma escrita e então sucumbiram perante o olhar da crítica lógico-filosófica.

Para haver crítica lógico-filosófica há a necessidade da palavra escrita. Ainda que o objeto da crítica pudesse ser verbal, suas repetidas avaliações, e até uma re-crítica, necessitariam estar fixadas.

Pudemos observar então, ainda que de maneira fugaz, o custo da transição de uma forma de dizer para outra, o custo da inovação. Existem elementos intrínsecos às formas de dizer que podem ser inexprimíveis, ou pelo menos mal exprimíveis, em outra forma, o que anteriormente denominamos de intraduzibilidade, apesar de benefícios outros que tal transição possa trazer.

Nestas situações não muda apenas "algo no mundo", "o mundo muda". Durante o trânsito desta mudança, dizemos que o mundo está em crise, outros dão a este período de extrema confusão e insegurança o nome de Renascimento [ORTEGA Y GASSET, J., 1989, p. 70].

O que chamaremos de "Modernidade Antiga" é o período imediatamente posterior à convivência intensa entre estas formas de dizer no mundo grego. Este período anterior é um período de crise, de questionamentos, de re-valoração, de fulgurante beleza e também de dor para as gerações que vivenciaram este tempo. Nossas melhores fontes desse período são as Artes e os fragmentos dos escritos dos chamados

“Pré-Socráticos”. As sucessivas mutações na forma de entender a natureza e a modificação sucessiva no estilo das Artes nos deixam impressão de uma grande ansiedade. Já nesse período observava-se a influência de mudanças de cosmovisão nas atitudes daquelas populações: as várias formas de compreender a essência dos seres, variando do elemento primário “água” de Tales de Mileto até o princípio de permanente transformação de Heráclito, passando até mesmo pelo atomismo. A crise religiosa, pouco reconhecida [JAEGER, W, 1989, pp. 143-145], gerada pela parca possibilidade de "salvação" do povo grego, é um outro fator que apontamos para determinar a riqueza e a "crise" do período. Só eram encaminhados para a "Ilha dos Bem-Aventurados", exclusivamente os que morriam em combate. Mulheres, crianças, velhos e mesmo ex-combatentes iriam para o Hades [PEREIRA, M. H. R., 1988, p. 284]. Face a isso, houve forte propagação de cultos órficos e orientais entre os gregos (em particular o culto a Osíris), entretanto eles não abandonavam a religião grega.

Retomando a conceituação de Vaz:

“Na verdade, uma definição adequada da modernidade só pode ser alcançada com conceitos filosóficos. Etimologicamente, o termo <<modernidade>> provém do advérbio latino *modo* (<<há pouco>>, <<recentemente>>, como na expressão *modo veni*, <<cheguei agora>>), donde o adjetivo <<moderno>> já presente, segundo o *Petit Robert*, no francês medieval desde o século XIV, e o substantivo abstrato <<modernidade>> cuja aparição, em francês, data de meados do século XIX. (...) Ora, somente quando, com o nascimento da filosofia nas ilhas da Jônia no século VI a.C., a razão demonstrativa ou o *logos* como *epistème* ou como ciência passa a ocupar o centro simbólico da civilização grega, uma tal revolução na representação do tempo terá lugar. Com ela o conceito de modernidade (se não o termo) pode igualmente surgir, ou seja, a filosofia situada no *presente* da reflexão pode conferir ao mesmo presente a dignidade de instância de compreensão e julgamento do passado, ou a dignidade do *novo* que advém ao tempo como diferenciação qualitativa na identidade do seu monótono fluir.”[VAZ, H. C. L., 1991, p. 149].

A partir de nossa exposição e da transcrição do texto de Vaz<sup>10</sup>, fica clara nossa intenção de associar analogicamente à revolução científica na Grécia com a Revolução Científica dos Séculos XVI e XVII, que em geral é chamada "Revolução Científica" *tout court*.

<sup>10</sup> No texto de Vaz, este afirma o século VI como o início da Filosofia. Não há consenso acerca do início. Discordando de Vaz, para nós Platão é o iniciador, para outros é Tales de Mileto, para

### 3.5 A REVOLUÇÃO CIENTÍFICA *TOUT COURT*

Vimos no item anterior um painel do surgimento da matriz greco-cristã. Em sua construção utilizamo-nos das categorias objeto, método e linguagem. Nesta seção iremos, a partir de um comportamento analógico, re-visitamos a revolução científica que inaugura nossa modernidade.

Afirmamos anteriormente que, para haver revolução científica (que em larga medida pode ser compreendida como o termo final de uma revolução cultural), haveria necessidade de três rupturas epistemológicas associadas, no objeto, no método e na linguagem. Desta forma, discriminaremos estes acontecimentos, analogamente ao que foi feito na revolução científica grega.

#### 3.5.1 GALILEO GALLILEI

Em geral atribui-se a Galileo Gallilei (1564-1642) a paternidade da ciência moderna. Ortega Y Gasset faz dele nosso patrono *abeona* da saída da modernidade antiga e patrono *adeona* no ingresso da modernidade moderna [ORTEGA Y GASSET, 1989, p. 25]. Caso concordemos com essa terminologia, seria justo fazer de Sócrates, ao menos, nosso patrono *adeona* no ingresso da modernidade antiga, o “pai da ciência antiga?”. Sócrates ou Platão? Nossa tradição historiográfica conduziria nosso olhar à tríade Sócrates-Platão-Aristóteles. Aristóteles talvez fosse a escolha de certos grupos religiosos, mas é certo que não conhecia nem ao menos a Prova por Absurdo, pedra de toque da Lógica, ficando, assim, está imediatamente descartado<sup>11</sup>. E com relação a

---

outros Parmênides, daí a diferença de datas. Entendemos que, de fato, a ciência moderna começa com Newton, ainda que a paternidade seja de Galileu. Estamos aqui, através do método analógico e das técnicas de análise de ruptura epistemológica, verificando as paternidades e inícios. Talvez, se Vaz percebesse que daremos a paternidade a Tales e o início a Platão, conosco concordasse.

<sup>11</sup> A construção dos princípios e métodos da Lógica pertencem ao “caldo cultural” do período de transição (que denominamos de Renascimento Grego), bastando, para confirmar, vislumbrar Parmênides, Heráclito, o método hipotético dedutivo de Platão, o cerne desse método hipotético dedutivo que é a Prova por Absurdo, semeada por Sócrates, o parricídio (também de Platão), etc. . Reconhecemos que, sob o ponto de vista de iniciar uma forma sistemática de técnica conceitual e classificatória, a obra de Aristóteles deva ser investigada. Entretanto, o “saldo histórico” de Aristóteles, tal como o de Pitágoras e de alguns outros, é negativo. Acompanhamos inteiramente a opinião de Bertrand Russel. A confusão e outros erros cometidos por Aristóteles ou seus discípulos (existem suspeitas de que Aristóteles não publicou parte de seu material e que seus discípulos se precipitaram, publicando em seu nome, tal como aconteceu com Saussure) causaram severos danos aos desenvolvimentos posteriores.

Sócrates e Platão? Nenhum dos dois, pois assim como Galileu rompe com a tradição da observação dos fenômenos experienciais, tratando um tipo especial de experiência que é o “experimento”<sup>12</sup>, é Tales de Mileto que rompe com o tipo de pergunta a ser feito sobre o ente observado, trocando o “De onde veio?” para “Do que é feito?”. Desta forma, se quisermos utilizar a analogia entre a Modernidade Antiga e a Modernidade Moderna no que tange ao rompimento com o objeto como critério, deveremos nomear Tales de Mileto o Patrono Adeona de nosso Ingresso na Modernidade Antiga, pois ao perguntar: Do que é feito? Ele troca o objeto de investigação e análise. Não é mais a história do objeto e sim sua constituição que é alvo do interesse do ente. Gradativamente mudam os métodos de análise e o sistema de representação: surgirá em breve o método hipotético-dedutivo, uma certa análise conceitual, a literariedade filosófica e a matemática dedutiva de caráter ontológico.

Sabemos então que estamos, através de um procedimento analógico, com base no critério de rompimento na categoria epistemológica objeto, comparando Tales de Mileto a Galileu. Já sabemos que o objeto de Tales é novo: não é mais a história da coisa mas sim a essência da coisa. E quanto a Galileu? Vamos nos utilizar de uma “epistemologia festiva” e apenas mantê-lo como patrono, porque os livros e autores assim o fizeram? Não. Devemos aqui especificar que rompimento é esse o de Galileu e de que forma esse rompimento é, ao mesmo tempo, um “renascimento”. Vimos que Tales mudou o objeto. Durante o “milagre grego”<sup>13</sup>, na medida em que são construídas as inovações nas demais categorias epistemológicas, há aperfeiçoamentos sucessivos na

---

<sup>12</sup> O experimento, isto é, a experiência controlada, é obtida aplicando-se sobre o ente observado um método de realização do evento e de observação do mesmo.

<sup>13</sup> A denominação “milagre grego” vem do fato de que a maioria dos autores não consegue compreender como um povo, em uma região não necessariamente abastada, consegue empreender a construção de uma civilização somente comparável à nossa em ciência, filosofia, literatura, política e etc.. A maioria dos autores pensa, equivocadamente, que o alfabeto não é importante. A maioria dos autores pensa que os fenícios inventaram o alfabeto e inferem a seguinte subjunção: **se os fenícios inventaram o alfabeto e quase nada realizaram, então, não é o alfabeto o fato gerador do milagre grego**. Algumas pessoas equivocadíssimas com a Lógica e com a Filosofia acham que, pelo fato de saberem que:

- (i) como foram os gregos que inventaram o alfabeto, a alegação acima em negrito está errada. Muito pelo contrário, a alegação é verdadeira, ela é uma subjunção e nesta o antecedente é falso.
- (ii) o que não se pode fazer é a aplicação do Modus Ponens na subjunção, obtendo o conseqüente da conclusão como verdade.

Se eventualmente você se surpreendeu, pois também se “equivocou”, não deixe de atentar para o Apêndice 1 e para o capítulo IV que o comenta. Há uma sutileza entre ser capaz de passar em provas de Lógica e internalizar a Lógica como gramática de uma linguagem. Se você caiu em nossa “armadilha” e estiver entendendo o texto, agora irá prestar mais atenção.

questão do objeto. Essa “essência” buscada por Tales de Mileto toma aspectos bastante interessantes:

- (i) em Sócrates ela se torna a essência do Homem: é o “conhece-te a ti mesmo”;
- (ii) com os atomistas ela se torna essencialmente física;
- (iii) com Platão essa essência é multifacetada: se por um lado não há o descuroamento do tratamento do humano e a REPÚBLICA é a obra que cuida da reminiscência do humano em busca da formação do “rei filósofo” em direção a *dike*, por outro lado, os sólidos de Platão são a busca das “letras da natureza”. Para o ingresso neste mundo de essências, o “mundo das Idéias”, Platão adverte que o degrau entre o mundo das cópias (a realidade tangível) e o “mundo das idéias” é um estágio intermediário onde se encontram as matemáticas.

Nesse sentido, Galileu, ao buscar “não a experiência” mas sim o experimento e descrevê-lo em “letras matemáticas”, retoma a linha de pensamento da **Teoria das Idéias** de Platão. O experimento descrito matematicamente é o novo degrau no sentido platônico.

Assim sendo, fica relativamente fácil perceber que a **Teoria das Idéias** é muito mais do que uma bela alegoria, é a descrição literato-poética de um programa epistemológico para a **Academia** que alcançará seu primeiro grande sucesso com o aluno Euclides de Megara. O método hipotético-dedutivo, ao qual já se atribui a paternidade a Platão, já é acompanhado da literariedade filosófica, a filosofia platônica. Nesta filosofia platônica encontra-se embutida à Lógica, seu principal código, sua gramática<sup>14</sup>. Platão não demarca o que é a Lógica do que é a Filosofia; quem o faz posteriormente é Aristóteles, demarcando parcialmente a Lógica<sup>15</sup>.

---

<sup>14</sup> Tal como Quine vê a Lógica. Quine em sua FILOSOFIA DA LÓGICA viu a possibilidade de tratar a Lógica como uma gramática, o que Quine não viu é como explorar pragmaticamente essa possibilidade (ele confessa abertamente que não vislumbra para quê).

<sup>15</sup> Demarcação com erro, em vista do principal aspecto da Lógica, sua pedra de toque, ser a Prova por Absurdo. Quem já exercitou de forma plena o método axiomático (nome dado ao método hipotético-dedutivo quando este é usado em Matemática), construindo uma teoria científica desde a “primeira pedra”, percebeu, pois é flagrante, que o método de prova mais utilizado no início de uma teoria é justamente a Prova por Absurdo (pois, nos inícios, há falta de elementos para a dedução direta). Aristóteles também merece crédito por ter iniciado uma Teoria da Classificação e fazer algumas incursões na Teoria dos Conceitos. Nossa repulsa pela figura de Aristóteles é tal como a repulsa de Bertrand Russel. É difícil explicar ao leitor comum a origem dessa repulsa, é difícil ler Aristóteles, não porque ele é denso, mas sim porque ele é chato, pegajoso e erra onde não poderia errar e onde não é justificável errar. Há erros em quase todos os autores, erros aceitáveis, erros humanos. A sensação que se tem em Aristóteles não é

Retornando a Galileu: este não só faz renascer o quadro contido na **Teoria das Idéias**, mas ele também rompe, faz a ruptura do objeto. Platão toma esse “degrau intermediário” para ir do mundo da cópia ao mundo das idéias. Seu objetivo, seu destino é inexorável: o mundo das idéias. Em Galileu não: seu destino é o mundo da cópia. Ele faz o caminho contrário ao de Platão: vem do ideal (plano inclinado, idealmente sem atrito) para entender o mundo da cópia. Dessa forma, fica demonstrado o renascer com a ruptura.

Se há um entrar no mundo novo ao qual chamamos de modernidade, o sair é sempre um sair de algo, um mundo velho. Como denominaríamos o mundo antes do período de patronato de Tales de Mileto?

Recordemo-nos que anteriormente fizemos de Platão nosso primeiro filósofo<sup>16</sup>, nosso primeiro cientista, face à utilização plena do novo repertório de conhecimentos. Sabemos que considerar Platão membro da Modernidade Antiga sofre as mesmas críticas que considerar Issac Newton membro da Modernidade Moderna, isto porque ambos adentraram em suas modernidades sem se darem tento da mudança no

---

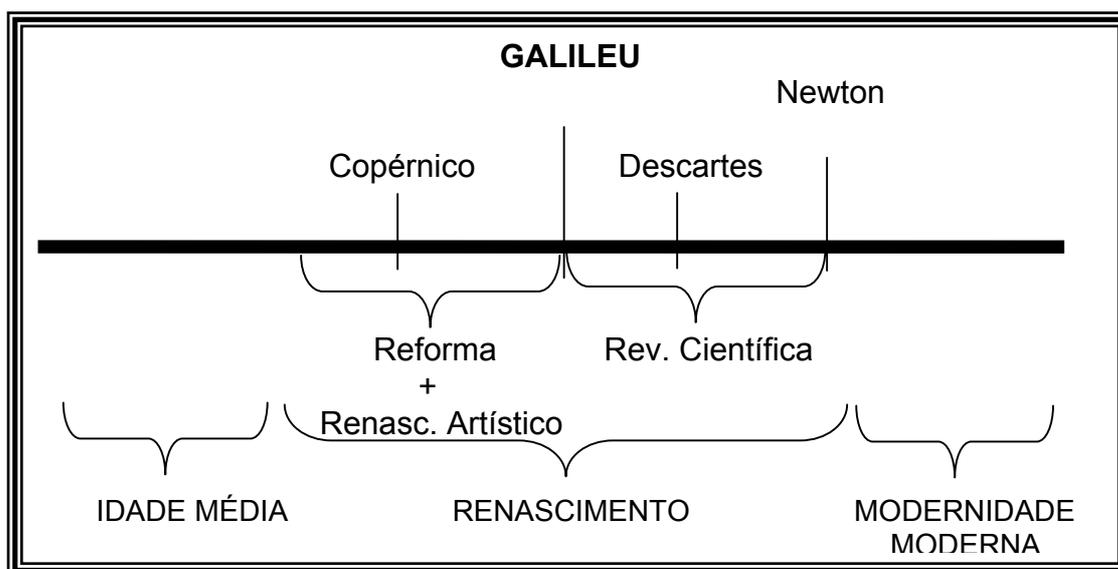
essa. Por isso a repulsa. Aristóteles é também estudante da Academia, tido pela “literatura” como um expoente, o maior aluno da **Academia**. O que essa “literatura” nunca explicou é porque nunca foi convidado para dirigir a **Academia** e teve então que se afastar e constituir o LICEU. Aristóteles nunca acreditou no programa epistemológico de Platão, talvez nunca o tenha entendido. Ou se o entendeu nunca quis a ele se referir. Perdoem-nos os matemáticos apaixonados por Gauss, mas quando sabemos que Gauss incitou as gerações posteriores a retirarem os “andaimos” de suas demonstrações, pois, tal como em um prédio, o arquiteto não deixa pista de sua obra, isso nos lembra Aristóteles, isso nos lembra Pitágoras. Ninguém poderá negar a contribuição dos nomes citados, mas a história fará e faz o saldo efetivo de suas contribuições positivas e negativas.

<sup>16</sup> Para não deixarmos confusão e obscuridade onde queremos lançar a luz, devemos chamar a atenção para alguns pontos. O patrono é um marco divisor de águas. Ele não é moderno, mas por romper um obstáculo epistemológico (no caso particular de patrono de uma revolução científica, o primeiro obstáculo da tríade objeto, método e linguagem), também não pode ser dito antigo. Em regra, quem vier depois da tríade é moderno, e quem vier antes é antigo (entre os extremos da tríade, quem estiver, pertence ao período de transição: a revolução). Acontece que a realidade não respeita nossos escaninhos didáticos, por exemplo:

- (i) há Pré-Socráticos que nasceram depois de Sócrates (são “pré” pois se guiaram por paradigmas anteriores);
- (ii) há várias escolas pós-socráticas que, seguindo algumas idéias de Sócrates, não ingressam na modernidade antiga, tal como o estoicismo (pois as partes que seguiram não foram a associadas às rupturas”);
- (iii) os seguidores da Alquimia de Newton não necessariamente ingressaram na ciência moderna;
- (iv) o Neo-Tomismo é, por exemplo, uma reação contra a Modernidade Moderna.

Parte do planeta, hoje, ainda vive no período Neolítico. Ainda sim, não temos dúvida que o Homem (com H maiúsculo) já superou a fase neolítica.

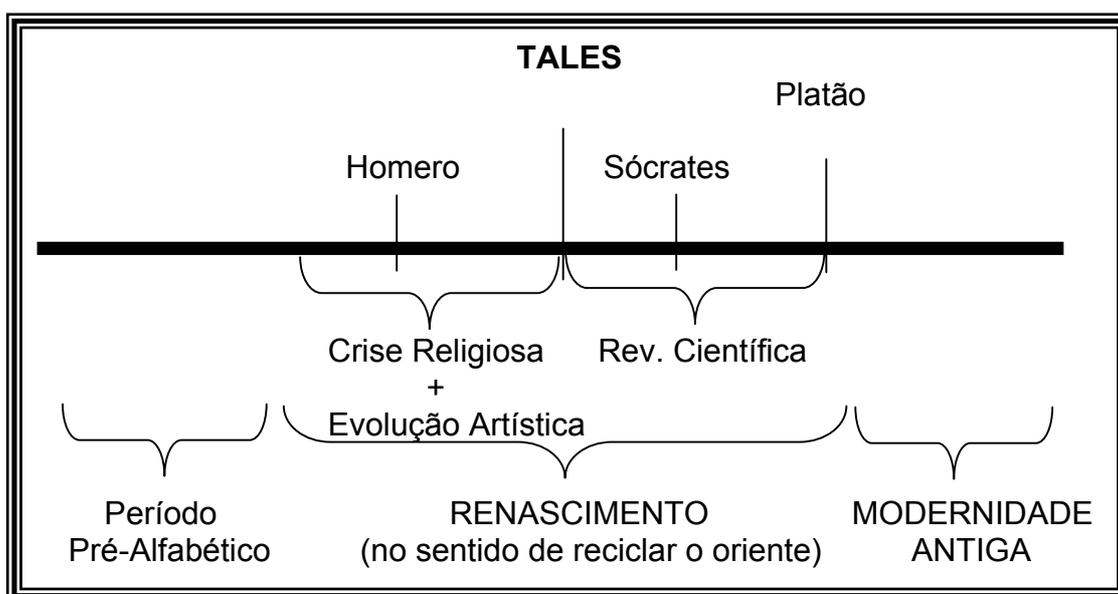
“espírito do tempo”<sup>17</sup>. Mas ambos merecem, por suas contribuições, coragem e importância na História Humana, serem ditos modernos, cada qual em sua modernidade. Sócrates, apesar do reconhecimento histórico que possui (inclusive o reconhecimento de Platão) face à sua prática oral, e/ou não utilização da palavra escrita, e/ou não sincronização dos métodos de prova, MDD e MRA (Método da Dedução Direta e Método da Redução ao Absurdo<sup>18</sup>, respectivamente), não foi por nós considerado efetivamente o primeiro da nova tradição, nem o último da tradição anterior. É como se um pé já estivesse plantado no futuro mas outro ainda estivesse fincado no passado. Tales de Mileto, ainda que a história repute menor importância, como vimos anteriormente, elegendo um critério analógico, será, tal como na apresentação de Ortega Y Gasset acerca de Galileu, o "pai da ciência antiga". Se Galileu é o "pai da ciência moderna" (referente à Modernidade Moderna), então, Tales de Mileto é o "pai da ciência antiga" (referente à Modernidade Antiga). Se observarmos os quadros a seguir veremos que:



quadro 3

<sup>17</sup> Newton jamais teve consciência de que iniciara uma nova tradição, completamente distinta daquela anterior; talvez um só homem ao seu tempo tivesse tomado tento daquilo que Newton iniciara: o bispo Berkeley [BERKELEY, G., 1973, p. 39]. Quanto a Platão, este sabia o que fazia, entretanto, quando ameaçado pela tradição, tomava uma atitude política diferenciada de seu mestre Sócrates (ainda que tenha sofrido ele mesmo uma sanção e ter sido reduzido à condição de escravo durante viagem à Magna Grécia), por isso, já citamos anteriormente, acabou ele mesmo condenando os "*Physiologoy*".

<sup>18</sup> Método da Redução ao Absurdo é o nome clássico, denominamos também o mesmo método de Método da Dedução Indireta.



quadro 4

- (i) Nosso Renascimento inclui todo o período de transformação e não somente o período estabelecido pela História Político-Econômica<sup>19</sup>.
- (ii) O período anterior ao nosso Renascimento é a Idade Média e o período anterior ao “Renascimento Grego”<sup>20</sup> denominamos de “Período Pré-Alfabético”.

Tendo respondido nossa questão ao rotularmos o período anterior ao do patronato de Tales de Mileto como “Período Pré-Alfabético”, deveremos ainda, caso insistamos nestas paternidades (a de Galileu e a de Tales), provar de que modo não se pode realmente dizer que Tales e também Galileu exerceram a prática científica de suas modernidades (Tales não fez “ciência antiga” e Galileu não fez “ciência moderna”). Vejamos primeiramente a colaboração de Descartes.

<sup>19</sup> As divisões da História da Ciência não necessariamente são as mesmas da História Político-Econômica (aquela que aprendemos nos bancos escolares), os critérios são distintos. As histórias especiais (da Arte, da Ciência, da Economia, etc.) utilizam outros critérios.

<sup>20</sup> O Renascimento Grego mantém com o Renascimento *tout court* uma analogia de período de extremo confucionismo. Não há dúvida que, sob outras vestes, renasceram ali, naquela região relativamente pobre, as artes, a sabedoria, os sistemas escriturais e tantas outras coisas. Mas, da mesma forma que o surgimento da escrita (sistema escritural qualquer não necessariamente o alfabético) e a urbanização fizeram florescer um tipo de sociedade que denominamos “civilização”, os acréscimos obtidos pelos gregos, e em particular aqueles derivados da escrita, fizeram florescer uma civilização sem precedentes na história humana. Há um “salto” de complexidade, um “milagre grego”, só compreensível quando entendido o poder da “palavra escrita”: o alfabeto.

### 3.5.2 DESCARTES

Com relação à biografia de René Descartes (1596-1650), cabe ressaltarmos apenas sua decepção pessoal com o conteúdo do aprendizado a que foi submetido no colégio jesuíta **La Flèche** (1606 a 1614) e nos seus estudos de Direito em Poitiers (1614 a 1616). Foi em **La Flèche** que Descartes aprendeu Lógica, Álgebra e Geometria, havendo nesta época um enorme hiato entre a Lógica e o aprendizado da Matemática<sup>21</sup>. Em La Flèche, não se associava Física e Matemática. Isso se deu com Descartes, após conhecer o jovem médico holandês Isaac Beeckman, um aficionado pela nova Física-Matemática<sup>22</sup>.

Costuma-se emprestar um olhar romântico à vida de Descartes, em particular à noite de 10 para 11 de novembro de 1619, onde alega-se ter recebido Descartes uma iluminação. Tal iluminação teria possibilitado a construção do DISCURSO DO MÉTODO. Olvida-se, entretanto, o fato de que, no mesmo período, Descartes desenvolveu um método de representação das formas geométricas através de procedimentos algébricos. Além do mais, do conhecimento da Lógica, em particular do que hoje denominamos Cálculo Proposicional, deriva-se de imediato a postura de decomposição do antecedente de uma subjunção em suas partes constitutivas, desta decomposição e posterior reconstrução deduz-se o conseqüente (Método de Dedução Direta - MDD)<sup>23</sup>.

Assim como Platão funda o novo conhecimento proposto através da ação mítica de *Demiurgós*, minimizando a dor da transição (última ação do mito), Descartes vai romper com a tradição escolástico-medieval através da última manifestação da metafísica do dom<sup>24</sup>. A pretensa missão de unificar todos os conhecimentos humanos

---

<sup>21</sup> Aqueles que conhecem um curso formal de Geometria Euclidiana, tipo aquele esboçado no GEOMETRIA de Pogorelov, e conhecem, ao mesmo tempo, um curso de Lógica Clássica ministrado por alguém formado em Filosofia, ou do tipo encontrado em LÓGICA MENOR de Jacques Maritain, perceberá nitidamente que a “lógica e o método” utilizado em ambos os cursos é bastante distinta. O primeiro curso nos trará Euclides e a tradição platônica, o segundo nos trará Aristóteles. A decepção de Descartes é com Aristóteles e não com a outra tradição que será revivida (renascida) pelo mesmo, assim como por Espinosa (principalmente na ÉTICA).

<sup>22</sup> Vale a pena conhecer um pouco mais acerca de Beeckman e em particular o que foi escrito em seu *Journal* (a exemplo ver: FORBES R. J. & DIJKSTERHUIS, E. J., 1977, p. 220).

<sup>23</sup> Tal prática que reputamos à Lógica, pois é na verdade dela derivada, encontra-se nos Elementos de Euclides (também na obra de Platão, é flagrante, por exemplo, no TEETETO), ou em qualquer compêndio de Matemática que possua demonstrações.

<sup>24</sup> Uma indicação de que ele montou um esquema de transição pode ser visto no início da terceira parte do Discurso do Método [DESCARTES, R. , 1981, p. 41]. A última manifestação

em bases seguras é derivada do seu enorme sucesso na construção de uma Geometria de Coordenadas. Lembremo-nos de que, se, pelo lado da Filosofia, temos, no período, a sombra aterrorizadora de um Aristóteles, pelo lado da Geometria, temos Pitágoras<sup>25</sup>. São necessários esforços no sentido de suplantar a ambos. Neste sentido, renascer é trazer do passado, em um novo “parto”, figuras que possam superar a “grandeza” (ainda que por nós entendida como uma grandeza de caráter negativo) dessas figuras. São “renascidas” por Descartes as obras de Platão e Euclides. Descartes, ao construir seu Discurso do Método e sua Geometria Analítica, retomou, no melhor sentido possível, os projetos da **Academia** de Platão<sup>26</sup>.

Descartes retoma o método hipotético-dedutivo com as cores do método cartesiano, isto é, com um nível de detalhamento acima daquele praticado por Platão. Prepara, com sua Geometria Analítica, um método de algebrização da geometria também um passo além daquele praticado por Euclides. Dá mais um passo também quando elimina a ação do transcendental e coloca a ação no humano inspirado. Pode parecer pouco e com menos esplendor do que o realizado por Platão e Euclides. Entretanto, as oposições a estas inovações, a esses pequenos mas firmes passos, são muito organizadas e profundamente entranhadas na cultura ocidental, as ações de Descartes são de enorme repercussão e alcance. Talvez Descartes na tríade seja o que melhor percebeu que preparava um novo “espírito científico”, um novo “espírito do tempo”, ainda que não percebesse o real alcance de suas meditações. Se seus sucessores encontram menos resistência em suas carreiras, esta preparação está em Descartes.

---

da Metafísica do Dom é ato de iluminação. A partir daí ele ganha o método e não precisa mais do dom. O Demiurgós platônico, depois do ato criador, não tem mais participação (assim como o “*primo móbile*” aristotélico). A diferença entre ambas as viragens é que, na primeira, ainda é o transcendental que realiza e, na segunda, o homem é que realiza iluminado pelo transcendental.

<sup>25</sup> Lembremo-nos de que Copérnico foi capaz de subestimar a Astronomia Ptolomaico-Aristotélica, mas não teve coragem suficiente para suprimir os postulados pitagóricos (cf. Mason em HISTÓRIA DA CIÊNCIA).

<sup>26</sup> No melhor sentido mesmo: pois a proposta da Academia era uma proposta de rompimento; rompimento com a tradição oral-mítico-poética, rompimento com a geometria pitagórica, ao propor-se uma algebrização da mesma (nesse item nos apóia Poincaré em SENTIDO E VERDADE); rompimento com os objetos (na medida em que a valoração da Matemática é valorizar a não-realidade e sim a quase realidade, tal como é a relação entre a Matemática e o Mundo das Essências na Teoria das Idéias), rompimento com a linguagem, pois a literariedade filosófica elege a lógica como gramática (código preferencial) e não a cultura/costume (como no caso do discurso do general corajoso sobre a coragem, quando do episódio da verificação de que Sócrates é o homem mais sábio da Grécia).

Cumpra salientar que Descartes percebe que não se pode garantir a existência de formas euclidianas na natureza<sup>27</sup>. Ele busca, com sua nova Geometria, resolver o impasse, mas toda sua formação é por demais ontológica. Ele busca a verdade, a realidade dos objetos e não “um discurso sobre os objetos”. Tal como Galileu, ele tem um pé fincado no passado e outro no futuro.

### 3.5.3 NEWTON

Em item anterior, alertamos que, de todos os elementos da tríade, só considerariamos Isaac Newton (1624-1627) como moderno. Seja pelo mérito de suas contribuições (como antes colocamos), seja pela densidade de fatores epistemológicos modernos em seu pensamento e em sua obra. Decerto que Newton não estava ainda embebido do “espírito do tempo” e muito daquilo que realizou não teve ele próprio a dimensão completa de suas realizações. Degustar a obra de Newton, aperfeiçoá-la, demorou muito. Ele com certeza é o equivalente a Platão na Modernidade Moderna.

É possível realizar uma tese inteira sobre Newton sem esgotá-lo. Decerto que aqui só iremos focar sobre sua principal contribuição epistemológica: a linguagem. Já sabemos que Galileu e Descartes, ao provocarem as rupturas do objeto e do método, foram embebidos da cultura grega e em particular das fontes opositoras a Aristóteles e Pitágoras (pois estes eram parte das fontes da tradição escolástico-medieval). Dessa forma, Newton já possui um terreno mais firme embaixo de seus pés. Ainda que Galileu estivesse olhando também para os céus (tal como Newton e sua Lei da Gravitação), seu DISCURSO EM TORNO DE DUAS NOVAS CIÊNCIAS é sobre Mecânica e Metalurgia. Isto é, retornando à **Teoria das Idéias** de Platão, é no mundo das cópias e suas degenerações, os simulacros, que Galileu está interessado: a trajetória da bala de canhão e a resistência dos materiais ante a explosão e o atrito. Também Descartes observa o fato, já mencionado, de que não encontramos triângulos ou entidades da Geometria Euclideana na natureza. Assim sendo, é a realidade concreta o alvo de seus esforços e não o mundo das Idéias. Costumamos brincar no ensino do Cálculo Diferencial e Integral, dizendo que os esforços de Galileu, ao estudar as trajetórias das balas de canhões e a resistência dos materiais, do canhão e da bala, para aperfeiçoar a

---

<sup>27</sup> Na quarta parte ele faz menção ao fato de não existirem triângulos na natureza [DESCARTES, R. , 1981, p. 49].

pontaria dos fortes e navios a serviço de seus contratadores, são levados por Newton ao extremo. Se Galileu consegue acertar o navio inimigo, Newton escolhe onde acertar no navio inimigo. Galileu acerta no imenso portão do castelo feudal, Newton acerta na fechadura. A diferença entre ambos está na linguagem: Galileu é dotado de uma matemática de caráter ontológico. Newton utiliza uma matemática de caráter epistemológico: o Cálculo Diferencial e Integral.

Numa base ontológica, ao observarmos um certo objeto X, afirmamos: o objeto X é assim, seu lado mede tanto, possui essas características. Em uma base epistemológica, ao observarmos um objeto X, afirmamos: o que podemos dizer sobre o objeto X não é o que ele é, mas as informações que até nós chegam, ao observamos o mesmo sob essas condições: X se apresenta sob estas condições, seu lado **tende a** medir tanto, há indicações de que deve possuir tais características. No discurso de base ontológica, **o ser é**. No discurso de base epistemológica, **o ser tende a ser**. No discurso de base ontológica, procura-se a verdade (em termos absolutos), caso o objeto seja aquilo que chamamos de realidade; então, nesse discurso, a realidade "é". No discurso de base epistemológica, a realidade "não é". Temos apenas um discurso sobre aquilo que chamamos de realidade, e "verdade" é todo enunciado compatível com este discurso, que eventualmente pode mudar (bastando mudar a teoria/discurso). Isto é, a verdade é sempre relativa à principiologia (axiomática) adotada.

Pode parecer estranho o que acima afirmamos, para um cientista operando no esquema da "ciência normal". Ele não reflete sobre o seu afazer, sobre suas bases epistemológicas, sobre seus paradigmas. Alertamos tal fato em nossa Introdução. Sua linguagem oral (português, inglês, alemão, etc.) não desvela nem mesmo os aspectos epistemológicos necessários em certos entornos. Como a maior parte das pessoas vive na ontologia, ele, o cientista, não torna sua oralidade em uma oralidade preocupada com os aspectos epistemológicos, se o fizesse poderia ser tomado por "doido" em suas relações de amizade, familiares, etc. Como a técnica alfabeto é a "palavra escrita", seus escritos, em geral, também não são revestidos desse tipo de preocupação<sup>28</sup>. Excepcionalmente, ele adquire um "tom acadêmico" e passa a se preocupar com certos aspectos epistemológicos (ainda que não se dê conta disso), como, por exemplo, na descrição de um certo experimento.

---

<sup>28</sup> Tal é a simplicidade de tradução entre o oral e o escrito na técnica alfabeto, ainda que esta tradução não seja integral.

Nas digressões sobre o Cálculo não estaremos nos reportando à forma original do mesmo; isso nos roubaria o fio condutor da exposição (a análise do original seria um trabalho hercúleo, em face da notação e da metodologia de exposição), os comentários serão tecidos com base no formato atual, que é derivado da revisão de Euler (mas que preserva, em essência, a criação newtoniana). No Cálculo, as coisas não medem “ $\underline{a}$ ” unidades, apenas tendem a ter “ $\underline{a}$ ” unidades. As trajetórias não são, apenas tendem a ser, desta ou daquela forma. Os “erros” de medição nos experimentos de Galileu agora possuem uma linguagem poderosa, que os incorpora e os assume ontologicamente. Isto mesmo, ontologicamente. No discurso epistemológico o erro é ontológico. Quando tomamos um certo valor próximo de “ $\underline{a}$ ” e tendendo a “ $\underline{a}$ ”, dizemos: “ $x$  tende a “ $\underline{a}$ ””. Com isso queremos dizer que podemos assumir qualquer valor próximo a “ $\underline{a}$ ” exceto “ $\underline{a}$ ” ( $x$  é diferente de “ $\underline{a}$ ”). Na **Teoria das Idéias**, Demiurgós imprimiu o mundo das idéias no caos, obtendo assim o mundo das cópias, tal como uma fotocópia de um original, ou uma imagem obtida de um carimbo. Platão admite que sempre haverá erro na cópia. Se “ $x$ ” tende a “ $\underline{a}$ ”, sempre será diferente de “ $\underline{a}$ ”. O mundo das cópias de Platão é o que nós denominamos de realidade. A matemática voltada para o mundo das idéias é ontológica, tal como aquela utilizada por Galileu e Descartes. Por isso, esses não puderam de fato ingressar na Modernidade Moderna. Já Newton, encontra o Cálculo que é a matemática que versa sobre o mundo da cópia, cópia esta que tende a realizar sua essência, mas que erra, apenas tendendo. Só que o erro, por vezes, é passível de controle.

### 3.5.4 METAFÍSCAS & MODERNIDADES & ESTÁDIOS DA TÉCNICA

Bartholo, em seus escritos, e em particular nos LABIRINTOS DO SILÊNCIO e em A DOR DE FAUSTO, defende que: antes da Revolução Científica dos Séculos XVI e XVII reinava uma Metafísica do Dom, que posteriormente a esta sobreveio uma Metafísica do Sujeito e que o presente momento é o da construção de uma metafísica que conjugue alteridade com vulnerabilidade. Entendemos que a primeira permeou a Modernidade Antiga, que a segunda permeou a Modernidade Moderna e que a terceira permeará a modernidade que ora avistamos. A partir de nosso exercício analógico, depreendem-se duas questões:

- 1) Qual metafísica permeava o período anterior à Grécia Clássica?
- 2) Se é fato que, para minimizar o custo da transição, tanto Platão quanto Descartes fundaram o nova modernidade na metafísica anterior, como fundamentar a modernidade que se apresenta na Metafísica da alteridade&vulnerabilidade?

Lembremo-nos de Ortega Y Gasset e seus "três enormes estádios na evolução da técnica" [ORTEGA Y GASSET, 1963, 75]:

- 1º - A técnica do acaso.
- 2º - A técnica do artesão.
- 3º - A técnica do técnico.

Anteriormente acrescentamos a técnica do engenheiro como quarto grande estágio da técnica. Deste modo, se nos permitirmos continuar com mais um experimento analógico em nosso construto, à técnica do engenheiro seria associada a metafísica proposta por Bartholo, que conjuga alteridade & vulnerabilidade. À técnica do técnico seria associada a Metafísica do Sujeito. À técnica do artesão seria associada a Metafísica do Dom. Finalmente associaríamos à técnica do acaso uma metafísica que estivesse imbricada com as seguintes idéias:

- (i) A técnica é um "penetrar nos mistérios", um aproximar-se da magia [ORTEGA Y GASSET, J., 1963, pp. 75-77].
- (ii) "O posicionamento do Homem relativamente ao ritmo da vida da Natureza é de espera e dívida, sendo a harmoniosa regularidade, assumida como existente na Natureza, algo a ser preservado pelos cultos e rituais e não algo a ser introduzido na Natureza pela ação do Homem." [BARTHOLO JR., R. S., 1986, p. 24].

Assim sendo, percebe-se uma nítida diferença entre a metafísica do dar, que é em si ato de amor (metafísica do dom), e a metafísica do dever (relativo à dívida). Dívidas se pagam tal como PROMETEU ACORRENTADO, pois estas são antes o furtar, o ludibriar, o iludir. Tal período talvez mereça a denominação de "Metafísica de Pan" ou "Metafísica do Medo", "do Temor e do Tremor". Optaremos por Metafísica do Medo.

Para respondermos à segunda pergunta que formulamos, deveremos fazer um repasse em nossas considerações, acrescentando alguns detalhes.

Funda-se a Modernidade Antiga com a força de um Demiourgós (Deus Artífice) que é o último ente de uma linhagem de fenômenos que começa com trovões e relâmpagos em tempos imemoriais, e que gradativamente vai se corporificando em entidades animais, humano-animais e finalmente se humanizando, via deuses olímpicos, pelo lado do medo, vingança, ódio, inveja, erotismo, amizade, piedade, até a chegada do amor do criador pela criatura. Este Bem, este Deus Criador, este Deus do Amor, amor do tipo mais sublime, é preparado e nos servido como um banquete intelectual na obra de Platão. Somente com o advento da Literariedade Filosófica, um dos sistemas de representação (ou linguagem) da ciência, o ser do humano transita de um conhecimento permeado por uma Metafísica do Medo para uma Metafísica do Dom, de uma técnica do acaso para uma técnica do artesão, de uma modernidade onde predominava a oralidade como norma culta, para uma modernidade preponderantemente literária.

Funda-se a Modernidade Moderna alterando-se todo o acima descrito. Não é mais a graça que permite ao Homem conhecer e relacionar-se com a natureza. O próprio Homem lê a natureza sem a intervenção do divino, em um livro escrito com “palavras matemáticas”. Para isso, ele precisa apoderar-se de forma definitiva da natureza, testando-a, levando-a aos seus **limites**, de forma a permitir a análise e mensuração da mesma. Transforma, pois, os elementos naturais em objetos suscetíveis de total manipulação. O próprio homem é manipulado como objeto de experimentação. Os códigos prescritivistas dados ao Homem pelo criador, em particular a Bíblia (no ocidente cristão), são substituídos por códigos de ética profissional, construídos pelo próprio Homem de forma fragmentária e temporal. Este enorme poder de definir seus próprios horizontes éticos só é alvo de real preocupação a partir do holocausto judeu, do advento da bomba atômica e de outras possibilidades de aniquilamento em escala industrial.

Platão deu partida na Modernidade Antiga, construindo uma linguagem que combinava literacia com lógica: a literariedade filosófica; e deixou como legado colocar a Lógica como código prioritário da representação objetivada: a Matemática; este objetivo foi alcançado por Euclides. Newton deu partida na Modernidade Moderna, adequando a Matemática ao exame do Mundo da Cópia platônico; criou o que geralmente denominamos de matemática superior. Se, por um lado, Sócrates inspirou Platão, combinando o exercício da argumentação oral com métodos lógicos de verificação em busca da verdade, em particular através da prova por absurdo, por outro

lado, Galileu e Descartes inspiraram Newton a atacar problemas reais, tais como os problemas da mecânica:

“(…) À mecânica prática pertencem todas as artes manuais, das quais a mecânica tirou seu nome. Como, porém, os artífices costumam operar com pouco rigor, a mecânica toda se distingue da geometria pelo seguinte: tudo o que é exato refere-se à geometria, ao passo que o que não é pertence a mecânica. Entretanto os erros não são da arte, mas dos artífices.” [NEWTON, I., 1974, p. 9].

Newton, em seu *PRINCÍPIOS MATEMÁTICOS DA FILOSOFIA NATURAL*, ataca tais problemas, isto é, dedica-se ao mundo da cópia, ainda que coloque a origem do erro não na arte, mas na execução da arte pelo artista (no sentido da imperícia)<sup>29</sup>.

Platão inaugurou uma metafísica do dar. Esta possibilitou o surgimento de uma prática cristã, da aceitação do Cristo e da sacralização da natureza, em vista desta ser obra do Bem, um dom. A descrição desta graça far-se-á através de uma prática inédita, que foi a combinação da religião com a literariedade filosófica. Surge uma teologia racional.

Galileu, com sua prática de medir a natureza e dela aferir experimentos através da Matemática, procura eliminar a mediação divina entre o Homem e a natureza, lendo ele próprio seu manual de instruções. Se Tales troca a pergunta “de onde veio?” para “do que é feito?”, Galileu troca a pergunta “do que é feito?” para “como eu faço?”.

O poder de entender a natureza sem a mediação do divino vai se justificar na iluminação de Descartes, que atribui sua inspiração à obra do divino. Se, por um lado, separa espírito e matéria, por outro lado dá ele as coordenadas de como anexar o mundo das idéias ao mundo da cópia, através da ação humana. Através de um método de trabalho a ser realizado por homens, que para fazê-lo não precisam mais da graça da iluminação, bastando conhecer os métodos oriundos das matemáticas, que ele faz questão de explicitar. Com isso, estabelece o seguinte quadro<sup>30</sup>:

---

<sup>29</sup> Este é um ponto a ser pensado. Para Newton, a origem do erro é a má execução, somente o artista ideal executaria sem erro. Para nós, o erro é essencial ao sujeito, o ente que observa não possui as ferramentas cognitivas necessárias à perfeição. Como forma possível de entender o mundo que o cerca e tratar os objetos, inventa representações e métodos de abordagem que são limitados pela sua própria forma de pensar.

<sup>30</sup> O quadro procura esquematizar, de forma bastante simples, o que foi gradativamente construído no texto.

METAFÍSICA	Vai até	ESTÁDIO DA TÉCNICA
Metafísica do Medo	Platão (início da Modernidade Antiga <sup>31</sup> )	Técnica do Acaso
Metafísica do Dom	Newton (início da Modernidade Antiga)	Técnica do Artesão
Metafísica do Sujeito	Os nossos pés (início da Modernidade atual que nos acena)	Técnica do Técnico
Metafísica da Alteridade&Vulnerabilidade		Técnica do Engenheiro

quadro 5

Se Platão busca o elemento fundador da Modernidade Antiga no **mágico-mito**, então, Descartes busca-o na **graça-divina** para a Modernidade Moderna. Qual será o novo mecanismo fundador da modernidade que se apresenta sob nossos pés? Respondemos à primeira das duas perguntas anteriormente formuladas (Qual metafísica permeava o período anterior à Grécia Clássica? A Metafísica do Medo), mas como engendrar a Metafísica da Alteridade&Vulnerabilidade, *ethos* de nosso tempo<sup>32</sup>, é uma resposta que irá se construir vagarosamente. Aqui só haverá uma parca contribuição, pois esta metafísica e sua correlata técnica não é obra individual mas sim obra coletiva.

<sup>31</sup> Devido ao escoreço histórico, vemos a civilização grega como uma coisa una, acabando por dar a ela o papel de “um” evento na história. Tal prática comum acaba sendo uma simplificação, em vista de que, entre o surgimento de um sistema escritural e o surgimento da prática filosófica vai uma grande distância histórica, em geral. Na Grécia da antiguidade a cronologia histórica dista tais eventos cerca de 500 anos, mas os vícios intelectuais de pouco valorizar o evento “surgimento de civilização” (que possui como critérios a presença de sistema escritural e urbanização) e de distinguir com nitidez os níveis de sistemas escriturais (em nosso caso a tese de Havelock acerca do alfabeto) acabam por obscurecer a questão. Prova cabal de tal vício pode ser obtida em qualquer texto de História da Ciência, pois a maioria dedica-se à Antiguidade como um todo e os restantes, ao separarem as contribuições de cada civilização da antiguidade, dedicam à Grécia um único capítulo, em contrapartida aos dez ou mais capítulos dedicados à Modernidade. Esta questão apontada não é aqui corrigida; fazemos o mesmo; registramos apenas nossa consciência na ação simplificadora.

<sup>32</sup> O respeito ao outro que não eu e a percepção de nossa vulnerabilidade individual e coletiva foram despertados pela percepção em que vivemos cada vez mais num planeta menor e com recursos cada vez mais escassos. A questão ecológica, a questão do suprimento de energia e alimentos, a possibilidade de o planeta receber um “piparote” de um cometa, a possibilidade de auto-aniquilamento e tantas outras mazelas individuais e coletivas que poderíamos listar e que sabemos não poder resolver com uma reza bem forte, fazem com que assumamos a consciência de que estamos na mesma nave mãe e devemos nos respeitar e contribuir com nossa jornada

Passaremos agora ao estudo de caso de uma ferramenta, um texto de Lógica engeneirado<sup>33</sup>, que visa atender ao coletivo, fazendo uma re-engenharia<sup>34</sup> do conhecimento, de forma a transformar a coletividade a que se destina.

---

rumo a um futuro ainda incerto , mas que com certeza dependerá da nossa capacidade de tolerar, dividir e sobretudo aprender.

<sup>33</sup> Que recebe um tratamento típico da engenharia, com construção de engenhos e com processos de controle.

<sup>34</sup> “Reengenharia é a modificação simultânea de processos, organizações e sistemas de informação de apoio para se conseguir uma melhoria radical no tempo, custo, qualidade e satisfação do cliente quanto aos produtos e serviços da empresa.” [PETROZZO, D. P.& STEPPER, J.C., 1996, p. 3].

## CAPÍTULO 4

### ENGENHEIRANDO A LÓGICA

“A CATENA OD ARDONAL É AZLU”

COM EASS FRAES ICINIEI UM  
TESET MOC UEM FILOLH ARDONAL.  
INCIRLEVEMTEN AS PEOSSAS  
CONGUSEME REL MESOM COM AS  
LERTAS EMRABADALHAS, CONTOTAN  
QUE A PRIRAMEI SIBALA ESJATE  
COTARRE. MUE FILOLH ARDONAL,  
MESOM MOC POCUO VOBUCARIOLA  
CONGUISEU DEFRACIR A MENGEMSA  
MOC RAAZOLEV SUSSOCE.

ES RETIRFLEMOS UM POCUO  
VEMORES UQE SAMOÍS OD NÍLEV AD  
LIERATURAT E PAMOSSAS OA NÍLVE  
AD DEFRACIÇÃO.

Aircomé Viarei

## CAPÍTULO 4

### 4. ENGENHEIRANDO A LÓGICA

Neste capítulo iremos apresentar a análise de um formato lógico que proporciona uma escrita e leitura cômoda e flexível para a Matemática (e também para a Lógica). Este formato é baseado em um método, o qual denominamos de semiótico-estruturado, que possibilita, mesmo a estudantes considerados anteriormente fracos, a fácil leitura de idéias matemáticas de razoável monta. Isto é, conceitos matemáticos considerados difíceis, por vezes o são em face da dificuldade de reconhecimento da sintaxe (esmagadora maioria dos casos) e não porque apresentem nível semântico elevado. Para os melhores estudantes, o processo é acelerativo. Isto é, o ônus inicial de aprendizado do método é recompensado pela velocidade de assimilação dos conteúdos futuros e pela precisão conceitual e operacional que se adquire, após o domínio da leitura pelo aprendizado de Lógica através do método semiótico-estruturado.

Esse método, que proporciona aumento de velocidade e de precisão, ou outros métodos equivalentes que venham surgir nas mãos de outros pesquisadores, deverão tornar-se ferramental básico para se atingir um grau de controle nas teorias científicas e na tecnologia sem precedentes na História da Ciência e da Técnica. Esta é a contribuição do método em tela.

Para se verificar a eficácia do método em tela, basta o autoteste. Isto é, paciência na leitura do Apêndice 1 e um coração sincero e aberto ao teste das inovações apontadas.

A ferramenta/texto é apresentada integralmente, como foi publicada originalmente, no Apêndice 1 dessa tese<sup>1</sup>. Ela foi composta a partir dos conteúdos obtidos nas disciplinas de neurociência computacional, no doutoramento do Programa de Engenharia de Sistemas e Computação da COPPE/UFRJ<sup>2</sup>.

---

<sup>1</sup> Com vistas a dirimir dúvidas de nomenclatura, os capítulos do Apêndice 1 serão transformados em números romanos. Assim, o que originalmente era Capítulo 3, se tornará Capítulo III. Tal procedimento não altera a originalidade/integralidade da ferramenta/texto.

<sup>2</sup> Naturalmente que já lecionávamos Lógica anteriormente, mas nosso material anterior era deveras inferior e não continha idéias advindas da neurociência computacional ou em particular da neurolinguística. Posteriormente, transferimo-nos do Programa de Engenharia de Sistemas e Computação para um novo programa interdisciplinar: o Programa de História das Ciências, das Técnicas e Epistemologia, também da COPPE/UFRJ.

#### 4.1 A ESTRATÉGIA NEUROLINGÜÍSTICA

Aprende-se em Neurolingüística que há um fenômeno comum a todos os seres humanos com fisiologia considerada normal: todos os seres humanos, em todos os continentes, em todas as épocas, de todas as raças ou etnias, credos, ou qualquer que seja a variação cultural do ser humano, falam, isto é, os seres humanos praticam a oralidade. Nem todos escrevem.

Vários pensadores, entre eles Chomsky, entendem que há um enorme esforço cognitivo por parte de um ser humano para o aprendizado da língua materna. Segundo esses, o esforço é hercúleo, mas todos conseguem. Este esforço cognitivo pode ser traduzido também em um esforço de ligação entre neurônios. Isto é, durante o aprendizado, os neurônios vão realizando contatos sinápticos entre si, que permitem o surgimento de uma complexa rede neuronal. Sabe-se modernamente que certas funções humanas possuem regiões definidas no cérebro: a linguagem é uma delas. É também conhecido que, em certas situações especiais, tipo acidentes de carro onde o cérebro é atingido justamente na região da linguagem, é possível ao organismo humano plasmar uma outra região do cérebro, que assume paulatinamente a função da região da linguagem<sup>3</sup>.

O chamado Paradigma Conexionista em Inteligência Artificial entende que:

“(...) A inteligência não estaria mais na capacidade de processamento simbólico, mas sim nas conexões entre os elementos computacionais, daí o nome conexionista recebido por essa corrente.”[VIDAL DE CARVALHO, L. A., 2001, p. 40].

Um leitor desatento poderia imaginar que a passagem do Paradigma Simbolista (onde a Lógica ocupava lugar de destaque) para o Paradigma Conexionista, tal como nos diz acima Vidal de Carvalho, estaria, por exemplo, desabonando o “dominar da sintaxe”. Antes de pré-julgarmos, vejamos mais um pouco o que afirma o supracitado autor:

“(...) No fundo, a diferença entre simbolistas e conexionistas é muito sutil, residindo apenas no conceito de algoritmo utilizado por ambas as correntes.”  
[VIDAL DE CARVALHO, L. A., 2001, p. 40].

---

<sup>3</sup> Um caso recente e popularizado no Brasil foi o caso de Herbert Vianna, do grupo musical Pára-lamas do Sucesso.

Em nosso método semiótico-estruturado voltado para um aprendizado especial da Lógica, utilizamos as idéias do Paradigma Conexionista, pois nos baseamos nas estruturas neuronais já existentes no organismo humano, isto é, a nossa técnica está no *hardware* e não no *software*. Como se dá isso?

Acontece que sabemos que todos os seres humanos fisiologicamente normais possuem área importante no cérebro dedicada à linguagem. Sabemos também que, na matriz greco-cristã, o ser humano que se dispõe a aprender Lógica já é alfabetizado. Isto é, aprendeu um sistema escritural, aprendeu a manipular um artefato denominado alfabeto, de aprendizado (por comparação) extremamente fácil<sup>4</sup>: “a palavra escrita”. Isto é, está acostumado a incrementar a área de linguagem. Desta forma, o mínimo que se pode fazer é tentar compreender alguns mecanismos primários desses aprendizados anteriores, em particular da escrita alfabética, de forma a termos notícias de como o processamento neste *hardware* se dá.

#### 4.1.1 PERMUTANDO PRINCÍPIOS

No sistema escritural alfabético o “custo de transferência” entre o falado e o escrito é baixo. Isso não acontece em outros sistemas, principalmente nos não fonéticos. Sabe-se que um dos componentes desse “custo de transferência” é associado à quantidade de “coisas” a se memorizar.

“(…) Se o processo se torna fácil e rápido, de modo a não requerer tempo e atenção especializada, deixa de ser um ofício de perito e se torna acessível à prática do leitor comum. (...) As condições a serem preenchidas são idealmente três, bem distintas. (...) Em terceiro lugar, o número total de formas deve ser mantido num limite estrito, evitando a sobrecarga da memória pelo trabalho de dominar uma grande lista de tais itens, antes mesmo de que o processo de reconhecimento, isto é, de leitura, tenha começado. (...) e que um número entre vinte e trinta mostrou-se de fato <<ideal>> para a <<democratização>> da leitura.” [HAVELOCK, E. A., 1996, pp. 63-65].

Dessa forma, devemos, dentro do possível, diminuir o número de “coisas” a se memorizar, tendo o cuidado de não recair no “Princípio de Economicidade”, que foi

---

<sup>4</sup> É fácil, justamente, porque respeita a plasticidade cerebral já existente. Isto é, a morfologia das sílabas vai de encontro à fonologia das mesmas, daí ser denominada de “palavra escrita”.

típico do Paradigma Simbolista<sup>5</sup>. Devemos encontrar um número adequado de operações recursivas, de axiomas e de métodos, de forma que o usuário (aprendiz ou não) sint-se confortável ao utilizar o sistema escritural. Troquemos o Princípio de Economicidade, de fácil implementação num computador, pelo Princípio da Ergonomicidade, de melhor implantação no *hardware* humano<sup>6</sup>.

#### 4.1.2 PERMUTANDO MEMÓRIAS

A questão do “uso minimizado da memória” é provavelmente o ponto mais importante do sistema de escrituração alfabético. O sistema escritural alfabético resulta numa prática literária onde surge uma diferença entre os termos “saber” e “lembrar”, quando utilizados em certa acepção:

- a) Se perguntarmos a um chinês comum, como se escreve o termo “batata”, em sua língua, ele deverá se lembrar de como isso é feito.
- b) Se pedirmos a qualquer alfabetizado brasileiro, por exemplo, para escrever o termo “batata”, em Português, ele escreve instantaneamente<sup>6</sup>. Ele não “lembra”, ele “sabe”.

Como conhecemos minimamente os processos cerebrais, sabemos que o termo “sabe”, tal como utilizado acima, é apenas usado como uma distinção do tipo de memória utilizado. O termo “sabe” pode e deve ser utilizado quando a informação está numa memória “permanente” e de “acesso rápido”. **Tal memória é a que utilizamos na linguagem oral. O sistema escritural alfabético é fácil pois, sendo extremamente analógico com a oralidade, durante o seu ensino se induz o comportamento**

---

<sup>5</sup> Iniciou-se uma prática de diminuir o número de axiomas da teoria, compondo um conjunto de axiomas menor, porém sempre uma axiomática equivalente. Chegaram a criar um único axioma para a Lógica, num verdadeiro *tour de force*. Para maiores esclarecimentos, ver: [DOPP, J., 1970, pp. 289-306].

<sup>6</sup> Aqui cabe um esclarecimento, esclarecimento este que não é típico das Ciências Exatas e sim das Ciências Sociais, e em particular do Direito. O Princípio da Economicidade na verdade não é abandonado. Este princípio apenas passa para uma ordem inferior, com relação ao Princípio de Ergonomicidade. Isto é, continuamos a utilizar o Princípio da Economicidade, só que a partir de agora ele é “limitado”, “contido”, pela precedência do outro princípio. O Princípio da Não Dubiedade, por exemplo, possui uma preponderância maior que os dois princípios anteriores. Desta forma, poderemos dizer, por exemplo, que “tal” é um princípio primário (mais importante), “outro” é princípio secundário (ou de segunda ordem) e “aquele outro” é um princípio terciário.

**humano, visando com que as informações sejam alocadas na região da linguagem, de memória permanente e rápida.**

Em nosso método semiótico-estruturado, induzimos a sensação do “sabe” através de procedimentos mnemônicos. Desta forma, guardadas as devidas proporções, o novo usuário ou aluno “sabe”. Com isto, o “custo de transferência” de um sistema de representação para outro se torna baixo. Passa-se, então, a se utilizar com simplicidade todo o arsenal metodológico/gramatical da Lógica na Matemática. A utilização do mesmo arsenal na Filosofia é mais difícil, em face da concorrência com vários outros códigos culturais e pela facilidade de se “maquiar” estruturas lógicas. Mas, com um pouco de treinamento específico, é possível realizar também bons avanços.

Se eventualmente alguém demora de fato para ler o termo “batata”, isto é, reportando-nos àqueles que teriam dificuldade de ler um bilhete que, por exemplo: “avisa a alguém que fulano, na hora tal, pelo motivo tal, foi à casa de vovó levar um pouco de doce de batata doce”, este “leitor” não é dito “leitor” e sim “perito letrado” (outro nome utilizado é decifrador)<sup>7</sup>. Aqueles que não lêem decifram. A decifração possui um “custo alto”, o custo sintático, que desgasta o ente, retirando poder de processamento que deveria estar direcionado ao “custo semântico”. No Brasil nós banalizamos tanto o uso do alfabeto, que não percebemos o alcance do seu poder<sup>8</sup>.

Sabemos que nos livros de História, para níveis elementares, está escrito que o alfabeto foi inventado pelos fenícios. Nos livros de ensino superior, isto vem sendo corrigido, mas a confusão ainda é grande. Nós mesmos aprendemos que foram os fenícios e ficamos aterrorizados com a tranqüilidade com que esse erro passou e passa desapercibido. O “milagre grego” é na verdade um milagre “greco-fenício”: os fenícios, extremamente pragmáticos, inventam o silabário<sup>9</sup>. Os gregos inserem um pequeno aperfeiçoamento, as vogais<sup>10</sup>, e o mecanismo dispara a cognição grega, em face de seu

---

Essa prática é utilizada com êxito na Teoria Geral do Processo (Princípio do Juiz Natural, Princípio da Indeclinabilidade, Princípio da Inércia, Princípio da Imparcialidade, etc.).

<sup>7</sup> Ao testar-se em sala de aula tal expediente, se houver alguma demora (e isso não é incomum), é em vista de que o aluno está achando que vai ser vítima de alguma brincadeira, tal é a simplicidade com que julga a tarefa. Já os demais alunos, na seqüência de teste, responderão como o previsto.

<sup>8</sup> Em alguns países do oriente, a Turquia entre estes, o artefato alfabeto foi imposto à população. Violou-se a tradição cultural. Para que a “lei pegue” (expressão jurídica popular) pesadas sanções são impostas a quem ensinar algo diferente do alfabeto. Nesses países, acredita-se que a tese de Havelock é de fato uma “chave cognitiva”.

<sup>9</sup> Existem algumas diferenças entre as diversas escritas fonográficas semitas; entretanto, o exemplo em tela é precioso pela simplicidade com que expôs à questão.

<sup>10</sup> A técnica de representação escrita divide-se em pictográfica e logográfica. Acontece que passamos a denominar escrita *tout court* somente a segunda, o que faz com que percamos o fio condutor do processo comunicativo como um todo. Os pictogramas, também denominados de

“baixo custo sintático”. Agora fica fácil conjecturar o motivo do salto cognitivo grego, em todas as áreas que tiveram interesse. Agora fica fácil perceber o significado de “Idade das Trevas”, para a Idade Média; perdeu-se, em sociedade, a técnica de ensino do mecanismo alfabeto. Mesmo uma parte dos monges poderiam ser “peritos-letrados”, ao invés de leitores. Aqueles que, nos esforços do deciframento, reencontraram a técnica de leitura, obtiveram rapidamente consciência de que haviam se tornado elementos especiais, em alguns momentos, perigosos. Lembrem-se que uma das bandeiras da Reforma foi colocar a Bíblia nas mãos dos fiéis, para que não houvesse abuso por parte de sacerdotes. É o famoso: “Leu, então aprendeu”.

Naturalmente, sabemos que a simplificação e o domínio da sintaxe resolve apenas uma parcela dos problemas, havendo ainda a vencer o nível da semântica e da pragmática. Mas a redução de custos planejada é engenharia!

#### 4.1.3 CONSAGRANDO O MÉTODO AXIOMÁTICO

Uma das maiores preocupações dos adeptos do método axiomático é estabelecer conceitos e idéias, ditas elementares, que sustentarão as demais idéias produzidas. A esses conceitos dá-se o nome de conceitos ostensivos, ou intuitivos, e a

---

mitogramas, seriam utilizados na função de comunicação e na função de preparação da magia, tal como aqueles encontrados nas cavernas de Lascaux, na França, em 1940. As gravações de veados, bisões, cavalos e outros animais, visavam o apoderamento de um mecanismo que facilitasse a captura do mesmo. Buscavam um Princípio de Causalidade. Já a escrita logográfica se subdivide em duas categorias: ideogramas e fonogramas. Os ideogramas, também denominados morfeogramas, revelam uma unidade lingüística mais ampla que os pictogramas, objetivando uma idéia inserida em um plano de expressão e não apenas o objeto. São exemplos de ideogramas as escritas cuneiforme, hieroglífica e chinesa. Parece-nos que nos ideogramas há “uma herança” da escrita pictográfica. Essa tese vem ganhando grande aceitação. Os hieróglifos representavam uma parte da escrita egípcia, sendo que, também havia outros tipos mais adaptados ao discurso: o demótico e o hierático. Há pesquisas recentes que apontam, inclusive, uma “espécie de projeto de alfabeto” na cultura egípcia. Se for fato, parece-nos que a tese de gradativo afastamento dos pictogramas em direção a uma escrita fonética ganha força. Quanto aos fonogramas, são modos de representação escrita que, ao invés de se preocupar com o que se diz (semântica), tal como nos ideogramas, se preocupam com o “como” se diz (sintaxe), atacando o problema da variabilidade lingüística. Com esse “reducionismo” na sintaxe facilita-se a comunicação. Tal problema de “variabilidade lingüística”, ao nosso ver, seria importante em povos comerciais, não em povos isolados como os chineses. São os fenícios, mercadores da Antigüidade, que inauguram essa escrita fonográfica criando a escrita silabária. Seus concorrentes, os gregos, por aperfeiçoamento ou acomodamento de suas necessidades, inventaram o alfabeto. Parece que, de forma específica, havia palavras na língua grega que se iniciavam por sons tipo “a,e,i,o,u”, o que teria “obrigado” os gregos a adaptar vogais, isolando-as das consoantes, e com isso surgiu uma variação do silabário, o alfabeto. Isto é, um segundo passo reducionista.

essas idéias, aceitas sem prova, dá-se o nome de princípios, axiomas e postulados<sup>11</sup>. Hilbert, por exemplo, foi extremamente preocupado com a utilização, de fato, do método axiomático.

“(...) mas enquanto que Poincaré parece talvez pertencer mais ao século anterior, Hilbert claramente está mais no seu elemento posterior, em vista de sua ênfase em estrutura. (...) Os *elementos* de Euclides tinham uma estrutura dedutiva, certamente, mas estavam cheios de hipóteses ocultas, definições sem sentido e falhas lógicas. Hilbert percebeu que nem todos os termos em matemática podem ser definidos e por isso começou seu tratamento da geometria com três objetos não definidos – ponto reta e plano (...).” [BOYER, C.B., 1974, pp. 445-446].

Tal preocupação é, na verdade, “uma questão de apuro”, aperfeiçoamento, ao que o texto supracitado mencionou. A contínua e precisa utilização de um método faz-nos ver suas presentes deficiências e nos permite corrigir tais deficiências, com vistas ao aperfeiçoamento do método. Tal exercício de engenharia é trivial para engenheiros de produção. Entretanto, aqui estamos delineando uma nova categoria epistemológica: sistemas de representação ou linguagem. Tal categoria não é trivial, para a maioria das áreas de conhecimento. Nem sequer é mencionada nas áreas de humanas e biomédicas. Nas áreas de exatas não é raro alguém dizer que a matemática é “a” linguagem da ciência e mudar de assunto. Dessa forma, fica claro que o assunto geralmente não é bem vindo (e já está “resolvido” na cabeça das pessoas). Somente poucas áreas têm muito clara a distinção entre métodos e linguagens; entre estas poucas áreas a de Engenharia de Sistemas. Apesar disso, devido à falta contínua de reflexão epistemológica, mesmo os profissionais desta área se surpreendem, quando é sugerida a analogia, em Epistemologia, com a distinção de que método e linguagem não são a mesma coisa. Tal engenheiro sabe poder engenheirar uma linguagem (construir um compilador) que propicie um melhor tratamento a certos objetos ou objetivos. Já os métodos computacionais são outra coisa. Em uma linha de Inteligência Artificial (I.A.), por

---

<sup>11</sup> O termo “conceito ostensivo” é utilizado largamente por Bertrand Russel, em O CONHECIMENTO HUMANO. Já os termos “princípio”, “axioma” e “postulado” são utilizados, em geral, com certa dificuldade. Em nosso caso, dizemos “princípio” a uma idéia eleita como verdadeira, que terá abrangência (influência) em toda a teoria. Dizemos “axioma” a uma idéia eleita como verdadeira, que terá uma grande abrangência, mas não total. Não costumamos utilizar o termo “postulado”, porém, este seria utilizado em um espectro menor. As “hipóteses” teriam um papel semelhante, ainda que restrito a prova (demonstração) de uma dada subjunção (tese). Se imaginarmos a idéia de teoria como uma árvore, no tronco único estão os princípios, nos galhos que se subdividirão em outros galhos estão os axiomas e nos galhos ainda menores os postulados.

exemplo, adquirem-se métodos e técnicas de programação em I.A., mas não necessariamente estuda-se a construção de uma linguagem mais adaptada e poderosa que o PROLOG, ou o LISP, ou que as principais linguagens procedurais (tipo C ou Pascal). O passo adiante nos estádios das técnicas é continuar a engenheirar os métodos e também engenheirar as linguagens, ou sistemas de representação. Esta tarefa conjunta é que possibilitará a sinergia necessária para darmos conta dos novos objetos da ciência: os entes do micro-mundo e do macro-mundo, a exemplo: a engenharia celular, a partir da nanotecnologia, as viagens interplanetárias, a manipulação do *software* genético, etc.<sup>12</sup>. Há uma ruptura clara na categoria “objeto”.

Na citação anterior, acerca de Hilbert, ficou clara a preocupação do mesmo com “estrutura”. A formalização da estrutura nos permite duas coisas: controlar a estrutura e construir engenhos sobre a mesma. “Formalizar” a estrutura significa colocá-la numa “linguagem” de precisão e seguir um “método” rigoroso, no seu seqüenciamento de apresentação/utilização. A preocupação com tais expedientes iniciou, naturalmente, na época da ruptura do “objeto” (provavelmente com Max Planck ou com Albert Einstein com relação ao micromundo)<sup>13</sup>; seu termo acreditamos estar ainda indefinido, mas em curso.

## 4.2 NOSSA FERRAMENTA/TEXTO

A partir de agora, iremos iniciar os comentários pertinentes ao texto de lógica, que irá servir de estudo de caso, no sentido de se poder engenheirar o conhecimento. Alertamos que o “custo total”<sup>14</sup> de leitura do apêndice é alto.

Tal ferramenta/texto (“Lógica: método semiótico-estruturado”) vem sendo utilizada por nós e por alguns colegas com enorme sucesso. A ferramenta/texto encontra-se atualmente na 3ª tiragem e tem despertado interesse de profissionais de inúmeras instituições de ensino. Eventualmente, ao citarmos partes do texto,

---

<sup>12</sup> Ainda que alguns possam achar que tais propostas sejam ficção científica, os fatos comprovam que não é uma ficção. A estação espacial internacional está sendo construída, investem-se pesadas somas em nanotecnologia, e a engenharia genética vem tomando desenvolvimentos e aplicações cada vez maiores. Isso, sem falar na Física (mecânica quântica e cosmologia relativística) que foram as primeiras áreas do micro-mundo e do macro-mundo.

<sup>13</sup> A chamada “história recente” sempre é temerosa. Preferimos deixar as paternidades de nossa presente revolução científica e futura modernidade para outros autores.

<sup>14</sup> Com “custo total” queremos dizer: custo sintático + custo semântico + custo pragmático, incluindo o fator tempo.

ressaltaremos a questão da digeribilidade<sup>15</sup> do mesmo em face do ritmo de aprendizado, e faremos, então, menção a uma cronologia baseada em aulas ministradas por nós e por colegas.

#### 4.2.1 “O PULO DO GATO”

O capítulo I da ferramenta/texto (Apêndice 1) é um resumo histórico da Lógica. O texto contido no capítulo é mais dirigido aos professores de Lógica do que aos que se iniciam no mister.

Já o capítulo II, é crucial<sup>16</sup>. Iniciamos o texto utilizando as idéias de Russell sobre conceitos ostensivos<sup>17</sup> e, então, construímos, através de “sensações”, os conceitos de “termo” e “enunciado”. Quando se apresentam em Geometria Euclidiana os conceitos de ponto, reta e plano, utiliza-se um desenho, para que a sensação visual do que é ponto, do que é reta e do que é plano, se fixe na mente de quem está a receber os conceitos intuitivamente (ou ostensivamente). Os demais conceitos em geometria são construídos com base nesses: a exemplo, o conceito de segmento de reta, o de quadrado, etc., estes, então, são ditos conceitos analíticos (conceitos que dependem de outros conceitos já estabelecidos).

Naturalmente que as pessoas podem, de forma repetitiva, falar que “sabem” algo sobre geometria, sem conhecerem (por sensação) o que é ponto, o que é reta ou o que é plano. Podem-se decorar relações, tal como o número de diagonais, ou outra fórmula qualquer da geometria, porém não é este o tipo de formação que estamos buscando engendrar. Na formação que buscamos engendrar, formação que dê conta de responder o melhor possível questões tais como: O que é vida? O que é probabilidade? O que é a justiça? Como realizar o projeto de “ser humano” em um mundo de tempos e movimentos desconectados, a maioria das vezes, desse projeto de ser? Em tal formação, deve-se construir uma mente exigente, com relação ao porquê das coisas, uma formação integral<sup>18</sup>.

---

<sup>15</sup> O termo “digeribilidade” significa capacidade de sedimentar o conhecimento após ser informado do mesmo.

<sup>16</sup> No sentido da apreensão da Lógica pelo método semiótico-estruturado e de poder colher os benefícios propiciados pelo método.

<sup>17</sup> Idéias também professadas por Hilbert.

<sup>18</sup> Apesar do cuidado que temos em criar a necessidade acadêmica de conceituar, e iniciarmos inclusive tal prática, sabemos que não há técnicas disponíveis, nem tradição de boa monta, nessa área. A chamada “Teoria do Conceito” está, por comparação com o Cálculo Proposicional, na Idade da Pedra. Não é à toa que um grande lógico brasileiro, participando de um banca de

Nesta formação, que busque a construção integral, devemos atentar para a construção conceitual também, sem deixar com isso de se ter em mente os enunciados que serão operativos. Dessa forma, não poderemos deixar de prestar especial atenção aos dois conceitos fundamentais da Lógica que são o termo e o enunciado, obtidos a partir da distinção de sensações entre, por exemplo, as duas perguntas a seguir:

- 1) – Goiabada. Verdadeiro ou falso?
- 2) – Goiabada é usualmente nome de um eletrodoméstico. Verdadeiro ou falso?

Em geral, a esmagadora maioria das pessoas, responde verdadeiro ou falso para a primeira pergunta. Entre essas pessoas, estão alunos, professores, mestres e doutores em áreas de exatas. Aliás, esta pergunta é ótima para fazer inimigos, tal como Sócrates o fez. Como forma de esclarecimento da primeira pergunta acima, em geral, antes de fazermos a segunda pergunta acima, repetimos outras perguntas tais como:

- 3) – Geladeira. Verdadeiro ou falso?
- 4) – João. Verdadeiro ou falso?
- 5) – Ziriguidum. Verdadeiro ou falso?
- 6) –  $7+5$ . Verdadeiro ou falso?

Esse reperguntar, na maioria dos casos, é apenas uma forma de “despir” o leitor das suas certezas pois, ao esclarecemos que estas perguntas são injulgáveis em verdadeiro ou falso, e somente as do outro tipo, tal como: “João é usualmente nome de homem”, são julgáveis, o leitor “toma um choque”. Porém, a sensação obtida, que não é visual (como na geometria) e sim auditiva (mas que, poeticamente, dizemos ser no coração), é satisfatória para que, quem aprendeu, realize sempre a pergunta, buscando a mesma sensação e o domínio do conceito.

---

mestrado, utilizou a expressão: “A metodologia das ciências humanas está na Idade da Pedra!” e, naturalmente, nunca mais foi convidado a fazer parte de bancas na instituição. As Ciências Humanas defrontam-se com o problema conceitual durante todo o tempo. Nas Ciências Exatas, vencida a etapa inicial, a que estamos ora apresentando, com um mínimo de conceitos, o problema deixa de ser conceitual e concentra-se no operacional, naquilo que chamamos de OLVs (Operações Logicamente Válidas). Erros na técnica de conceituar são comuns, mesmo nomes como o de Platão, o cometeram. Alguns dos erros mais básicos são: a violação do princípio da dubiedade e do princípio da anterioridade (neste último, não podemos utilizar algo que ainda não foi provado ou conceituado). Como exemplo, na tentativa de se definir a “Justiça”, utiliza-se o termo “justiça” para defender uma posição sobre a “Justiça”. Se Justiça é o rótulo de um dado conceito, ele não pode aparecer na formação do mesmo. Alertamos que chegamos à conclusão acima sozinhos, e somente depois soubemos que Edmund Husserl, “pai da fenomenologia”, já havia concluído o mesmo. Há muito ainda a fazer neste campo. Não é sem motivo que optamos pelo termo “prolegômenos” para compor o título do presente trabalho.

Explicamos ainda a necessidade de que os encadeamentos construídos partam de conceitos ostensivos pois, caso contrário, ao invés de avançar em uma dada teoria, teríamos que fazer uma regressão *ad infinitum*.

Após apresentarmos cuidadosa e vagarosamente os conceitos ostensivos, apresentamos os Princípios da Lógica Crisp: Princípio do Terceiro Excluído, Princípio da Não-Contradição e Princípio da Identidade. Ao fazermos essa apresentação, lembramos que estes serão adotados por um simples fato: eleição. Isto é, por escolha, pois estes poderiam ser bem diferentes. Ressaltamos que a cada escolha haveria então uma “lógica” diferente. Fazemos menção às várias lógicas e em particular à *Fuzzy*, que é a mais popular após a Crisp<sup>19</sup>.

Vencidas nesta primeira etapa a apresentação dos princípios e dos conceitos ostensivos, partimos para a construção de conceitos analíticos, tais como enunciados fechados e abertos. Em seguida, conceituamos morfemas e classificamos os mesmos em face de sua funcionalidade. Nessa apresentação, lembramos que a mesma está toda calcada nos conceitos de “termo” e “enunciado”. A “surpresa” do leitor continua, principalmente, quando o mesmo percebe a diferença entre funtores e predicados. Parte da resistência, por parte de alguns, à inovação se desfaz nesse momento<sup>20</sup>.

No sentido da digeribilidade do conhecimento e fazendo-se menção, como anteriormente alertamos, a uma cronologia baseada em cursos ministrados por nós e colegas, geralmente, encerra-se aqui a primeira aula. Na segunda aula, fazemos uma revisão razoavelmente completa dos temas anteriormente apresentados, por dois motivos:

- a. Quem assistiu à primeira aula ganha um reforço e tem a oportunidade de contestar, ou esclarecer, algum ponto;
- b. Quem não assistiu à aula é resgatado.

Assim sendo, aqueles que faltam, por algum motivo à primeira aula, não ficam definitivamente prejudicados.

---

<sup>19</sup> Alguns pesquisadores da Fuzzy gostam do termo “Lógica Crisp”, mas outros preferem “Lógica Booleana”.

<sup>20</sup> Este tratamento de choque é bastante similar àquele que Sócrates deu aos atenienses, por isso a referência anterior ao mesmo. Na medida em que o curso flui, e devido em geral à obrigatoriedade do mesmo em certos cursos de graduação, os “atenienses” descontentes se conformam, ao invés de explodirem em revolta. Outro ponto é que, na medida em que se estabelece a cultura de estudar Lógica em uma dada instituição, pequenos grupos de revoltosos são dissuadidos. Não é fácil para os leitores, para os estudantes e professores admitirem que seu conhecimento anterior está em bases inseguras, e que parte de suas crenças são falsas.

Após esta revisão, apresentamos as definições dos juntores. Isto é, normatizamos o seu uso. Neste momento, ao apresentarmos os exemplos, enfatizamos que é a declaração proferida por alguém, a declaração e não o “alguém”, é que está sob julgamento; e sugerimos insistentemente ao leitor que não memorize esta normatização. Tal sugestão é fundamental. Isto é, se o leitor decorar, por exemplo, a tabela do juntor (ou conectivo) “ou”, sua tendência natural é guardar essa informação numa memória distinta da memória de linguagem. Insistimos para ele utilizar uma estratégia mnemônica. Ao invés de “decorar” a tabela, ele sempre pensará no exemplo do livro:

“Vou te dar um carro ou vou te dar um apartamento”

E terá a imagem natural de que só se “fica zangado” com o declarante, se nada receber.<sup>21</sup>

Esse esquema mnemônico funciona perfeitamente com os juntores “e” e “ou”. O juntor “não” é mais simples, bastando a inversão. Os juntores “nand” e “nor” são calculáveis, isto é, são obtidos a partir de tabelas-verdade (aliás uma ótima oportunidade de introduzir com simplicidade o uso das tabelas-verdade).

A apresentação do juntor “se...então...” demanda certos cuidados. Primeiro, eliminar o falso Princípio da Causalidade: em “Se fizer sol, então irei a praia”, não há causalidade, e sim mera declaração. Daí ser fundamental criticar o termo “conseqüente” e fixá-lo apenas como “aquilo que vem depois da setinha”<sup>22</sup>. Após fazermos as explicações, tais como se apresentam no texto, baseadas na natureza e na estrutura da subjunção, devemos fixar mnemonicamente a tabela, com a brincadeira, “Ninguém quer ir para a Verificação Final”. Em seguida, aproveita-se a explicação de promessa e ameaça, para a apresentação do juntor “...se e somente se...”, que poderá ser feita como na seqüência do livro, ou mais extensamente tal como nas Notas do Capítulo. Essa decisão depende do nível de *stress* da turma nessa altura da aula bem como do nível de exigência dos alunos, variando de turma para turma. Os exercícios de tabela podem ser deixados para o encontro seguinte.

Antes dos exercícios de tabela, deve-se apresentar um critério de ordem de força (ou hierarquia de leitura) dos juntores. Além do uso de parênteses como forma de

<sup>21</sup> Ficando contentíssimo se receber os dois. Além disso, deve-se fazer a ressalva do uso do juntor “ou” na linguagem jurídica, ali quando se escreve “ou” quer se dizer “xor”, isto é, o “ou” exclusivo. Como exemplo: “receberá pena de prisão ou multa”, significa um, outro, mas não ambos.

<sup>22</sup> Apesar do termo “setinha” ser muito coloquial, há necessidade de usos desse tipo. Lembre-se, você quer se aproximar da linguagem oral. A memória a ser manipulada é a oral, evite disparar mecanismos de outras memórias.

violiar esta hierarquia, apresentamos a “notação pontinho” que reforça o juntor em que é colocado (exceto o juntor “não”). Tal notação mostrou-se extremamente eficaz, pois diminui a “poluição visual” provocada pelo uso excessivo de parênteses<sup>23</sup>. Durante a apresentação dos exercícios, é fundamental que estes sejam executados sempre mediante a técnica de se fazer menção aos exemplos. Apesar desse tipo de execução demorar mais, isto é, ocupar mais tempo por exercício resolvido, esse tempo extra é o tempo de acomodação do mecanismo na memória de linguagem. Com o tempo o leitor não “lembra” da tabela, ele apenas “sabe” como julgar. Essa pequena mas fundamental diferença será exacerbada na leitura das demonstrações. Se “semear” corretamente, haverá a “colheita”, caso contrário, o leitor vai voltar para a etapa inicial.

Após a realização dos sessenta exercícios de tabela por parte do leitor<sup>24</sup>, quantidade suficiente para a fixação dos exemplos já anteriormente mencionados, deve-se partir para a realização dos exercícios acelerativos: os diagramas<sup>25</sup>.

Nos exercícios de diagramas, é fornecida uma informação que deve ser mentalmente depurada e posteriormente anexada ao enunciado a ser analisado. Após a marcação dos valores lógicos abaixo dos enunciados primos, componentes do enunciado em tela (marcam-se não só os primos, mas também as negações), julga-se rapidamente o enunciado, pela simples leitura do mesmo. As chaves exigidas no exercício são a indicação de que a leitura se fez de forma correta. Naturalmente que, após os sessenta exercícios de tabela, o aluno não “lê” mais da esquerda para a direita. O treinamento baseia-se na Técnica Top Down, isto é, em dividir e subdividir o “problema” em “problemas” cada vez menores. O critério de divisão sempre é dividir a partir do juntor hierarquicamente mais forte, ressalvadas as situações de uso de parênteses e pontinho. Desta forma, a partir dos exercícios de caráter preparatório para a

---

<sup>23</sup> O esquecimento de parênteses é muito comum em programação. Além do esquecimento, em programas de maior porte, ou com muitos “nichos”, é comum inserções indevidas ou esquecimentos causarem dano de “entendimento” ao programador. Na Lógica, não se buscou a eliminação total dos parênteses, e sim uma composição, a fim de evitar equívocos originados por mais uma dificuldade a se acrescer: a poluição visual.

<sup>24</sup> No caso de um curso formal, com três ou quatro tempos de aula semanais, sugere-se que o professor faça em torno de sete.

<sup>25</sup> No caso de um curso formal, com três ou quatro tempos de aula semanais, sugere-se que o professor faça em torno de quatro, a serem realizados em sala de aula. Ressalte-se que, durante as aulas destinadas a esses exercícios, devem-se introduzir os conceitos de “enunciado primo ou atômico”, “enunciado composto ou molecular”, “tautologia”, “contradição” e “contingência ou indeterminação”. Tal estratégia acima descrita facilita o aprendizado, pois na medida em que se usam tais procedimentos, são fixados os conceitos formais.

leitura, de tabelas e diagramas, o leitor está apto a iniciar o aprendizado dos métodos de demonstração e a praticar, de fato, uma leitura fluente.

#### 4.2.2 O ESTUDANTE LENDO

O sucesso dessa etapa depende fundamentalmente da parte antecedente. Por isso, nomeamos o item anterior como “o pulo do gato” (expressão popular que faz menção ao segredo de determinada coisa). Apresenta-se, então, o Método de Dedução Direta. Diferentemente do que está no livro (aqui, no Apêndice 1), em um curso formal<sup>26</sup>, não se apresentam os axiomas formais nem as OLVs (Operações Logicamente Válidas). A seqüência de leitura, encontrada no Apêndice 1, que obedece ao rito acadêmico, mas é menos eficaz, é dirigida aos professores<sup>27</sup> que têm como exigência um certo nível de formalização<sup>28</sup>.

Inicia-se a apresentação dos “métodos de prova”, fazendo-se comentários sobre a natureza das teorias. Aquela porção da teoria que foi aceita, conceitos ostensivos, princípios e convenções, e geralmente alguns conceitos analíticos de nível elementar, são ditos o “embrião da teoria”. Necessitamos obter um método de captura (prova ou demonstração) de enunciados, do tipo “se...então” (subjunção), em meio aos infinitos enunciados possíveis. Aqui deveremos explicar que todos os enunciados

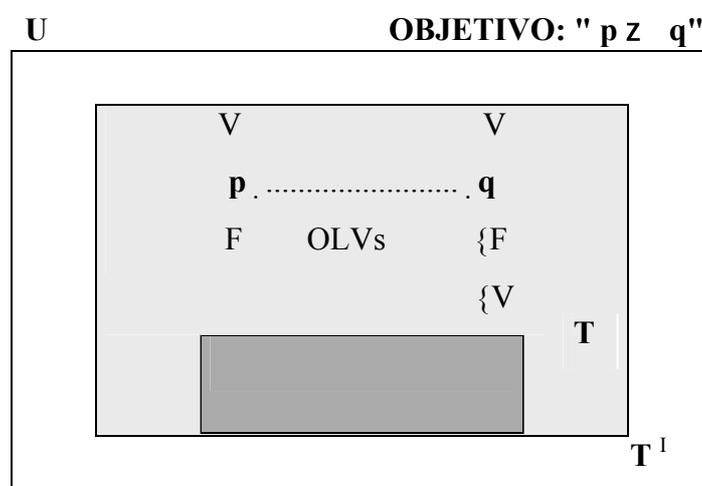
---

<sup>26</sup> Quando fizermos menção a um “curso formal” queremos dizer um curso com aulas, seja de graduação, pós-graduação ou extensão.

<sup>27</sup> A maior parte dos leitores que não estão a realizar um curso regular, em alguma instituição, é de professores e ex-professores interessados no assunto “Lógica”. Esses seguem a seqüência do livro e são extremadamente críticos, se houver a violação da ordem de apresentação dos conteúdos. Pode parecer uma maldade, escrever uma seqüência e praticar outra, mas é só neste trecho específico do texto que isso acontece. O professor que for ministrar um curso de Lógica e que seguir o livro, então, logo verá a pouca eficácia da seqüência e pulará a mesma, fazendo o que aqui descreveremos. Em particular, em sala de aula, olvidamos a apresentação dos axiomas e só apresentamos as OLVs, em meio ao MDD (tal como se verá no texto a seguir).

<sup>28</sup> Nesta formalização, apresentamos 12 axiomas. Em tese, não se precisa dizer de onde vem o axioma, ele não necessita de justificação. Entretanto, a técnica de Cantor em Teoria dos Conjuntos é agradabilíssima, axiomas como idéias extensivas às definições: os axiomas de extensionalidade. A maioria dos nossos deriva das definições dos juntores, tal como é geralmente feito em Teoria dos Conjuntos, só adaptamos a técnica de Cantor para a Lógica. Os quatro últimos são frutos da análise combinada de duas definições, denominamos “axiomas da combinabilidade”. A vantagem dessa técnica é que expomos a fonte cognitiva e afastamos a prática da “matemática” tão típica da linha pitagórica. Também são apresentadas onze OLVs, algumas do tipo subjunção (cinco iniciais) e algumas bijunções (seis finais) de uma forma esquemática, isto é, de forma a facilitar o uso. O único nome “clássico” mantido é Modus Ponens (MP), sendo que todos os demais seguem o Princípio da Ergonomicidade. Também é feita uma comparação numérica do formato anterior, Formato Década de 60, com o nosso formato.

científicos são do tipo “se ...então”, ou “...se e somente se...”<sup>29</sup>. Nesta altura, o leitor já sabe que a bijunção é redutível a duas subjunções conjugadas com o juntor “e” (mas não custa lembrar). Desta forma, temos:



quadro.6

Onde:

**T** = Teoria que estamos a construir.

**T<sup>1</sup>** = Campo Teórico Experimental (nível 1) ou Teoria Provisória.

**U** = Conjunto Universo dos Enunciados Possíveis, sejam eles verdadeiros ou falsos.

Após a suposição do enunciado “p” em T<sup>1</sup>, devem-se aplicar transformações em “p” objetivando obter o enunciado “q”. Duas possibilidades se afiguram:

- i) conseguir chegar em “q”;
- ii) não conseguir chegar em “q”.

O primeiro caso é o MDD – Método de Dedução Direta, e o segundo caso é o MDI - Método de Dedução Indireta (ou MRA – Método de Redução ao Absurdo). Aqui estamos tratando do MDD.

Antes de se prosseguir, deve-se explicar o que são as OLVs. Operações Logicamente Válidas formam uma categoria de operações, definidas a partir de sua funcionalidade lógica. As OLVs nunca realizam a transformação de valor lógico de

<sup>29</sup> Exclui-se, naturalmente, a parte conceitual da teoria. Tal questão já foi alvo de uma grande discussão na COPPE. Um físico e epistemólogo muito conhecido, que nos ministrava uma disciplina de doutorado, discordou de nossa afirmação. Entretanto, ao visitarmos o mesmo curso, um ano após tal discussão, vimos o mesmo professor ensinar exatamente o que afirmávamos. No intervalo da aula, nesse dia de visita, ele nos confessou que meditou vários meses sobre o assunto e acabou se rendendo à nossa assertiva. Na pior das hipóteses fica: Se “teoria” então “resultado”.

“verdadeiro” para “falso”. Qualquer outra transformação, à exceção dessa, qualifica uma operação como uma OLV. Como exemplos:

$$\begin{array}{l}
 \text{a) dadas as igualdades} \\
 \left. \begin{array}{l} \mathbf{V} \\ 2 = 2 \\ \\ 2 = 4 \\ \mathbf{F} \end{array} \right\} \left\{ \begin{array}{l} \mathbf{F} \\ 5 = 6 \\ \\ 5 = 8 \\ \mathbf{F} \end{array} \right. \\
 \text{Soma-se, em ambos os lados de uma igualdade,} \\
 \text{um número e seu sucessor, respectivamente.} \\
 \\
 \text{b) dadas as igualdades} \\
 \left. \begin{array}{l} \mathbf{V} \\ 2 = 2 \\ \\ 2 = 4 \\ \mathbf{F} \end{array} \right\} \left\{ \begin{array}{l} \mathbf{V} \\ 5 = 5 \\ \\ 5 = 7 \\ \mathbf{F} \end{array} \right. \\
 \text{Soma-se, em ambos os lados de uma} \\
 \text{igualdade, um mesmo número.}
 \end{array}$$

A primeira operação não é uma OLV e a segunda é uma OLV<sup>30</sup>. Deve-se frisar que a única garantia que temos para afirmar a veracidade da subjunção “**p z q**” é que só utilizamos OLVs. Elas são o núcleo do método axiomático. Não é à toa que, de forma bastante resumida, podemos dizer que o treinamento em ciências exatas consiste em:

- i. Ensinar uma OLV e praticar;
- ii. Ensinar outra OLV e praticar;
- iii. Combinar, em alguma situação, as duas OLVs;
- iv. Ensinar outra OLV;

<sup>30</sup> Algumas pessoas têm dificuldade em assimilar as operações que não sejam OLVs, como “operações”. Por isso exibimos um exemplo de não OLV. Na verdade, passamos a vida toda aprendendo OLVs, não aprendemos operações que não sejam OLVs. Uma operação, ou lei, decorrente do mundo empírico, também é uma OLV, a diferença é que é uma operação obtida experimentalmente, por isso de raiz indutiva. As operações empíricas não são provadas, elas são admitidas e são corroboradas (no sentido em que Popper usa o termo) pela permanente testagem dos respectivos experimentos. Caso falhem em algum experimento, elas sofrem a falsificação, isto é, deixam de ser OLVs numa dada teoria, tal como em Popper (1993). Neste sentido, da mesma forma que cada resultado deveria ser indexado à sua teoria, para não haver confusão, cada passo subsequente a uma OLV empírica deveria estar indexado. Ou ainda, cada resultado que houvesse dependido de uma dada OLV corroborada (empírica), estaria permanentemente indexado à mesma. A dificuldade que existia em organizar isto já foi superada pela Ciência da Computação, basta observar um sistema de venda que indexa “n” informações a cada vez que um produto é vendido em um magazine, por exemplo. A cadeia de indexações daria origem a uma forma semelhante a uma árvore. É neste nível que chegaremos ao “estádio do engenheiro”, através da engenharia do conhecimento, a antiga epistemologia.

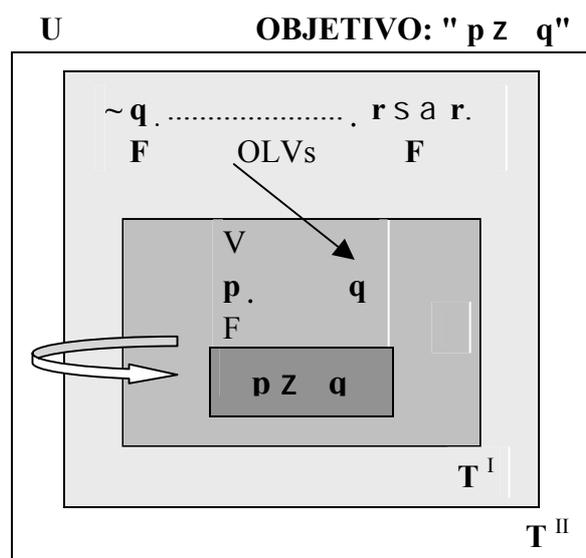


- ii) Nos exercícios que vão do 2 ao 6, apenas se vão introduzindo as OLVs<sup>32</sup>.
- iii) Nos exercícios de 7 a 9, apresenta-se a variação do “...se e somente se...”. A dificuldade só é acrescida em face do tamanho do exercício. Estimula-se a “cola”, isto é, o aprender por analogia com o exercício anterior.
- iv) Já os exercícios 10 e 11 (que aliás estão invertidos de posição e serão alvo de nossa correção na 2ª edição) visam apresentar a forma recursiva do modelo. Isto é, toda vez que queremos provar (ou construir) uma subjunção (enunciado “se...então...”) detonamos um procedimento denominado MDD. Se eventualmente já tivermos detonado o procedimento, e durante o mesmo, ao objetivarmos um conseqüente também do tipo subjunção (o conseqüente isolado também sendo um “se...então...”), poderemos novamente detonar o procedimento. Esta prática é interrompida quando não for o caso de o conseqüente ser um enunciado do tipo subjunção.
- v) O exercício 12 visa demonstrar a eficiência da “notação pontinho”. Ao reescrevermos o exercício, que a princípio não aparentava nenhuma dificuldade, somente com parênteses, o nível de poluição visual causou dificuldade de leitura.
- vi) Os exercícios de 13 a 18 não apresentam grandes novidades, exceto a OLV v-int. Tal OLV visa permitir a utilização posterior da OLV MP. Apesar de fácil, o leitor se ressentia da idéia de ter que agir segundo objetivos. Como ele ainda apresenta dificuldade de leitura e não internalizou as OLVs (tal como fazemos com a adição e a subtração), ele não consegue antecipar os passos, tal como se faz em uma partida de xadrez. Tal antecipação só será consolidada com a Teoria dos Conjuntos.

Após os exercícios de MDD<sup>33</sup> insere-se o MDI – Método de Dedução Indireta (ou MRA – Método de Redução ao Absurdo). Vejamos então o MDI:

---

<sup>32</sup> No caso de um curso formal, a aula deve ser interrompida aqui, pelo seguinte motivo: a maioria dos alunos, neste momento, não seguiu as recomendações do professor e do livro. Ao observarem, por exemplo, o exercício 5, seus olhos ficarão arregalados e o pânico começará a ser seu companheiro. Está na hora do reforço. Deve-se dizer ao aluno que ele deve confiar no método e que, quem segui-lo terá sucesso. Que apesar da prova ainda estar a três semanas de distância, é melhor ele estudar, como se ela fosse na semana que vem, caso contrário, o semestre estará perdido. Os alunos estudam! Na semana seguinte você já terá “outros” alunos. Alunos que realizaram as tarefas e por isso estarão no início do processo de leitura. Em geral, dez por cento (10%) se mantêm céticos quanto ao poder do método; é a turma que provavelmente não obterá aprovação (mas não será abandonada pelo professor). Na aula seguinte, repete-se a apresentação do “modelo de dedução” no quadro e mantém-se a cola (um dos lemas brincalhões do método é: “quem não cola não sai da escola”).



quadro 8

O MDI, em geral, se apresenta após um MDD. Isto é, iniciamos nosso procedimento padrão para provar uma subjunção (se...então...). Supomos o antecedente (no caso acima, p) no Campo Teórico Experimental T<sup>I</sup>. Realizamos as OLVs, com vistas a obter o conseqüente. Há, como sempre, duas possibilidades: chegar ou não chegar ao conseqüente. O MDI é o caso em que não se chega.. Assim sendo, por mais que realizemos OLVs, não obtemos o conseqüente. Mesmo a recursividade do MDD não é possível. Neste caso extremo, partimos para o MDI:

- 1) Criamos um novo Campo Teórico Experimental T<sup>II</sup>. Sendo que, admitiremos (suporemos) neste o contrário do que buscávamos. Se buscávamos “p”, suporemos por absurdo “a p” (se o objetivo for “jiló” suporemos “não jiló”, se o objetivo for “não batata”, suporemos “batata”);
- 2) Realizamos as já conhecidas OLVs, com vistas a conseguir uma nova estrutura, a estrutura “r s a r” (ou uma estrutura do tipo: jiló e não jiló). Também duas

---

<sup>33</sup> No final da segunda aula sobre o MDD, no caso dos cursos regulares. Este mecanismo visa “empurrar” o estudo do aluno. Isto é, ele realizou um esforço para colocar a matéria em dia e começar a ler. Porém, esta dose extra de esforço deverá ser repetida pois, agora, você está levando, mais uma vez, o curso a outro patamar de dificuldade. Assim, como ele percebe que deu certo o seu esforço, ele percebe que, se não fizer uma “segunda rodada de esforço”, tudo terá sido em vão. Dessa forma, as aulas ganham uma certa dinâmica: a matéria nova sempre é introduzida ao final da aula e repetida no início da próxima, que terá, ao seu final, matéria nova. Lembrem-se que alertamos, no início do texto, que o método funciona muito bem com alunos considerados fracos (sendo acelerativa para bons alunos). A maioria dos alunos não sabe estudar e não possui ritmo de estudo. Este curso induz ambos os comportamentos, sendo de grande auxílio na transformação dos alunos em estudantes.

possibilidades se afiguram: conseguir ou não conseguir. Trataremos aqui do caso “conseguir” (comentaremos, depois, o outro caso);

- 3) Tendo obtido a estrutura “r s a r”, chegaremos, mediante o conhecimento da definição do juntor “e”, a conclusão que tal estrutura é sempre falsa. Por esse fato, e pelo fato de só termos usado OLVs, concluiremos que nossa suposição “a p” em  $T^{II}$  é necessariamente falsa. Desta forma, descobrimos o valor de “p” que é verdadeiro. O enunciado “p” foi descoberto como sendo verdadeiro mas ele não é nosso objetivo. Colocamos este no Campo Teórico Experimental base de  $T^{II}$ , isto é, em  $T^I$ . Aqui acaba, de fato, o mecanismo MDI.
- 4) Como estamos “dentro” de um MDD, basta arrematar. Isto é, sabendo que o conseqüente é verdadeiro, a subjunção original o será. Assim sendo, fechamos o modelo, trazendo para a T a subjunção objetivo.

Este escalonamento em campos teóricos experimentais, onde cada um desses campos teóricos é gerado pelo aceite provisório de um dado enunciado, é o equivalente à estruturação em nichos na moderna programação. Na programação em Pascal, por exemplo, também se identam os nichos e os delimitam-se com “*begin*” e “*end*”. Aqui se utilizam os pliques (na verdade numeração romana) e a identação. Por isso, encontra-se o termo “estruturado” na nomeação do método de aquisição (método semiótico-estruturado).

Cabe ainda fazer o esclarecimento do caso em que não conseguimos chegar à estrutura “r s a r”. Este “caso” se subdivide em três. Isto é, se não conseguirmos chegar a esta estrutura, há três possibilidades:

- i. Nosso objetivo é falso. Isto é, “p $\vee$  q” é falso. Se for esse o caso, basta colocar o juntor “não” na frente que o enunciado se torna verdadeiro.
- ii. Nosso objetivo é uma contingência. Isto é, “p $\vee$  q” é por vezes falso, por vezes verdadeiro, dependendo da veracidade ou falsidade de seus componentes primos. Se for esse o caso, chega-se à conclusão diretamente a partir da análise do enunciado, ou a partir da negação do mesmo. Exemplo: “p $\vee$  p $\wedge$  r $\vee$  a r” é um enunciado que, submetido ao MDI, não gera a estrutura “jiló e não jiló”. Se

negarmos o enunciado, “ $a (p \vee q \rightarrow r) \rightarrow a$ ”, é fácil ver que este é equivalente ao enunciado “ $p \vee q \rightarrow a$ ” (pela aplicação da OLV N-z ). O enunciado “ $p \vee q$ ” é verdadeiro, mas transformando “ $a (p \vee q \rightarrow r)$ ” (pela aplicação da OLV N-z ) temos “ $r$ ”, que oscila entre falso e verdadeiro e faz com que a conjunção “ $p \vee q \rightarrow a (p \vee q \rightarrow r)$ ” também oscile. Isto é, o enunciado equivalente “ $p \vee q \rightarrow a (p \vee q \rightarrow r)$ ” é contingencial (oscila entre verdadeiro e falso).

- iii. Último caso: não é falso, nem foi possível chegar à conclusão de que o mesmo é contingencial. O enunciado “está”, provisoriamente ou permanentemente, indecível naquela teoria. Este caso, que não acontece em cursos elementares, é típico da ciência de ruptura. É o caso em que ainda não foi inventada a OLV, ou o conjunto de OLVs, que possibilitem a demonstração. Foi, por exemplo, o caso de Issac Newton. Ele teve que inventar OLVs (derivadas e integrais) para resolver seus problemas. Por vezes a OLV ou OLVs a serem obtidas são relacionadas à própria teoria. Por vezes a OLV ou OLVs a serem obtidas dependem da inserção de um novo axioma, que provocará uma mudança de teoria (é o caso concreto do famoso Teorema de Gödel).

Desta forma, apresentado o “modelo teórico”, passa-se à execução dos exercícios. O leitor seguirá a seqüência do livro e, para os professores que ministram cursos regulares e são pressionados pelo fator tempo, sugere-se a seguinte estratégia:

- i. Como o MDI é operacionalmente fácil, isto é, não é muito mais difícil que o MDD, ao invés de se iniciar pelo exercício 1, pulam-se os primeiros e faz-se o exercício nº 11, a contra-positiva (CP): “ $p \rightarrow q \rightarrow b \rightarrow a \rightarrow q \rightarrow p$  “. Assim sendo, a impactação é maior e o mecanismo de “empurrar” o aluno para o estudo continua a funcionar. A aula é interrompida logo após a execução do exercício acima.
- ii. Na aula seguinte, repete-se a construção do modelo de MDI e se deixa o mesmo no quadro para a “cola” (para se fazer a analogia). Agora se segue a ordem dos exercícios, que vão dos fáceis até o nº 11, já feito. Os exercícios números 12 e 13, semelhantes ao número 11, deveriam ser deixados para casa. Da lista, selecione

apenas cinco, dois antes do número 11, e os números 17 e 22, para a prática da OLV CP, contra-positiva (que era justamente o exercício 11)<sup>34</sup>.

Após o término dos exercícios de MDI, deveremos iniciar o MDC. Este é um método que organiza a situação onde há casos (caso A e caso B) gerados pela presença do juntor “ou”:



quadro 9

A esta altura o leitor já está lendo razoavelmente bem. Ele já é capaz de realizar qualquer exercício das quatro listas de exercícios apresentadas. É também capaz de brincar do “Jogo dos 5 erros”. Experimente: no exercício abaixo haverá cinco erros, que devem ser rapidamente encontrados.

Exercício) q ph (qs r) b (ph q)s (ph r)

	TESE		q	ph (qs r) b	(ph q)s (ph r)
(z )	Sup.		1	w	ph (qs r)
	1, Sup.		2	e	p
	2, h -int.		3	e	ph q
	2, h -int.		4	e	ph r
	3, 4, s -int.		5	e	(ph q)s (ph r)
	2, 5, MDD		6	e	p z (ph q)s (ph r)
	1, Sup.		7	e	qs r
	7, s -el.		8	e	q
	7, s -el.		9	e	r

<sup>34</sup> Ao final desta aula, apresente o MDC – Método de Dedução por Casos. Exiba o roteiro e a justificativa. Faça um exercício bem fácil, tipo o número 2 ou o número 3, e deixe os demais para a aula seguinte. Na aula seguinte, reescreva o roteiro e faça os exercícios.

	8, h -int.   10   e	ph q	
	9, h -int.   11   e	ph r	
	10, 11, s -int.   12   e	(ph q)s (ph r)	
	7, 12, MDD   13   w	qs r z (ph q)s (ph r)	
	1, 6, 13 MDC   14   w	(ph q)s (ph r)	
	1, 14, MDD   15   q	ph (qs r) z (ph q)s (ph r)	
(i )	Sup.   16   w	(ph q)s (ph r)	
	16, s -el.   17   w	ph q	
	16, s -el.   18   w	ph r	
	Sup. Abs.   19   e	a (ph (qs r))	
	19, RA   20   e	a p s a (qs r)	a (ph q) b a p s a q
	20, MP   21   e	a p	
	20, s -el.   22   e	a (qs r)	
	17, 21, h -el.   23   e	q	
	18, 21, h -el.   24   e	r	
	23, 24, s -int.   25   e	(qs r)	
	22, 25, s -int.   26   e	a (qs r) s (qs r)	
	19, 26, MDI   27   w	ph (qs r)	
	16, 27, MDD   28   q	(ph q)h (ph r)z ph (qs r)	
	15, 28, s -int.   29   q	ph (qs r) z (ph q)s (ph r) s (ph q)s (ph r)z ph (qs r)	
	29, def. b   30   q	ph (qs r) b (ph q)s (ph r)	

Os cinco erros podem ser de qualquer origem e a solução está apresentada imediatamente abaixo<sup>35</sup>. Se o leitor não encontrou os erros com certa facilidade, é porque não absorveu ainda o método. Alertamos anteriormente que o “custo” da leitura deste capítulo era muito alto e que o método só é obtido lendo-se integralmente o Apêndice 1. O treinamento de docentes estará completo quando justamente estas correções (típicas correções de prova) são feitas com certa desenvoltura, pelo professor em treinamento<sup>36</sup>. Agora estamos prontos para introduzir o Cálculo Quantificacional e partir para a Matemática<sup>37</sup>.

<sup>35</sup> O passo 6 está errado, deveria ser  $T^I$  e não  $T^{II}$ . Caso fosse  $T^{II}$ , o passo 7 seria  $T^{III}$ . No passo 14, falta uma vírgula na justificativa. No passo 21, a justificativa é “s -el.” e não MP. No passo 28, o passo 16 citado foi copiado errado (não é “ou” e sim “e”). No passo 29, falta o pontinho no “e”.

<sup>36</sup> Uma outra forma de o professor em treinamento (ou autotreinamento) verificar seu domínio, é resolver os exercícios escrevendo apenas as justificativas e deixando o lado direito (desenvolvimento) em branco. Os melhores alunos (com notas entre 9 e 10 na primeira prova) também acham facilmente os erros dos colegas e suas próprias distrações.

<sup>37</sup> Nunca fazer os exercícios de revisão em turmas de graduação. Eles são bem mais difíceis e visam apenas demonstrar o quão difícil pode ficar para professores adeptos de outros sistemas. É muito comum, em cursos de extensão, que apareçam pessoas que lhe tragam os piores exercícios dos outros livros. Com nosso método, todos são fáceis, exceto justamente os de revisão, que curiosamente nunca estão nos outros livros.

### 4.2.3 CONSOLIDANDO A LEITURA:

No capítulo destinado aos quantificadores, aproveitamos para definir uma OLV associada tanto a termos quanto a enunciados: a rotulação. Quando observamos o lado direito de uma demonstração, vemos que só escrevemos enunciados, nunca escrevemos um termo isolado. Na Matemática já era conhecida a prática de rotular (ainda que sem esse nome) certos termos, tal como, por exemplo, nas demonstrações de Limite, o menor entre os elementos  $\delta_1$  e  $\delta_2$ . Dessa forma, escrevemos:  $\delta = \min\{\delta_1, \delta_2\}$ ; os matemáticos, em meio a uma demonstração, utilizavam o termo “Seja”, sem dar maiores explicações. Teçamos algumas considerações sobre esses “detalhes”.

Este pequeno “detalhe”, considerado inútil, ainda hoje, pela maioria dos matemáticos, levou a um fato concreto: todos os textos com demonstrações na vertical, tipo passo, ao chegarem nas demonstrações por indução finita, “disfarçavam”, e os autores voltavam a fazer demonstrações não verticais (sem ser por passo). Esses “detalhes”, e muitos outros, típicos do método axiomático (método este defendido por nós, por Bertrand Russell, por Newton da Costa, por Hilbert e muitos outros), são rejeitados pela maioria dos cientistas. Porém, serão também estes “detalhes” que irão fazer a diferença no estádio da técnica que estamos adentrando. A crítica de alguns físicos de que a “Lógica” é o engessamento do pensamento “pode” ser verdadeira para inúmeras formas de utilizar a Lógica. Nunca para a nossa. Se atentamos para a sua importância, é porque vemos que o seu rigor leva a certas conclusões que não seriam possíveis de vislumbrar sem a mesma. Porém, a questão do “custo” é fundamental. Essa questão pode, de fato, engessar o pensamento. Por isso, nossa preocupação fundamental com a sistematização e disseminação (S&D) da Lógica está relacionada a um projeto de “baixar o custo”. Esta “engenharia de custos” é o presente texto em análise. Nesse sentido, não se pode negar o ineditismo de nossa contribuição.

Retornando à questão da rotulação: já vimos, então, a rotulação de termos. Essa, geralmente identificada com a sigla “Seja” em Matemática. Acontece que, quando escrevemos “ $\delta = \min\{\delta_1, \delta_2\}$ ” estamos a rotular termos e com isso geramos um enunciado dado à utilização do predicado “=”. Podemos, entretanto, rotular enunciados como, por exemplo, “p: Cintia é uma advogada” (prática comum na Lógica). Acontece que a notação “:”, é signo reservado da Matemática e foi usado esquemático-intuitivamente no início da Lógica (tal como fizemos com o termo “complexo”, que depois substituímos por “composto ou molecular”). Devemos substituir o símbolo “:”,

utilizado anteriormente para rotular um enunciado, pelo signo “b”. Dessa forma, se: “p b Cintia é uma advogada” é o ato de rotulação, este ato é uma OLV. Vejamos: como não se sabe o valor lógico de “Cintia é uma advogada”, mas como “p” possui o mesmo valor lógico, estamos transformando uma dúvida em verdade, pois se “p” é igual logicamente a “Cintia é uma advogada”, então, “p b Cintia é uma advogada” é uma tautologia. E, dessa forma, a operação é uma OLV.

Naturalmente que a rotulação de termos nunca transforma verdadeiro em falso, pois o que é transformado são termos em enunciados (e termos são injulgáveis). Com isso, supera-se a questão da rotulação, sendo que, em ambos os casos, rotulação de termos e rotulação de enunciados, utilizaremos o signo “seja”<sup>38</sup>.

A apresentação dos quantificadores segue praticamente a tradição acadêmica, só se diferenciando por uma maior minuciosidade na listagem dos critérios (tal como se encontra na ferramenta/texto em análise). Dessa forma, iniciaremos os comentários sobre Teoria dos Conjuntos, onde será praticado o Cálculo Quantificacional.

A Teoria dos Conjuntos recebe a abordagem tradicional da Matemática Moderna: conceitos e operação intuitiva, representação de conjuntos, comparação de conjuntos, conjuntos especiais e operações com conjuntos. Com relação à axiomática, devemos comentar que optamos pela estratégia de Cantor (axiomas de extensionalidade), como já anteriormente mencionado. Damos uma ênfase especial na leitura das definições e dos axiomas, como forma de continuar o processo de “indução de leitura”. Os axiomas são incorporados como OLVs; dessa forma, o número de OLVs aumenta (como é de se esperar à medida em que o conjunto de conhecimentos abordados é também aumentado); o uso contínuo será a forma de incorporar as novas OLVs e, para tal intento, o leitor deve demonstrar as 67 propriedades dos conjuntos<sup>39</sup>.

Neste primeiro encontro do leitor com a Teoria dos Conjuntos permite-se, dado o baixo nível semântico da teoria, que o controle da inserção do quantificador universal (@) seja pelo critério da “cautela”. Vejamos um exemplo, o exercício 24:

---

<sup>38</sup> Tais explicações, em um curso regular, poderiam ter sido deixadas para o momento de apresentação do MIL - Método de Indução Lógica (Prova por Indução Finita).

<sup>39</sup> Custo de 3 encontros, num curso regular, lembrando que cada encontro é de 3 ou 4 tempos de aula. Naturalmente que, em sala, somente alguns de cada tipo serão realizados.

24)  $q \ A \ D \ B \ z \ A \ Q \ B = B$

Solução:

Rascunho:  $(@x) (xAAQB \ b \ xAB)$

TESE		q		A D B z AQB = B
Sup.		1		w ADB
1, def.D		2		w $(@x) (xAA \ z \ xAB)$
2, @-el.		3		w $xAA \ z \ xAB$
(z ) Sup.		4		e xAAQB
4, def.Q		5		e $x \ A \ A \ h \ x \ A \ B$
5, Sup.		6		r $x \ A \ A$
3, 6, MP		7		r $x \ A \ B$
6, 7, MDD		8		e $xAA \ z \ xAB$
5, Sup.		9		r $x \ A \ B$
9, P.I.		10		r $x \ A \ B$
9, 10, MDD		11		e $xAB \ z \ xAB$
5, 8, 11, MDC		12		e xAB
4, 12, MDD		13		w $xAAQB \ z \ xAB$
(i ) Sup.		14		e xAB
14, h -int.		15		e $x \ A \ A \ h \ x \ A \ B$
15, def.Q		16		e $x \ A \ A \ Q \ B$
14, 16, MDD		17		w $xAB \ z \ x \ A \ A \ Q \ B$
13, 17, s -int.		18		w $xAAQB \ z \ xAB \ d \ xAB \ z \ xAAQB$
18, def. b		19		w $xAAQB \ b \ xAB$
19, @-int.		20		w $(@x) (xAAQB \ b \ xAB)$
20, def.=		21		w $AQB = B$
1, 21, MDD		22		q $ADB \ z \ AQB = B$

Neste exercício, ensinamos a técnica de rascunhar o conseqüente para melhor vislumbre do objetivo (objetivo interno do MDD). No “passo 4” há a suposição do antecedente do núcleo do rascunho ( $xAAQB \ b \ xAB$ ) e não do rascunho inteiro ( $(@x) (xAAQB \ b \ xAB)$ ). Tal suposição é baseada na idéias de recursividade do MDD. Acontece que, para utilizar esta técnica, desse jeito, tivemos que olvidar a presença do quantificador universal na frente do núcleo do rascunho ( $xAAQB \ b \ xAB$ ). Como a suposição é, em tese, livre, o problema reside no “passo 20”, onde, na justificativa, utilizamos a operação “@-int.”. Tal operação, generalização, foi baseada no critério da cautela. Tal critério, em situações de semântica simples, como aqui delineado, não causa dano. Porém, num curso continuativo a este, tal como: Matemática Discreta, Teoria dos Números, Fundamentos de Matemática Elementar ou outro curso semelhante a esses, que dê

continuidade ao aprendizado da Matemática, isto não é recomendável. Nesses, a demonstração deve ser refeita de outra forma. Vejamos:

24)  $q \ A \ D \ B \ z \ AQB = B$

Solução:

Rascunho: $(@x) (xAAQB \ b \ xAB)$		
TESE	q	$A \ D \ B \ z \ AQB = B$
Sup.	1   w	$ADB$
1, def.D	2   w	$(@x) (xAA \ z \ xAB)$
2, @-el.	3   w	$xAA \ z \ xAB$
Sup. Abs.	4   e	$a (@x) (xAAQB \ b \ xAB)$
4, N-@	5   e	$(\$x)a (xAAQB \ b \ xAB)$
9, \$-el.	6   e	$a (xAAQB \ b \ xAB)$
6, def. b	7   e	$a (xAAQB \ z \ xAB \ d \ xAB \ z \ xAAQB)$
7, RA	8   e	$a (xAAQB \ z \ xAB) \ h \ a (xAB \ z \ xAAQB)$
8, Sup. Abs.	9   r	$a (xAAQB \ z \ xAB)$
9, RA	10   r	$xAAQB \ s \ xSB$
10, s -el.	11   r	$xAAQB$
10, s -el.	12   r	$xSB$
11, def. Q	13   r	$xAA \ h \ xAB$
13, 12, h -el.	14   r	$xAA$
3, 14, MP	15   r	$xAB$
12, 15, s -int.	16   r	$xSB \ s \ xAB$
9, 16, MDI	17   e	$xAAQB \ z \ xAB$
8, Sup. Abs.	18   r	$a (xAB \ z \ xAAQB)$
18, RA	19   r	$xAB \ s \ a (xAAQB)$
19, s -el.	20   r	$xAB$
19, s -el.	21   r	$a (xAAQB)$
21, def. Q	22   r	$a (xAA \ h \ xAB)$
22, RA	23   r	$xSA \ s \ xSB$
23, s -el.	24   r	$xSB$
20, 24, s -int.	25   r	$xAB \ s \ xSB$
18, 25, MDI	26   e	$xAB \ z \ xAAQB$
17, 26, s -int.	27   e	$xAAQB \ z \ xAB \ d \ xAB \ z \ xAAQB$
27, def. b	28   e	$xAAQB \ b \ xAB$
6, 28, s -int.	29   e	$a (xAAQB \ b \ xAB) \ d \ xAAQB \ b \ xAB$
4, 29, MDI	30   w	$(@x) (xAAQB \ b \ xAB)$
30, def. =	31   w	$AQB = B$
1, 31, MDD	32   q	$A \ D \ B \ z \ AQB = B$

Observem que o número de passos aumentou. Vejam também que, ao invés de olhar para o núcleo do rascunho e subdividir a demonstração em “ida” e “volta”, tratamos o rascunho como um todo e no “passo 4” partimos para o MDI, realizando uma

demonstração rigorosa, onde o quantificador universal, que aparece no “passo 30”, foi obtido por outro critério que não a “cautela”; foi obtido pelo critério de “dedução”.

Nossa estratégia, em um primeiro estágio de treinamento (curso Introdutório de Lógica), é construir um “processo de aquisição de linguagem” que seja viável, mesmo para alunos fracos. Por isso, optamos por certo grau de tolerância com o rigor, nessa primeira fase. Toleramos, em princípio, uma certa falta de rigor, para justamente conseguirmos, de forma gradativa, esse rigor<sup>40</sup>.

#### 4.2.4 A LEITURA COMO “DETALHE”

Na última fase do curso, acerca do Método de Indução Lógica, introduzimos muito rapidamente os números Naturais<sup>41</sup>. Explicamos o MIL – Método de Indução Lógica (usualmente conhecido como “Indução Finita”), como um processo envolvendo a construção de um mecanismo (  $E(k) \rightarrow E(s(k))$  ) e a exibição de um caso concreto (“ $E(n_0)$ ”). Da aplicação sucessiva da OLV MP e obtenção, também sucessiva de “ $E(s(k))$ ”, que sempre poderá ser tomado como um “novo  $E(n_0)$ ”, obtém-se uma sucessão infinita, e ilimitada à direita, de enunciados verdadeiros. Desta forma, “ $E(n)$  verdadeiro,  $\forall n \in \mathbb{N}$ ”. Com relação aos exercícios, optamos pelas demonstrações de fórmulas, utilizando somatório. Tal decisão foi em função da simplicidade das demonstrações e pelo fato de que, mais do que nunca, a “cola” (permanente analogia) demonstra-se saudável. Costumamos estimar que o tempo de aprendizado do aluno, através do mecanismo supracitado, seja de quatro horas. A essa altura, o aluno que “lê” preocupa-se mais com a quantidade de horas alocada para o aprendizado, do que com a dificuldade do aprendizado. A dificuldade sintática, principal dificuldade do aluno ingressante na universidade, está minimizada. Aprender Matemática agora é parecido com aprender programação. Pode até haver novidades sintáticas, mas não é a sintaxe que “dificulta” a atividade do programador e sim a semântica e a pragmática envolvidas.

<sup>40</sup> A essa altura, os alunos já lêem muito bem. Cerca de 10% da turma não lê e não lerá nesse semestre. Deverão repetir o processo de treinamento. Em geral, nessa repetição, esses dez por cento (10%) obtêm sucesso. São raríssimos os casos em que um aluno é submetido três vezes ao mesmo treinamento.

<sup>41</sup> Apesar da brevidade, fazemos essa apresentação através da axiomática de Peano. A brevidade diz respeito principalmente ao fato de não demonstrarmos as propriedades dos números naturais e preferirmos praticar o MIL a partir de enunciados envolvendo somatórios.

Faz-se mister ressaltar, novamente que, em face da “rotulação”, já anteriormente descrita, é possível aqui permanecer com a demonstração por passos. Isso é relevante, porque desconhecemos outro texto de Lógica que o faça.

No próximo capítulo, munidos de uma concepção de Lógica muito superior à corrente, iremos analisar, através dos “mapas epistemológicos” da “epistemologia clássica” e de nossa “proposta epistemológica”, o que se propõe de original e inovador. Lá, além de apresentar a nova categoria “sistemas de representação”, revisaremos nosso entendimento e compreensão sobre as demais categorias componentes desses “mapas epistemológicos”, de forma a ir se desvelando que nossa proposta epistemológica é, na verdade uma ruptura com o, ainda, corrente pensamento da Modernidade Moderna.

## **CAPÍTULO 5**

### **O CONTROLE E O ENGENHO COMO CARACTERÍSTICAS FUNDAMENTAIS**

“Uma educação consciente pode até mudar a natureza física do Homem e suas qualidades, elevando-lhe a capacidade a um nível superior.”

Werner Jaeger (PAIDÉIA, p. 3)

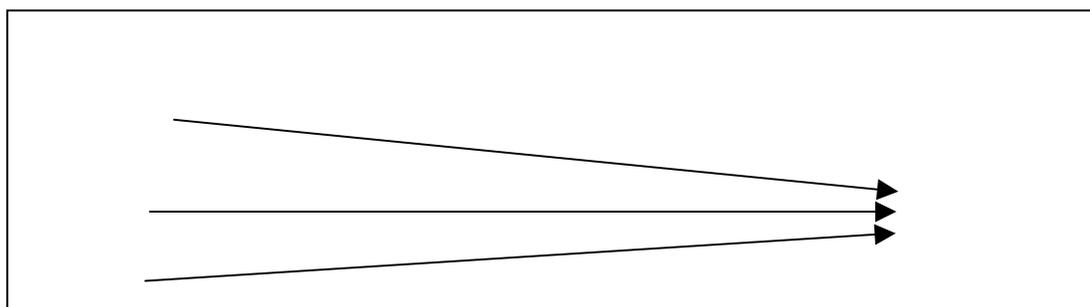
## CAPÍTULO 5

### 5. O CONTROLE E O ENGENHO COMO CARACTERÍSTICAS FUNDAMENTAIS:

No capítulo anterior fizemos um estudo de caso, de como se pode engenheirar o conhecimento. Entretanto, ao tecermos nossas considerações de forma objetiva, isto é, dizendo o quê, como e por que motivo foi feito, ainda assim olvidamos ressaltar dois aspectos tomados por nós como fundamentais e caracterizadores da “nova epistemologia”, ou melhor, da engenharia do conhecimento: a idéia de controle e a presença de engenho. Antes, porém, deveremos apresentar “os mapas epistemológicos” da Epistemologia Clássica e de nossa proposta epistemológica. Esses “mapas” são apresentados pelos quadros a seguir e vão conter as categorias fundamentais da nossa proposta em Epistemologia.

#### 5.1 A EPISTEMOLOGIA CLÁSSICA

Notório é que esses dois aspectos supracitados, controle e engenho, não são fundamentais na prática epistemológica clássica. Nesta prática epistemológica clássica são realizadas uma análise e uma crítica sobre o modelo clássico, modelo esse que exibimos no quadro imediatamente abaixo.



quadro 10

Isto é, dado um determinado “objeto” de estudo, que sofrerá um certo grau de demarcação, o “ente” que pensa, já devidamente separado em *res extensa* e *res cogitans*, utiliza o Método Científico (nome dado a um conjunto de métodos e técnicas de abordagem e tratamento que já não mantêm um mínimo de unicidade, como já se

requereu no passado) para compreender o objeto e fazer previsões sobre o mesmo (ou sobre seu entorno). Teçamos os necessários comentários sobre o modelo acima:

- i. Acerca do ente, podemos dizer que:
  - a. Na maioria dos casos goza de uma posicionalidade excêntrica, mantendo-se “neutro” e imparcial quanto à análise do objeto.
  - b. No caso da Física, admitiu-se (mais modernamente) que esse ente, agora transmutado em observador, “influi no ato de observação do objeto”, perturbando a observação. Porém, suas pulsões institivas/culturais não perturbam, ou não deveriam perturbar, a análise do objeto<sup>1</sup>.
  - c. Em algumas áreas de Humanas, admite-se que esse ente, por ser um “ser” que está no mundo, pensa seu objeto com “parcial isenção”, de forma que sua análise do objeto conterà necessariamente elementos axiológicos derivados de sua formação cultural *lato sensu*.
  
- ii. Acerca do método, podemos dizer que:
  - a. Originariamente segue a “idéia geral” do método hipotético-dedutivo/reducionista/axiomático<sup>2</sup>.
  - b. Devido às “dificuldades” encontradas de se levar tal método “ao pé da letra”, a própria Física (modelo de ciência), e incrivelmente também a Matemática (como nos alerta Hilbert, entre outros), afrouxaram o rigor do “método científico” e toleram ajustes. Ainda que o “espírito do método” se mantenha como “paradigma” na atividade científica.
  - c. As ciências “mais afastadas” da Matemática perceberam que não poderiam dar conta de seguir o Método Científico de forma rigorosa (nem a Física e a Matemática o fizeram) e, então, pleitearam que, em face da “especialidade” dos objetos que tratam (objetos culturais, axiológicos, psíquicos e etc.), que o método não deveria ser uno e, dessa forma, deveria haver uma variedade de métodos; ainda que a “cientificidade” oriunda do “método originário” se mantenha como característica dessa “classe de métodos”.

---

<sup>1</sup> Se, eventualmente, uma questão cultural (não no sentido da cultura científica) entra na análise de um físico, este, ainda que goze de prestígio na grande mídia, está liquidado, em termos estritamente científicos. Como exemplo relativamente recente, temos a situação de Fritjof Capra.

<sup>2</sup> Nas ciências empíricas inclui-se a questão do experimento. Dessa forma, se deve dizer: hipotético-dedutivo/reducionista/axiomático e experimental.

- d. A idéia de haver “métodos” e não “um método” ganha notória legitimidade na medida em que, após a segunda guerra mundial, a Engenharia de Produção (também denominada Engenharia de Métodos) ganha destaque na atividade industrial, tornando-se estratégica e necessária às nações em face das sucessivas atualizações da tecnociência.
- iii. Acerca do objeto, podemos dizer que:
- a. O termo “objeto” é multidimensional. Sofre a ação do mecanismo determinista/reducionista, onde a totalidade é compartimentalizada em unidades cada vez menores; isto é, aquilo que se chamava filosofia vai despreendendo “pedaços”, como a Física e a Matemática (que já se chamaram de Filosofia Natural), a Economia (que já se chamou de Filosofia Moral), e muitas outras (que em face da separação e ganho de *status* científico dessas primeiras, pleiteiam para si campos da realidade material e cultural, distinguindo-se umas das outras pelas prioridades, pelos métodos, pela tradição, por “dimensões de foco” e combinações de elementos<sup>3</sup>), e esses grandes compartimentos, as ciências, vão internamente se compartimentalizando, até que haja uma certa individuação na “coisa” a ser tratada.
- b. A questão da demarcação do objeto não está pacificada na epistemologia tradicional. Em sua LÓGICA DA PESQUISA CIENTÍFICA, Karl Popper rejeita a “proposta positivista”, em face de ela ser derivada de uma Lógica Indutiva [POPPER, K., 1993, p. 36] e nos oferece como alternativa a “falseabilidade”, como critério de demarcação [POPPER, K., 1993, pp. 41-44].
- c. Com relação a “objetos mais individuados”<sup>4</sup>, a prática da demarcação segue ainda, em essência (e no geral), a técnica aristotélica, encontrada em TÓPICOS (de I a VII, excetuando-se o VIII), que nada mais é do que uma explicitação, um aperfeiçoamento, dos mecanismos apresentados na “diferenciação da arte da caça e da pesca”, feita no TEETETO de Platão. Aristóteles, nesse caso, merece o mérito, por ser de fato o criador de uma teoria de classificação. Também é fato que se, por um lado, a individuação ainda segue a técnica da

---

<sup>3</sup> A “sociedade”, por exemplo, sofre diversas análises: histórica, jurídica, histórico-jurídica, sociológica, antropológica, antro-po-sociológica, política, sócio-política, sócio-jurídica, econômica, etc..

<sup>4</sup> Preferimos o termo “individuados”, ao invés de “individualizados”, por seguirmos a tradição filosófica, que vai do *apeiron* até o uso de Russell em o CONHECIMENTO HUMANO.

classificação, por outro lado, a Física Moderna (em particular a Mecânica Quântica, que trata do micromundo e que provocou, segundo nossa tese, uma ruptura no objeto) levou a individuação do objeto, com base na técnica tradicional, a um impasse<sup>5</sup>. Por exemplo, *grosso modo*, pode-se dizer que a matéria, quando compartimentalizada até as últimas conseqüências, perde, além do atributo de presencialidade objetiva, típico dos objetos não culturais que estão do mundo, a própria materialidade, dado que passa a ser “entendida” como uma “função de densidade de probabilidade”<sup>6</sup>.

Em linhas gerais, bem gerais, este é o “estado da arte” na “Epistemologia Clássica”, ou melhor, na epistemologia praticada no estágio da técnica que denominamos de “a Técnica do Técnico”. Há dezenas de livros de epistemologia que poderiam ser “conferidos” e que, em linhas gerais (como alertamos), diriam mais ou menos isso. Além dos trabalhos clássicos de Popper, Kuhn, Lakatos e Bachelard (são trabalhos clássicos, porém não tão recentes), sugerimos, como prova cabal (e empírica) de nossas afirmações, um pequeno e recente livro (1999), publicado pela NAU Editora e pela PUC-Rio, organizado pelos professores Heidrun Krieger Olinto e Karl Erik Schollhammer, de título “NOVAS EPISTEMOLOGIAS: desafios para a universidade do futuro”, que é fruto de um seminário internacional (do mesmo nome que o livro), em que participaram, além de um prêmio Nobel em Física (Prof. Steven Chu, Stanford University), pesquisadores da envergadura do Professor Mario Novello. Feito isso, consideraremos suficientemente demonstrado o “estado da arte” da Epistemologia.

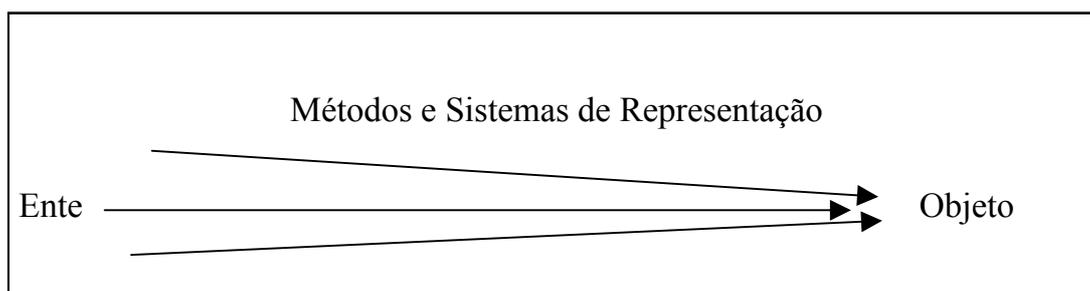
## 5.2 A “NOVA EPISTEMOLOGIA”

Acontece que nossa proposta epistemológica, rumo a uma metamorfose em “Engenharia do Conhecimento”, é de natureza diversa desta “Epistemologia Clássica”. Vejamos o quadro a seguir:

---

<sup>5</sup> Bertrand Russell ensaia um novo tratamento de individuação no capítulo VIII de seu O CONHECIMENTO HUMANO, mas parece-nos que o tratamento apresentado é insuficiente. A solução para tal impasse ainda está no devir.

<sup>6</sup> Conforme o laureado físico Max Born, em título de sua autoria: FÍSICA ATÔMICA [BORN, M., 1965, pp. 163-164] ou [BORN, M., 1965, p. 105] ou [BORN, M., 1965, p. 217].



quadro 8

À primeira vista, já se pode perceber que entre o “ente” e o “objeto” existem, em nossa proposta, duas categorias epistemológicas fundamentais, ao invés de somente uma. Sendo este o um dos principais focos da presente tese<sup>7</sup>. Deixaremos a análise dessas categorias para o final e iniciaremos pelo objeto:

- i. Acerca do objeto, podemos dizer que:
  - a. As questões suscitadas pela Mecânica Quântica, Cosmologia Relativística<sup>8</sup>, Nanotecnologia, Engenharia Genética, Neurociência Computacional, Computação Quântica, Ecologia etc. (e pela própria natureza dessa tese, dado que o conhecimento científico também é tratável como objeto), demonstram inequivocamente que a variabilidade do foco de tratamento, entre outras coisas<sup>9</sup>, fez emergir aspectos dos objetos nunca anteriormente tratados. Dessa forma, é inequívoca a ruptura no objeto.
  - b. Há vários objetos materiais e culturais que se ressentem do tratamento clássico. No item “a” acima, quase todos implicam uma ordem material, mas há objetos antigos que já se ressentiam; nas Ciências Humanas, a falta de tratamento adequado não era vista como uma anomalia do objeto e sim como uma tipicidade de área e que, portanto, reclamava apenas um método diferente

<sup>7</sup> Ao admitirmos a “linguagem”, ou “sistema de representação”, como algo diferenciado dos “métodos”, estamos implicitamente admitindo a possibilidade de engenheirá-los, dado que, com os “métodos” restantes (restantes da decomposição de métodos em métodos e sistemas de representação), é o que se faz (Engenharia de Métodos). Quanto aos demais focos do presente trabalho, temos a chave cognitiva de Havelock, temos a possibilidade de retorno à proposta de Hilbert e temos a redução do custo sintático, através dos métodos de aquisição (tal como o método semiótico-estruturado, ofertado em nossa ferramenta/texto).

<sup>8</sup> Tal como a tese suscitada por Mario Novello, em COSMOLOGIA CONTEMPORÂNEA E DIALETO NEWTONIANO in: “NOVAS EPISTEMOLOGIAS: desafios para a universidade do futuro”.

<sup>9</sup> Entre essas “outras coisas” a necessidade de tratamento multidisciplinar.

das ciências naturais<sup>10</sup>. Este método diferente era apenas “paralelo” ao método das ciências naturais, não era visto como uma modificação necessária, inclusive para as ciências naturais. Uma maior exigência de um bom conceito nas ciências naturais e nas ciências biológicas vem modificar esse quadro. Perguntas sem resposta, como: “O que é vida?” e “O que é Probabilidade?” vêm perturbando, em definitivo, a apreensão clássica do que são os objetos.

- ii. Acerca do ente, podemos dizer que:
- a. Está em curso uma revisão da “clássica divisão cartesiana”, do ente em *res extensa* e *res cogitans*. Com o advento da computação e sofisticação da eletrônica, foi possível investigar aspectos do cérebro humano, obtendo-se um conjunto de informações nos anos 90 do século XX, que fizeram com que o período em tela fosse denominado de “década do cérebro”, tal o montante de informações obtidas sobre o mesmo. Questões suscitadas tais como: “Há diferenças entre mente e cérebro?”, “O que possibilita a inteligência humana?”, “O que possibilita a consciência?”, entre outras questões, fazem com que a “imagem clássica do ente” esteja presentemente em revisão<sup>11</sup>.
  - b. A quase efetiva passividade do “ente”, no processo de conhecimento, nos estádios da técnica anteriores (Técnica do Acaso, Técnica do Artesão, Técnica do Técnico) levava esta categoria epistemológica a um secundarismo com relação às outras, de tal ordem, que não se podia vislumbrar um “processo de ruptura”. A tese de Erick Havelock, abraçada por nós aqui, acerca do papel do alfabeto na cultura grega (o alfabeto como “bomba atômica cognitiva” detonada em meio à sociedade grega da Antigüidade), mudou em definitivo nossa visão de “não processo de ruptura”. A “técnica de escrita alfabética”<sup>12</sup>

<sup>10</sup> Há algumas tentativas de se operar teoricamente o conceito, como se este fosse uma função de várias variáveis. Cremos que a tentativa de fugir ao marco da conceituação determinística e, então, torná-la uma função de várias variáveis revela uma certa falta de compreensão do fenômeno de conhecimento como um todo. Quem opera com funções de várias variáveis em ciências exatas sabe das dificuldades de se gerenciar os modelos. Uma dessas tentativas de dar aos conceitos um caráter de função (ainda que o conceito de função não esteja sendo citado, pois se estar a pensar nominalmente em probabilidade, mas só nominalmente) está em TEORIA DO INJUSTO PENAL de Juarez Tavares [TAVARES, J. E. X., 2002, pp. 87-110]

<sup>11</sup> Conforme inúmeros autores da área, entre eles, Steven Pinker em COMO A MENTE FUNCIONA [PINKER, S., 2001, p.71].

<sup>12</sup> O surgimento do “dispositivo alfabético” é de tal monta, que possibilitou o surgimento da “Literariedade Filosófica”, de uma forma um tanto abrupta no universo grego. Os gregos mal haviam “digerido” as formidáveis mudanças provocadas pelo alfabeto, quando foram “atropelados” pelo irrompimento da Modernidade Antiga. Seus sucessores, os romanos, e posteriormente o Islã, acabam por rejeitar essa modernidade. A tradição filosófica grega não

possibilitou ao “ente grego” uma transformação, um salto cognitivo, equivalente ao que a “Matemática Superior”<sup>13</sup> possibilitou ao “ente Ocidental moderno”. Não é à toa o apreço “quase irracional” das Ciências Exatas ao ensino da Matemática, mesmo que operacionalmente, no dia-a-dia (em certos casos), não se a utilize<sup>14</sup>.

- c. No presente momento histórico, outro salto cognitivo para o “ente” está em curso. Assim como o “dispositivo alfabeto” (utilizado por uma parte dos gregos) e o “dispositivo matemático” (utilizado por uma parte dos cientistas) permitiram um salto cognitivo, uma “ruptura camuflada” no ente, é alvo dos atuais pesquisadores em neurociência computacional um conjunto de dispositivos que vise “alterar a cognição”. Por exemplo: na COPPE/UFRJ, a equipe de pesquisadores liderada pelo Professor Luis Alfredo Vidal de Carvalho vem desenvolvendo um conjunto de técnicas, métodos e programas de computador que possibilitem a recuperação de pessoas com reveses neurológicos, tipo: autismo, esquizofrenia, neuroses etc.. A recepção desse trabalho pela comunidade acadêmica internacional tem sido extremamente positiva, tanto que a equipe, e em particular a pesquisadora Rosa Costa, foi agraciada com o prêmio IEEE (*Institute of Electrical and Electronics Engineers*).<sup>15</sup> Acontece que nosso “modelo de aquisição” exaustivamente comentado no capítulo anterior, ainda que um passo tímido, visa alavancar mentes normais, provocando também um salto cognitivo nos pacientes do processo. E isto é só o começo, pois, na medida em que as pesquisas acerca

---

possui, nem de longe, concorrência, por mais de mil e quinhentos anos. Essa Modernidade Antiga começa a ser redescoberta, lentamente, a partir do século XII, assim como, são lentamente redescobertos os mecanismos de aquisição de leitura e escrita alfabética. Devido à descoberta da imprensa no ocidente, com o surgimento das línguas vernáculas e a popularização das mesmas pela imprensa (tal como aconteceu na Bíblia de Lutero, em alemão), há um renascimento cultural (uma nova explosão atômica) de tal monta que faz irromper uma outra modernidade, que não a Modernidade Antiga: a Modernidade Moderna.

<sup>13</sup> Inclui-se nessa “Matemática Superior” todo o arcabouço simbólico incorporado à Matemática.

<sup>14</sup> Um dos principais discípulos do Professor Mario Novello, o Professor Luiz Alberto Rezende de Oliveira (CBPF/CNPq), numa defesa de dissertação de mestrado, realizou crítica feroz, contundente e avassaladora à dissertação, pelo fato de o candidato em exame ter feito uma menção negativa ao pensamento matemático. Tal professor sempre foi alvo de nossa admiração e, portanto, sua crítica foi alvo de nossa reflexão e minucioso exame. O apreço demonstrado pelo pesquisador em tela é relativo, segundo nossa reflexão, ao salto cognitivo, supramencionado, derivado do estudo da Matemática Superior.

<sup>15</sup> A manipulação de processos representacionais, sejam eles pictóricos ou logográficos, incita, biologicamente falando, o surgimento de novas sinapses e o aprimoramento da rede neuronal. Seja um software de recuperação de autistas, seja um modelo de aquisição de linguagem, a indução do organismo a fazer surgir novas sinapses é indubitável.

dos processos mentais ou cerebrais avançarem, uma maior quantidade de intervenções será possível. Abrimos a “caixinha de Pandora”! Ou avançamos firmes, resolutos e com responsabilidade ética e social, ou “outros” o farão.

iii. Acerca do método, podemos dizer que:

- a. Há um enorme equívoco sobre a história do método. Se o leitor esteve atento durante nossas considerações acerca das paternidades de objeto, método e linguagem, percebeu uma certa “deficiência” na relativa ao método. A esta altura de nosso discurso, é perceptível que as sucessivas alterações nas categorias epistemológicas derivam de uma certa interdependência entre essas categorias. A tradição epistemológica clássica, ao se referir ao termo “método”, não percebia que o método é muito mais antigo que a tradição cultural grega. Há métodos de plantio, ainda que não “científicos”, mas pautados na observação da natureza, desde o período Neolítico. A própria escrita alfabética possui “métodos de aquisição”. O que acontece na Grécia Clássica é que, através do surgimento da escrita alfabética, estabelece-se uma técnica de escrituração, e um salto no nível de cognição, que permite a inspeção e re-inspeção do dito. Nesse jogo dialético<sup>16</sup> emerge um método essencialmente associado a sistemas de representação: o método hipotético-dedutivo; que recebe rapidamente seu *upgrade* em método hipotético-dedutivo-axiomático, ainda na **Academia**. Naturalmente que não se tem, no horizonte grego, a clareza de que isto está a acontecer. Há apenas a intuição generalizada na alma grega de que o “outro” é bárbaro. O “método de demonstração por absurdo” é, na verdade, uma técnica, dentro do método hipotético-dedutivo-axiomático. Este último é um método para sistemas de representação e é modernamente capturado pela Lógica de 1ª ordem<sup>17</sup>, tal como vimos no capítulo anterior (voltaremos ao assunto no item sobre “sistemas de representação”). Se, por um lado, Sócrates é o metodólogo da transição grega, ele o é porque, além do descobridor da “pedra-de-toque” do método hipotético-dedutivo: o MDI (ou prova por Absurdo), inaugura um método de aquisição para o conhecimento: a maiêutica socrática, o método de partejar idéias. Este sim, é um método mais amplo, que pode ser aplicado não só na aquisição do conhecimento “linguagem”, como na aquisição de muitos

<sup>16</sup> Acerca do termo dialético e sua origem na cultura grega, ver; [CHATELET, F., 1992, p. 33].

<sup>17</sup> É uma famosa tese de Hilbert [IN: ENCICLOPÉDIA EINAUDI – LÓGICA COMBINATÓRIA, p. 115].

outros conhecimentos, científicos ou não. Os gregos estavam cognitivamente preparados para receber novidades na linguagem, mas a história demonstra que não estavam preparados para inovações no método. A condenação de Sócrates não é por sua prática filosófica (ele nada escreveu) e mas sim pelo método que utilizou para chegar à sabedoria de que “Sabia que nada sabia”: a maiêutica socrática. Para isso, teve que praticar seu método de partejar idéias por toda a Atenas, demonstrando sua superioridade aos demais, bem como a veracidade do vaticínio do oráculo de Apolo, dado que os cidadãos de Atenas “nem sabiam que nada sabiam” e isso Sócrates sabia.

- b. O método de partejar idéias, a maiêutica socrática, de fato é muito eficiente em muitas áreas, inclusive na educação científica. Porém, da mesma forma que os métodos de trabalho da moderna indústria, baseados “nos tempos e movimentos” demonstraram possuir características negativas (tal como o *stress* que provoca no trabalhador da fábrica, tão bem caracterizado no filme de Chaplin, TEMPOS MODERNOS)<sup>18</sup>, a maiêutica socrática pode provocar em muitos a revolta de se ver “despido” de suas crenças e certezas. Já nos ocorreu sermos procurados por um “aluno nota dez” e este nos afirmar que: apesar da “nota dez”, apesar de ele ter percebido “seu salto cognitivo” durante o semestre, apesar de “todos os apesares que nós pudéssemos argumentar”, ele nos odiava e nos responsabilizava pela sensação de ter sido “violado” em sua natureza. A Engenharia de Métodos vem pesquisando de que forma o homem, participe do processo produtivo, possa fazê-lo da melhor forma possível. Esperamos, sinceramente, que nosso “método de aquisição”, e toda a transição que anunciamos, possam vir a serem aperfeiçoados por outros colegas pesquisadores, principalmente para que não firmamos justamente a dignidade humana que pretendemos proteger.

---

<sup>18</sup> MODERN TIMES - Inglaterra, preto e branco.  
 Direção: Charles Chaplin.  
 Com: Charles Chaplin, Paulette Godart, Henry Bergman.  
 Roteiro/Música: Charles Chaplin.  
 Fotografia: Rollie Totheroh.  
 Linguagem e criação pesquisada por Charles Chaplin.  
 Gestos coreografados por Charles Chaplin.  
 Filmado nos EUA.  
 87 min. Warner, Continental Home Vídeo.

- d. Como toda a riqueza cultural/científica inaugurada especificamente pela Modernidade Antiga foi “rejeitada” pela civilização romana<sup>19</sup> e posteriormente pelo Islã (por motivos múltiplos, apesar de Averróis e Avicena)<sup>20</sup>, somente cerca de mil e oitocentos anos depois, Descartes retoma a “questão do método”, a partir dos métodos dos sistemas de representação. Isto é, retirando aspectos dos métodos de representação (método hipotético-dedutivo-axiomático), em particular dos OS ELEMENTOS de Euclides, utiliza-os em mais amplo espectro, introduzindo a característica “reducionista”<sup>21</sup>, transformando o “método científico” em método hipotético-dedutivo/reducionista/axiomático, para examinar, por exemplo, a realidade física (a exemplo, em suas teses sobre a teoria dos vórtices). Mas há, concorrentemente, outros métodos. Na chamada “Revolução Verde” (cerca de 300 anos antes), há a introdução de métodos e

---

<sup>19</sup> Os romanos, que tiveram contato direto com a civilização grega, e que poderiam ter partido da cultura grega para além, isto é ter se sobreposto à mesma, deram um passo atrás, ficando apenas com a literariedade não filosófica, com aspectos da arte grega, com aspectos da arquitetura grega etc.. Não ousaram os romanos a dar continuidade à Filosofia, pois esta buscava a “perigosa verdade”. Na política também optaram por uma estrutura de decisão diferenciada, entre a Oligarquia (das famílias fundadoras de Roma) e o Império. Em sociedade, se por um lado trataram melhor as mulheres (dando às famílias casas confortáveis), por outro lado, a recomendação de igualdade de oportunidades apregoada por Platão foi totalmente esquecida. Há outro ponto que diferencia gregos e romanos. Em Roma, diferentemente do que ocorria na Grécia, havia três espécies de Latim. Um culto, para (para a escrita), um falado (o popular) e um outro intermediário. Tais discrepâncias impediam a democratização das oportunidades e a alavancagem do conhecimento pelo método de seleção pela quantidade (concorrência de muitos). Somente os poucos oriundos da classe abastada teriam acesso a uma formação que permitisse a leitura do “Latim culto”.

<sup>20</sup> Alguns esclarecimentos em: [KOYRÉ, A., 1982, p. 25].

<sup>21</sup> Os reducionismos material e factual não faziam parte do programa epistemológico de Platão. Haviam sido formalmente rejeitados para a *Physis* grega por Platão, nas Leis, quando este condena os *Physiologoy*, ainda que Platão mantenha um esquema reducionista para a sintaxe da *Physis*. Esta diferença talvez tenha majorado o hiato filosófico entre Platão e Aristóteles. Aristóteles, criado no “odor” da medicina e da biologia da sua época (era filho do médico de Amyntas, avô de Alexandre Magno, conforme Will Durant [DURANT, W., 1991, p. 57]), pôde facilmente romper com Platão, aplicando aquilo que foi praticado pelo mestre na divisão “da arte da caça e da pesca” no TEETETO, na “caça” e na “pesca” (e não na “arte”, não no “conhecimento”), criando uma Teoria de Classificação, reducionismo material por excelência. Platão não olha com atenção para o “mundo das cópias”, material e dos fatos. É um mundo degenerado, em permanente “decomposição” em simulacros, em direção ao *chaos*. Além do “mundo das idéias” (onde se encontram as essências, tipo a “mulheridade”, essência do “ser mulher”, e nisso não vemos o reducionismo cartesiano), Platão só valoriza o degrau intermediário, ocupado pela Matemática (e nessa ele vê unidade/reducionismo nos “sólidos de Platão”). O nível de redução da geometria a ponto, reta e plano, virá posteriormente. Outra prova cabal de que Platão não pratica o reducionismo (agora factual), é o fato de que ele jamais encaminha a discussão da *dike* (Justiça) na REPÚBLICA ao caminho do reducionismo e, por isso, apesar da expectativa que se cria, “nem de longe” esboça uma definição.

técnicas na agricultura (rodízio de campos, arado de metal e etc.), a relojoaria, as grandes navegações e muitas outras atividades importantes, que antecederam o Renascimento, demonstram, inequivocamente, que os métodos não deixam de serem descobertos e praticados. O método indutivo proposto por Bacon é mais um entre tantos da época. Como, então, atribuir a Descartes a “paternidade” da ruptura do método? Acontece que Descartes inicia, através da *Literariedade Filosófica*, não exatamente o método e sim a Metodologia, que é a análise e o tratamento científico dos métodos. Mais ainda, incorpora ao mesmo a idéia de “observar a natureza” (olha para o “mundo das cópias”, o que já era feito em qualquer método com um mínimo de eficiência). Nesse sentido, o reducionismo, já presente na linguagem, é levado ao mundo material e dos fatos<sup>22</sup>; vejamos o depoimento do próprio Descartes:

“Mas o que me contentava mais nesse método era o fato de que, por ele, estava seguro de usar em tudo minha razão, se não perfeitamente, ao menos o melhor que pudesse; além disso, sentia, ao praticá-lo, que meu espírito se acostumava pouco a pouco a conceber mais nítida e distintamente seus objetos, e que, não o tendo submetido a qualquer matéria particular, prometia a mim mesmo aplicá-lo tão utilmente às dificuldades das outras ciências como o fizera com as da Álgebra. Não que, para tanto, ousasse empreender primeiramente o exame de todas as que se me apresentassem, pois isso mesmo seria contrário à ordem que ele prescreve. Mas, tendo notado que os seus princípios deviam ser todos tomados à Filosofia, na qual não encontrava ainda quaisquer que fossem certos, pensei que seria mister, antes de tudo, procurar ali estabelecê-los;”[DESCARTES, R., 1983, p. 41]. “(...) E notando que esta verdade: *eu penso, logo existo*, era tão firme e tão certa que todas as mais extravagantes suposições dos cétricos não seriam capazes de a abalar, julguei que podia aceitá-la, sem escrúpulo, como o primeiro princípio da Filosofia que procurava.”[DESCARTES, R., 1983, p. 41].

E para arrematar, confirmando que Descartes “olhava” para o “mundo das cópias”:

“Além disso, não quero falar aqui, em particular, dos progressos que no futuro espero fazer nas ciências...”. “(...) mas direi unicamente que resolvi não empregar o tempo de vida que me resta em outra coisa exceto procurar adquirir algum

---

<sup>22</sup> Nesse sentido, o dos fatos, ele é antecipado por Machiavel, que tenta reduzir a “política”, no PRÍNCIPE, à virtude e à fortuna. Acontece que Machiavel não tem essa consciência e o faz limitadamente.

conhecimento da natureza, que seja de tal ordem que dele se possam tirar regras para a Medicina, mais seguras que as adotadas até agora;” [DESCARTES, R., 1983, p. 71].

Nesse sentido, os “descendentes” de Descartes são os engenheiros de produção, estudiosos dos métodos, e não os diversos praticantes de métodos. Falta-nos ainda tratar dos “sistemas de representação”, em separado dos métodos. Avancemos.

iii. Acerca dos sistemas de representação podemos dizer que:

- a. Se for possível dar um tratamento de sistema computacional à ciência, devemos reconhecer que: em um sistema, além das aplicações de métodos, há linguagens. Estes métodos e linguagens não se confundem. Ainda que, dentro das linguagens, existam métodos, e eventualmente tais métodos possam ser utilizados em outros pontos do sistema como um todo, não serão estes métodos derivados das linguagens, necessariamente, todos os métodos usados no sistema.
- b. Um mesmo sistema computacional pode fazer uso de mais de uma linguagem. Será que a ciência faz uso de mais de uma linguagem? Suponhamos por absurdo que só a linguagem matemática é uma linguagem científica. Dessa forma, como não a estamos aqui utilizando, então, não estamos aqui fazendo ciência. Então, também, milhões de compêndios sobre “ciência” que não usam linguagem estritamente matemática são uma fraude e boa parte do que se chama ciência não o é. Como sabemos que ninguém em sã consciência tentaria sustentar isso, pois nem os livros de Matemática são assim (o que mais se aproxima disso é o PRINCIPIA MATEMÁTICA, de Russell e Whitehead, que aliás é de difícil leitura além de cansativo), devemos concluir que (MDI): Não é verdade “que só a linguagem matemática é uma linguagem científica”. Desta forma, deveremos também reconhecer que a ciência se expressa, isto é, é representada com uma “espécie de literariedade”. Assim, tal como nos sistemas computacionais, existem linguagens (ou sistemas de representação).
- c. Continuando a nos aproveitar das idéias que permeiam a Engenharia de Sistemas e Computação, sabemos que, num mesmo sistema, pode haver a convivência de mais de uma linguagem. Essas linguagens são classificadas como de alto nível ou baixo nível, segundo a “amigabilidade de sua interface”

com o ser humano. Por exemplo, o Pascal é uma linguagem de alto nível e o Assembler de baixo nível. Isto quer apenas dizer que o Pascal é mais facilmente manipulável pelo ser humano do que o Assembler. Da mesma forma acontece com as linguagens da ciência. Há uma literacia especial que é utilizada, inclusive em livros de Matemática, para atenuar sua “digestão”. Esta mesma literacia especial encontra-se no Direito, na Sociologia, na Economia, nas Engenharias, na Física, em toda a ciência. A amigabilidade dessa literacia, que é “especial” e que mantém com a Matemática um vínculo semelhante ao que o Assembler mantém com o Pascal (isto é, uma espécie de “mínimo comum”, um “código subjacente”), está associada ao fato de que esta “literariedade especial” é compreendida com facilidade pelos seres humanos. Ela é, salvo o tal “código subjacente”, igual à literacia (ou literariedade) que se encontra em um romance, em um livro de ficção, em um conto; como vimos anteriormente, é “a palavra escrita”. Algo muito próximo à oralidade.

- d. Este “mínimo comum” entre esta “literariedade especial” e a Matemática é a Lógica.
- e. Esta “literariedade especial” é a “Literariedade Filosófica”. A Literariedade Filosófica é a literariedade que possui um “código prioritário”, uma “gramática”: a Lógica. Mais ainda, vimos que a Lógica migrou da Filosofia para a Matemática e não o contrário. O que existia de matemática antes de Platão não era matemática dedutiva. Pode-se denominar “este quinhão” de: “matemática relacional”, tal como em Pitágoras. Mas não é a mesma matemática. Assim como a reflexão antes de Platão não é Filosofia. Essa reflexão existente antes é “sabedoria”, tal como em Confúcio, Buda, sabedoria védica etc.. Vejamos o depoimento de François Châtelet em UMA HISTÓRIA DA RAZÃO:

“(…) Estou falando de filosofia *stricto sensu*, em uma acepção que diz respeito à Europa, com a idéia de que essa figura da filosofia se propagou, depois, pelo mundo. Dito isso, seria um erro grave pensar que o Ocidente, a Europa, tem o privilégio da reflexão e da sabedoria. Os egípcios elaboraram uma concepção aprofundada do mundo, certo tipo de sabedoria tão significativo quanto a filosofia que aparece a partir de Platão. O mesmo aconteceu na China, na Índia ... Há uma espécie de sabedoria nos mitos das sociedades guaiakys da América do Norte ou da Papuásia. Assim, ninguém tem o privilégio da filosofia. Não digo, absolutamente,

que exista apenas esse modo de reflexão e esse modo de sabedoria. Existem outros, igualmente válidos. Mas os gregos inventaram o que chamei de *Logos*, ou razão, uma forma de construir a sabedoria. Existem outras. Os gregos não têm nenhum privilégio, apenas o fato de que, por motivos históricos, essa concepção de sabedoria nascida da filosofia *stricto sensu* influenciou de modo decisivo a concepção de ciência, que posteriormente teve efeitos consideráveis na transformação da humanidade.” [CHATELET, F., 1992, pp. 30-31].

Se prestarmos atenção, veremos que nossas assertivas encontram apoio no renomado professor da Universidade de Vincennes (e do Collège Internacional de Philosophie). Entretanto, devemos reconhecer que ele evita propositalmente dizer taxativamente que: “aquilo que não é filosofia *stricto sensu*, não é filosofia”. Ele diz! Mas não é taxativo, para não “brigar” com cerca de cinquenta por cento (50%) dos “filósofos”. Essa confusão e essa perda de tempo em não se admitir que: “FILOSOFIA só é filosofia *stricto sensu* se tiver como código prioritário a Lógica”<sup>23</sup> vem atrasando desenvolvimentos do conhecimento, tal como as esferas pitagóricas atrasaram Copérnico<sup>24</sup> e muitos outros eventos deploráveis na História da Ciência<sup>25</sup>. Basta!

- f. A Matemática (tal como a entendemos como matemática dedutiva) e a Filosofia (a *stricto sensu*, que vamos chamar de “Literariedade Filosófica” até que esse seja o entendimento dominante) são as linguagens da Ciência<sup>26</sup>.

Com isso, cremos estar suficientemente provado que nossa abordagem, isto é, a “Nova Epistemologia” aqui proposta, é fundamentalmente diferente da “Epistemologia Clássica”. Cremos também já estar suficientemente provado que a idéia de engenho, face à permanente analogia com as engenharias de Produção e de Sistemas

---

<sup>23</sup> Ressalvada a questão de outras possíveis filosofias que seriam calcadas em outras lógicas, tal como nos alertou Carlos Alberto Nunes Cosenza, e com o que concordamos integralmente. Só como ressalva, pois não faz parte de nossos objetivos nessa tese de doutoramento, este ponto crucial possui influência na análise da Arte; e é um ponto forte de discordância nossa com o aqui prestigiado filósofo espanhol José Ortega Y Gasset (no que tange à análise da Arte Moderna).

<sup>24</sup> Cf. [MASON, S. F., 1962, p. 125].

<sup>25</sup> Há muitos outros depoimentos semelhantes de pessoas brilhantes e honestas (porém com certo receio de se “constranger na academia”), tal como o do filósofo brasileiro Gerd Borheim, em OS FILÓSOFOS PRÉ-SOCRÁTICOS.

<sup>26</sup> Entenda-se a aqui Matemática como “classe das matemáticas”, onde os elementos dessa classe se distinguiriam pelas lógicas utilizadas e idem para a Filosofia.

e a própria engenhosidade de nosso “modelo de aquisição” da Lógica, permeia a nova epistemologia. Entretanto, ainda voltaremos a falar de engenho. Resta-nos ainda provar que a idéia de controle, típica das engenharias (geralmente associada a idéia de engenho), é permanentemente presente, para podermos transmutar a Epistemologia em uma epistemologia do controle, ou melhor dizendo, em “engenharia do conhecimento”.

### 5.3 AINDA A QUESTÃO DOS SISTEMAS:

Devemos, nesse momento, confessar que nossa citação da “Lei dos Três Estados” de Comte, onde ele afirma três grandes ciclos, não só para a história do desenvolvimento intelectual coletivo humano, como para cada ser humano em particular, ao menos para nós, foi verdadeiro. Aliás, diga-se de passagem, nada tão “fractal” quanto a Lei dos Três Estados. Acontece que esta confissão está associada à nossa estadia na COPPE e mais recentemente em seu Programa de Engenharia de Sistemas e Computação. Sabemos que nosso estágio de transição, o mais difícil, só pôde ser levado a um efeito positivo, pela grande atenção e dedicação dos professores do Programa de Engenharia de Produção<sup>27</sup>. Foi neste último programa que, ao invés de linguagem, passamos a utilizar o termo “sistemas de representação” (por isso o colóquio introdutório).

Bertalanffy, em sua TEORIA GERAL DOS SISTEMAS, ao apresentar uma “Vista Geral Informal dos Principais Níveis na Hierarquia dos Sistemas” (ainda que tenha reconhecidamente feito tal coisa por sua intuição profissional, como confessa no próprio texto), coloca no “nível” sistemas simbólicos, e na “coluna” Teorias e Modelos os:

---

<sup>27</sup> Quando chegamos àquele programa de engenharia, nunca havíamos lido um livro sequer de ciências humanas (salvo de História). Havíamos passado toda a graduação demonstrando teoremas e resolvendo equações no curso de Matemática (e no curso básico de Engenharia Civil) e, no máximo, lendo e resolvendo manuais de Física. Foi ali que ouvimos, pela primeira vez, termos como: “monografia”, “ontologia”, “grupo social” e um outro sem número de expressões que, gradativamente, foram sendo por nós incorporadas. Nossa carência de conhecimentos extramatemáticos era de tal ordem, que gastamos todos os valores da bolsa da CAPES em livros, para que pudéssemos cumprir o programa de estudos a que fomos submetidos. Deve-se complementar a menção ao período de transição, lembrando que ainda realizamos três disciplinas no Programa de Planejamento Energético e Meio Ambiente da COPPE/UFRJ (duas formalmente e uma como ouvinte) e “ouvimos” algumas aulas no Programa de Engenharia Nuclear. Nesta “transição” devemos ainda agradecer ao CBPF/CNPq.

“Algoritmos de símbolos (por exemplo: matemática, gramática): <<regras do jogo>> tais como nas artes visuais, na música, etc.” [BERTALANFFY, L. V., 1975, p. 51].

Apesar do espírito intuitivo do quadro de onde retiramos a citação<sup>28</sup>, nada tão revelador do que perceber que, sob a ótica da Teoria Geral dos Sistemas, pintura, desenho, música, matemática (a correlação destas duas últimas remonta ao tempo de Pitágoras), gramática, Lógica (a correlação destas duas últimas encontra-se em FILOSOFIA DA LÓGICA de Quine), linguagem (o termo “linguagem” e o termo “lógica”, anteriormente citados, aparecem no próprio texto de Bertalanffy) são pertencentes a uma mesma categoria. Ainda nos alerta o supracitado autor que:

“O problema do sistema é essencialmente o problema das limitações dos procedimentos analíticos na ciência. Isto costuma ser expresso em enunciados semimetafísicos, tais como evolução emergente ou <<o todo é mais que a soma de suas partes>>, mas tem uma clara significação operacional. <<Procedimento analítico>> significa que uma entidade pode ser estudada resolvendo-se em partes e por conseguinte pode ser constituída ou reconstituída pela reunião dessas partes. Estes procedimentos são entendidos tanto em sentido material quanto em sentido conceitual. Este é o princípio fundamental da ciência <<clássica>>, que pode ser apresentado de diversas maneiras (...)”. [BERTALANFFY, L. V., 1975, p. 37].

Ao lermos a citação de Bertalanffy imediatamente acima, devermos reconhecer que “o jogo analítico” e as regras desse jogo são da Lógica. Não há a menor dúvida que a Lógica Crisp, que expusemos minuciosamente no Apêndice 1 e que comentamos no capítulo pretérito, são este “jogo” para a maior parte da ciência. Devemos aqui reconhecer a precedência do Professor Carlos Alberto Nunes Cosenza, no tocante à afirmação de que “para cada lógica uma matemática, para cada lógica uma filosofia”. No caso da “ciência clássica” de Bertalanffy, a “lógica clássica”, ou melhor, evitemos o termo “lógica clássica” para não haver confusão com a Lógica de Aristóteles e

---

<sup>28</sup> Apenas nos aproveitamos do “caráter intuitivo”, para demonstrar que não é difícil vislumbrar a razoabilidade de nossas assertivas. O texto também é antigo e a Teoria dos Sistemas avançou de lá para cá. Como é um texto clássico, reconhecido e antecipador de muitas questões tratadas modernamente, e os princípios que utilizamos (e vamos ainda utilizar) estão belissimamente enunciados e se preservam no arcabouço teórico da Engenharia de Sistemas, resolvemos “homenagear” o autor fazendo a ele referência, dado que o mesmo inspirou tantos outros pensadores, e entre eles Jean Piaget.

denominemos de “Lógica Crisp”, a Lógica oriunda de Frege. Por isso sublinhamos “a maior parte da ciência”.

Apesar da coerência, da razoabilidade, de tudo o que está escrito acima, há aqui uma grande armadilha. Armadilha esta que provoca sérios equívocos em textos escritos por nomes de grande envergadura em ciência. A ciência não é só isso.

- i) A Ciência é tratável como um sistema, ela não se reduz a um sistema. Ela possui outros elementos, além das idéias de organização e indexação. Aproveitar as capacidades gerencial e administrativa desveladas pela aplicação da Engenharia de Sistemas a áreas específicas do afazer humano (afazeres científicos e não científicos) é usar novas e poderosas ferramentas. Mas não se devem confundir as ferramentas do marceneiro com a “marcenaria”.
- ii) A Ciência é, no que tange aos seus processos representativos, um “jogo analítico” e daí a Lógica fazer parte da ciência. Mas a ciência não se reduz à Matemática e muito menos à Lógica.

Devemos também reconhecer que os sistemas de representação científicos são ciência. Isto é, Matemática e Literariedade Filosófica são práticas científicas<sup>29</sup>. Mas não são práticas científicas modelares, pois lhes faltam as questões relativas à empiria. Com isso, a Física permanece no posto de “ciência mãe”.

Motivados pelo que acima dissemos, deveremos apresentar nosso critério de demarcação do que é e do que não é ciência.

**CRITÉRIO DE DEMARCAÇÃO DA CIÊNCIA:** Um estudo acerca de uma coleção de objetos será dito um estudo científico se e somente se entre o ente que estuda e os objetos a serem estudados estiver, como processo representacional, um sistema de representação científico.

**SISTEMA DE REPRESENTAÇÃO CIENTÍFICO OU LINGUAGEM CIENTÍFICA:** Um sistema de representação ou linguagem será dito científico se e somente se, neste sistema de representação, pudermos exhibir, como código prioritário

---

<sup>29</sup> O termo “fundamentalmente” se refere ao fato de que, em certas situações especiais, existem esquemas representacionais (sinais), do mesmo tipo daqueles que são utilizados na Química e mesmo “imagens” na Medicina, que fazem parte do “discurso” dessas áreas.

do mesmo (uma espécie de gramática), a Lógica Crisp (o que é mais usual), ou uma outra Lógica formalizada equivalente<sup>30</sup>.

A inversão de ordem acima, que parece violar o princípio de só utilizar o que já foi enunciado<sup>31</sup>, é proposital, para uma melhor aquisição dessas definições. A simplicidade da enunciação acima faz-no ver, com clareza, que a Pintura, disciplina da Escola de Belas Artes, ainda que utilize as tintas inventadas no instituto de Química, ainda que possa ser analisada com testes radioativos, ainda que em seu curso o artista utilize um microscópio, ou qualquer outro aparato técnico-científico, não é uma atividade científica. Mas os pintores já sabem disso e não estão preocupados com isso. A Pintura continua sendo importante como atividade humana, apesar de não ser científica. Uma análise sobre a Pintura, seu significado em sociedade, sua história, seus métodos, seu valor enquanto atividade humana, poderá ser uma atividade científica, desde que, respeite os enunciados acima. Alguém poderia dizer que a análise da Pintura não possui a mesma relevância que a Química na sociedade, e a este responderíamos que os graus de relevância não fazem parte de nosso critério, são por demais subjetivos e temporais.

Ainda sobre nossas enunciações, devemos dizer que a Matemática Dedutiva e a Literariedade Filosófica (ambas Crisp) são linguagens científicas, por se encaixarem precisamente nessa definição<sup>32</sup> (assim como a Física, a Economia, a Biologia, etc. são ciências). A Matemática Fuzzy, embasada na Lógica Fuzzy (ainda que esta última ainda esteja sofrendo os retoques de formalização como acontece em outras lógicas, tipo a Paraconsistente), também é linguagem científica e ciência, por nosso critério. Como o será a Física Fuzzy, a Filosofia Fuzzy, a Química Fuzzy etc.. Idem, para as outras áreas que possuem outras Lógicas semelhantes à Crisp.

Em ciência, chegamos onde é possível chegar e não onde queremos chegar. Com isso queremos dizer que as áreas não contempladas com o *status* de ciência não o foram porque os critérios aqui estabelecidos, aliás rigorosamente estabelecidos, não o permitem.

---

<sup>30</sup> Linguagem ou sistema de representação: é um sistema de códigos que visa estabelecer um processo comunicativo onde estão explícitos e/ou implícitos códigos, alguns dependendo de fatores culturais (ou outros), estabelecidos previamente entre as entidades emissor e receptor.

<sup>31</sup> Princípio da Precedência.

<sup>32</sup> E também são ciências na medida em que se voltam para si mesmas.

#### 5.4 SEDIMENTANDO A IDÉIA DE CONTROLE

Neste item, apresentaremos as considerações sobre a idéia de controle como sendo a essência, o *ethos*, da Ciência Moderna. Se assim o for, essa essência deve permear também nossa proposta epistemológica, de forma a torná-la científica.

Há duas formas, ao nosso entender, de verificar se de fato a idéia de controle está na essência de uma dada disciplina:

- a. A primeira, diz respeito a revelar o objetivo de seu estudo, não os objetivos de marketing, mas os verdadeiros objetivos pelos quais se investe tempo, vidas e dinheiro em algo. Isto é, desvelar o querer do “ente”;
- b. A segunda, é deixar que a própria forma de tratamento da disciplina acerca do “objeto” fale por si. Isto é, ainda que se anuncie X, deve-se verificar se o que se faz é buscar X, ou se é buscar um outro algo mais identificado com Y. Isto é, desvelar a natureza das “ferramentas” com as quais o “ente” trata o “objeto”.

Com relação ao item “a” diríamos que:

- i. Disciplinas como as ciências naturais, ainda que busquem a compreensão da natureza, querem “prever” com o fito de “controlar”. As previsões acerca do micromundo e do macromundo, na Física, por exemplo, visam essencialmente a inserção da vontade do homem nestes rincões. Seja controlando as energias que se desprendem do átomo, seja no sentido de realizar incursões no macromundo. Apesar de ainda estar no nível da ficção científica, o que se deseja no macromundo é buscar uma outra nave-mãe diferente da terra para a “tripulação humanidade”; queremos controlar nosso destino e não deixá-lo ao acaso de um piparote de um cometa. Na Química também é fácil verificar que a idéia de controle é central, e não como se diz romanticamente: “queremos prever”. Nas engenharias chega ser uma redundância falar em controle.
- ii. Nas Ciências Sociais, como a Economia, a Sociologia e o Direito, a idéia de controle também é central<sup>33</sup>. Ninguém quer prever que sua empresa vai falir. O que se quer é entender os mecanismos de produção e comercialização e todos os

---

<sup>33</sup> O conhecido penalista Eugênio Raúl Zaffaroni, ao prefaciar TEORIA DO INJUSTO PENAL, lembra-nos que a principal função do Direito Penal é o “controle do Estado Policial que vive dentro do Estado de Direito” [TAVARES, J. E. X., 2002, p. xvii].

demais fenômenos associados à atividade empresarial, de forma a intervir no processo, controlando-o se possível, ou minimizando as perdas e otimizando os ganhos. Controle Social é idéia central na Sociologia, quando se busca compreender os diversos mecanismos de uma dada sociedade, avista-se a possibilidade de utilizar tais “compreensões” no comércio, na política, e em todo lugar onde puderem ser estabelecidos mecanismos de controle ou de otimização. No Direito, a busca do controle dos conflitos em sociedade é a meta; ingênuo é pensar que é a “justiça” mero paradigma do Direito e que, sem possuir nenhuma definição aceitável, tem algum papel operacional<sup>34</sup>. Sempre o controle é a meta, se houver impossibilidade, extrai-se o maior número de previsões com vistas a “intervir positivamente”.

- iii. Nas ciências biológicas, também, a idéia de controle é central. Controlar doenças, intervir para controlar ou otimizar: a durabilidade, a quantidade, a qualidade da vida, dos alimentos etc.
- iv. Há, evidentemente, algumas áreas onde esse controle se atenua. Não que o controle não seja desejado, mas dada a dificuldade de se interferir, este desejo fica apenas latente. Na História, o que foi já é! Podemos recusar evidências, fazendo com que a História, tal como nos alerta José Ortega Y Gasset em sua obra EM TORNO A GALILEU, seja de fato construção e não as “boladas do tempo”<sup>35</sup>. Naturalmente que nessas construções há uma “memória seletiva”, que depende das ideologias, credos, e de outros fatores, que fazem com que a isenção do historiador seja “não totalmente imparcial”. Nas línguas vivas também há um desejo de controle, ainda que estas geralmente consigam romper gradativamente as camisas-de-força dos dicionários e das gramáticas.

Em todas as nossas considerações acima focamos no “ente” e em suas pretensões. Levá-las a cabo é um outro algo. Vejamos o item “b”, que diz respeito ao “como” e em particular aos “sistemas de representação”. Nos capítulos anteriores vimos um formato para a Lógica que privilegia a idéia de controle de discurso. Isto é, os

---

<sup>34</sup> Nem mesmo no Direito Penal o conceito de “justiça” é utilizado. Lembramo-nos do magistério do eminente penalista brasileiro Juarez Estevam Xavier Tavares (Professor Titular de Direito Penal na UERJ), que nos ensina que o conceito de “legalidade” substitui integralmente o conceito de “justiça”; caso contrário a operacionalização do Direito seria impossível, cf. TEORIA DO INJUSTO PENAL.

<sup>35</sup> O termo “boladas do tempo” é apropriado literalmente de José Ortega Y Gasset, do seu livro EM TORNO A GALILEU, essa apropriação literal busca afirmar o mesmo espírito do supracitado texto.

mecanismos de MDD e MDI deixam claro que a “verdade” almejada, não é a “verdade” no sentido absoluto, esta, se existe, não pode ser julgada pela Lógica. O que se depreende do MDD e do MDI é a necessária compatibilidade dos enunciados com o corpo de teoria que antecede o enunciado<sup>36</sup>. Dessa forma, já que nosso critério de cientificidade é o uso de linguagens científicas, e sendo nessas a idéia de controle central, fica imediata a inferência de que o controle de enunciados flui por todas as teorias científicas. É “essencial” que as linguagens ou sistemas de representação “controlem” o discurso. Só este fato já demonstraria nossa tese. Entretanto, iremos um pouco mais além para arrematar possíveis dúvidas.

Alguém poderia dizer que a idéia de controle apesar de estar no “ente”, como vimos no item “a” acima, é só um desejo. E que o “controle” de enunciados é verdadeiro mas, que toda a potência de “controle” desvelada pelo uso de lógicas como gramáticas de linguagens científicas encerra apenas o controle do discurso, ou ainda um pouco mais, o controle sobre os objetos culturais, dado que esses são construções exclusivamente humanas. Apesar da pretensão de controle da natureza, isto não seria o que se faz quando emitimos um discurso sobre a natureza, ainda que controlemos a compatibilidade dos enunciados. Em resposta a essa belíssima objeção diríamos o seguinte:

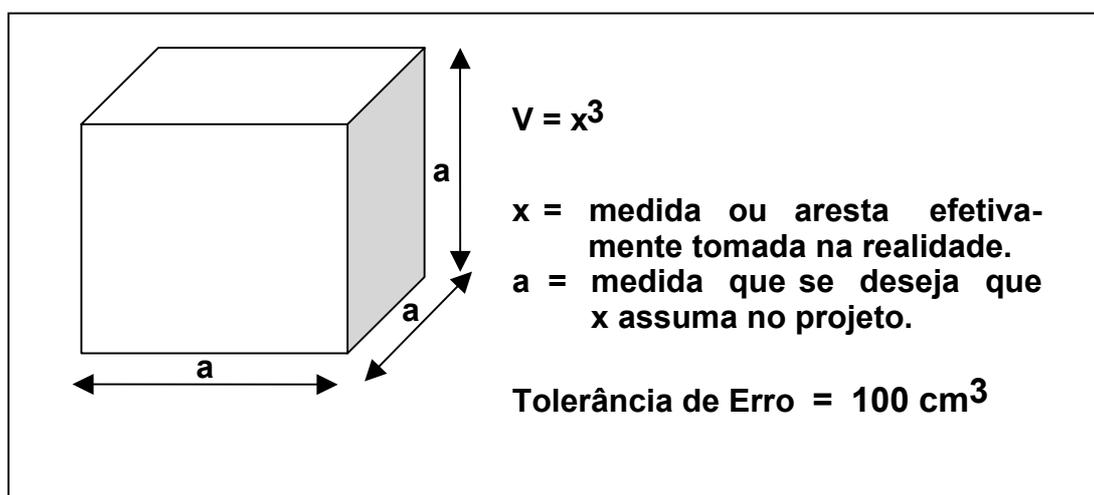
O marco mais significativo da ciência moderna é o surgimento do Cálculo Diferencial e Integral. Sem ele, a Física não teria tomado o impulso que tomou, e as múltiplas previsões não teriam sido possíveis. A luta entre “as ideologias portadoras da verdade” teria sido vencida pela religião e não pela ciência. A compreensão, a previsão, o aperfeiçoamento e a otimização da atividade técnica, que se apresentou como o acúmulo das experiências humanas, teria tido um outro impacto e não haveria modernamente a tecnociência controladora da atividade produtiva material. A rejeição da inovação técnica não é um caso isolado aqui e acolá, há inúmeros casos, e se não é possível rejeitar modernamente a inovação é porque não se conseguiram mecanismos impeditores, mesmo quando esse impedimento visa, de fato, salvar a espécie humana de aniquilamento. Com o objetivo de apresentar mais rapidamente, e muito eficientemente, a essência do Cálculo Diferencial e Integral, não nos reportaremos ao escopo teórico desenvolvido por seu criador, Issac Newton, tal como alertamos na Introdução. Nossas considerações serão sobre seu desenvolvimento posterior, ou

---

<sup>36</sup> Esses critérios de compatibilidade variarão conforme a lógica a ser utilizada.

melhor, sobre o elaborado refinamento de Weierstrass<sup>37</sup>. Antecipamos que, apesar de darmos tratamento formal à teoria que subsidia o **Cálculo** como um todo, isto é, a Teoria dos Limites, esta é apresentada de uma forma totalmente nova. Forma essa que permitirá o desvelamento do *ethos* do controle, nossa presente subtese. Considerem o seguinte experimento:

“Quer-se construir um cubo, a partir de uma dada argamassa moldável, com um volume ideal de  $1000 \text{ cm}^3$ . Devido à função que esta peça exercerá, o órgão de fiscalização permite uma tolerância de erro de  $100 \text{ cm}^3$ . Esta empreitada deverá ficar a cargo da seção de Moldes e Formas, chefiada pelo engenheiro Newton. Este deverá, ao final, descrever o processo de desenvolvimento da forma (que poderá ter sua tolerância de erro modificada pelos órgãos de fiscalização).”



quadro 9

#### RELATÓRIO DO EXPERIMENTO:

A partir do enunciado do experimento, desenvolvemos o seguinte:

$$V_{\text{máx}} = 1100 \text{ cm}^3 \quad z \quad a_{\text{máx}} = 10,32 \text{ cm} \quad (\text{arredondamento na } 2^{\text{a}} \text{ casa decimal, a menor}).$$

<sup>37</sup> “Weierstrass não publicou suas idéias sobre a aritmetização da análise, mas elas foram difundidas por estudantes, como Ferdinand Lindemann e Eduard Heine, que assistiram a suas aulas.” [BOYER, C.B., 1974, pp. 410]. “(...) as definições de limite de uma função encontradas em livros atuais são essencialmente as mesmas que Weierstrass e Heine introduziram há quase um século. As chamadas provas por épsilons e deltas são agora parte do instrumental comum dos matemáticos.” [BOYER, C.B., 1974, pp. 411].

$$V_{\text{ideal}} = 1000 \text{ cm}^3 \quad z \quad a_{\text{ideal}} = 10,00 \text{ cm} \quad (\text{a partir de uma tolerância } \varepsilon = 100 \text{ cm}^3).$$

$$V_{\text{mín}} = 900 \text{ cm}^3 \quad z \quad a_{\text{mín}} = 9,66 \text{ cm} \quad (\text{arredondamento na 2ª casa decimal, a maior})$$

Tais arredondamentos levaram em conta os procedimentos usuais de majoração e minoração. A utilização de duas casas decimais deve-se aos aparelhos de mensuração disponíveis e à natureza do material empregado para a confecção do molde. Relata-se, entretanto, que, devido à pouca qualificação dos operários empregados foi-se obrigado a modificar o acima estabelecido, respeitando porém as condições dadas. Face à confusão provocada pelo estabelecimento de três arestas internas para o molde, procedeu-se da maneira abaixo:

$$a_{\text{máx}} = 10,32 \text{ cm}$$

$$\delta_1 = 0,32 \text{ cm}$$

$$a_{\text{ideal}} = 10,00 \text{ cm}$$

$$\delta_2 = 0,34 \text{ cm}$$

$$a_{\text{mín}} = 9,66 \text{ cm}$$

Determinou-se aos operários que construíssem uma forma com aresta interna de 10,00 cm, sendo possível um erro a maior de 0,32 cm (exclusive) e a menor de 0,34 cm (exclusive). Ainda assim houve confusão. Tentou-se novo procedimento:

$$a_{\text{máx}} = 10,32 \text{ cm}$$

$$\delta_1 = 0,32 \text{ cm}$$

$$a_{\text{ideal}} = 10,00 \text{ cm} \quad \delta = \text{mín} \{ \delta_1, \delta_2 \} = 0,32 \text{ cm}$$

$$\delta_2 = 0,34 \text{ cm}$$

$$a_{\text{mín}} = 9,66 \text{ cm}$$

Desta forma, unificando à menor, a variação de erro permitido na aresta (de tal forma a concordar com os critérios pré-estabelecidos na ordem de serviço), determinou-se que se construísse uma forma com aresta de 10,00 cm, sendo um erro possível a maior ou a menor de 0,32 cm (exclusive). Finalmente cumpriu-se o solicitado. Os procedimentos anteriormente descritos permitem afirmar que os erros neste processo estão controlados para qualquer tolerância dada, bastando para isso fornecer o valor de “ $\delta$ ” para os operários.

Matematicamente, pode-se escrever acerca do relatório do experimento:

$$\lim_{x \rightarrow 10} x^3 = 1000 \quad \text{b} \quad @ \varepsilon > 0, \quad \delta > 0 \quad \text{tq} \quad 0 < |x - 10| < \delta \quad \text{z} \quad |x^3 - 1000| < \varepsilon$$

Este exemplo-experimento permite que seja introduzida, nos cursos de Cálculo Diferencial e Integral, a Teoria dos Limites, com o seu verdadeiro enfoque de Limite como “Controle de Erros em Processos”, tendo então a definição formal de “Limite Finito Quando x Tende a Um Valor Finito” (um dos dois casos de controle do erro) a forma geral de<sup>38</sup>:

$$\lim_{x \rightarrow a} f(x) = b \quad \text{b} \quad @ \varepsilon > 0, \quad \delta > 0 \quad \text{tq} \quad 0 < |x - a| < \delta \quad \text{z} \quad |f(x) - b| < \varepsilon$$

Retornando ao nosso experimento-exemplo, quando desejamos construir no mundo sensível (real para nós e da cópia para Platão) um certo objeto, que através de uma linguagem idealizada, denomina este objeto de, por exemplo, cubo, sabemos que estamos no “papel de Demiurgos”. Isto é, carimbando uma forma/termo, idealizada, no *chaos* e gerando um objeto, no caso um cubo, no mundo sensível; um cubo borrado, um cubo não cubo, uma cópia do cubo. O ponto crucial é que não sabemos ao certo se, de fato, nos elevamos ao mundo das essências e assim conseguimos a melhor forma possível no real, ou seja, a cópia; ou se estamos a fazer a cópia da cópia, ou melhor, se estamos a construir simulacros. Ainda que admitamos a *priori* nosso erro, ao empreender a cópia, tal como o novo discurso matemático também faz: Se “x” tende a “a”, então, “x” é diferente de “a”; o novo discurso não mais afirma o que é, apenas diz o que tende a ser. Na Geometria Euclideana, o lado é de 10 cm, no Cálculo, o lado tende a 10 cm. O primeiro é um discurso do tipo ontológico: as afirmações são sobre o que “é”, sobre o ser. O segundo é um discurso do tipo epistemológico: isto é, visa o que se “depreende do ser” e “o que é possível dizer dele”, com o instrumental lingüístico disponível (é que ele, o “objeto”: “tende a ser”, “tende a ter”). A certeza do que é neste discurso se esvai, mas mantém-se, a partir de um **controle de erros**, uma coesão e objetividade do discurso.

<sup>38</sup> Utilizam-se alguns termos futados por módulo devido à incerteza da natureza do erro, se a maior ou a menor.

Ao realizarmos a construção/carimbada de nosso cubo, esta é realizada através de um molde (outra construção que conterà erro, por estar no mundo das cópias). Devemos perceber que nossa tarefa mental será controlar o erro no produto final, através da dissecação e controle das variáveis formadoras primitivas; devemos engendrar um processo de fabricação controlável (procedimento controlável). No exemplo em tela, existe o controle (existe o limite), se e somente se, estiver ocorrendo que **para toda** tolerância de erro pré-estipulada (positiva pois no mundo sensível só existe o positivo), pudermos exibir uma tolerância de erro na variável formadora, tal que, **se** toda vez que criarmos esta variável formadora no mundo real ( $x$ ), sua diferença com o ideal (10), seja menor que sua tolerância de erro, e **então** isto acarrete que o produto final real " $x^3$ " esteja dentro das especificações desejadas, isto é, que sua diferença com o ideal ( $1000\text{cm}^3$ ), seja menor do que a tolerância de erro pré-estipulada.

É inescapável a conclusão de que Limite é "controle de erros em processos". Inescapável é a conclusão acerca das Integrais, tal como nos defrontamos, ao apresentar a "soma de Riemman", como mecanismo de controle do cálculo de áreas (o que é natural, pois tanto a derivada como a integral são casos de limites). A base lingüística representacional da ciência moderna, o Cálculo e todos os seus desdobramentos, são direcionados a controlar os processos acerca do "objeto". Então, devemos assentir que a matemática fundamental, na representação dos diversos fenômenos naturais, o Cálculo (e seus desdobramentos), estão a controlar (ou a tentar controlar) as diversas variáveis envolvidas nesses fenômenos. Isto é, nas ciências, seja pela Lógica (controle de compatibilidade de enunciados), seja pelo Cálculo (controle de erros em processos), a idéia de controle é essencial.

Com isso, encerramos, de forma suficiente, nossa demonstração acerca de que o *ethos*, a "essência" da ciência, é a atividade de controle. Controlar a Natureza, interpondo, entre o Homem e a natureza original, sobrenaturezas. Esta é a reenunciação da tese do nosso pensador espanhol José Ortega Y Gasset em MEDITAÇÃO DA TÉCNICA.

## 5.5 A NECESSIDADE DO ENGENHO

Vimos anteriormente que um animal entre todos os animais conseguiu assumir o **controle da articulação dos sons**, devido ao entrecruzamento de duas potencialidades, a capacidade cerebral e um sofisticado aparelho fonador. Com esta

capacidade técnica, foi capaz de engendrar um conjunto de técnicas e passou, gradativamente, a construir sobrenaturezas, ao invés de agir como outros animais que se adaptam à mesma, isto é, passou a desenvolver um conjunto de técnicas, com vistas ao **controle de seu habitat**. Nos primeiros tempos não havia um conhecimento sistematizado, tal como já encontramos nas primeiras civilizações, muito menos havia a ciência da forma que praticamos, o que havia era a magia. Será a magia uma forma de controle? Vejamos o que diz Colin Ronan:

“É impossível examinar a história ou a teoria da ciência sem se defrontar com a magia. Esta era um complexo amálgama de espiritismo e arcano. Para quem não tenda a imaginar a ciência moderna meramente como uma taumaturgia, a própria menção da magia neste contexto pode parecer estranha ou até inaceitável. Contudo, aquilo que aparentemente constitui abordagens totalmente disparatadas da natureza contém, na verdade, muitos fatores comuns. A magia foi um modo legítimo de expressar uma síntese do mundo natural e do seu relacionamento com o homem. Quando, numa sociedade primitiva, o mago, impostor ou curandeiro se propõe provocar chuva por meios artificiais, ele expressa sua compreensão de uma ligação entre a chuva e o crescimento das plantações, entre um e outro aspecto da natureza e sua estimativa de que a sobrevivência do homem depende do comportamento do mundo natural. Ele sente que há alguma conexão entre o homem e o mundo que o cerca, algum entendimento primitivo de que, conhecido o procedimento correto, o homem pode **controlar** as forças da natureza e colocá-las a seu serviço.” [RONAN, C. A., 1987, p. 12].

Vê-se claramente que Ronan também vislumbra a idéia de controle. Tal controle de seu habitat, através da criação de sobrenaturezas, foi de tal forma trivializado e banalizado, que chamamos de “busca da natureza”, ir a um lindo campo com cavalos e olhar para coqueirinhos plantados simetricamente, pescar num pegue-pague e retornar para casa numa estrada segura. Termos como “desenvolvimento sustentável”, “impacto ambiental” e outros fazem parte de nossas técnicas de intervenção e controle sobre a natureza. É claro que aquilo que não domamos na natureza, furacões, tempestades etc. , estão sob observação, com vistas à obtenção do maior número de informações possíveis. Assim também ocorre nos casos da Teoria dos Limites, onde não há limite, isto é, controle (Limite no Infinito que dá Infinito, Limite no Finito que dá Infinito e nos

casos em que os Limites Laterais são distintos ou não existem)<sup>39</sup>. Ao exercer o controle sobre seus pensamentos e suas representações e, posteriormente e gradativamente,

---

<sup>39</sup> A Teoria dos Limites, assim com todo o restante do chamado Cálculo I, ou melhor, o Cálculo a Funções de Uma Variável Real, também já possui um “modelo de aquisição” e uma ferramenta/texto. O exemplo do cubo visto anteriormente é apenas um dos pequenos engenhos utilizados na ferramenta/texto que já existe. Como é de curial sabença, os livros de Cálculo, ainda que possuam uma certa variação, obedecem à máxima: “são cópias, das cópias, das cópias dos livros de Euler“, isto é, são, em nossa acepção platônica, “simulacros dos livros de Euler“. Acontece que nossa ferramenta/texto, também engenhairada, é deveras diferente. Só para exemplificar:

- a) Possui um capítulo de revisão de Fundamentos de Matemática Elementar (onde de fato exibe-se uma revisão de Matemática Moderna, preparando-se para que função tenha o moderno tratamento de conjuntos, e em Euler isso não há);
- b) A Parte I é dedicada à Teoria dos Limites. São esses os capítulos de Limites:
  - i) Introdução aos Limites de Função;
  - ii) Limites Finitos Quando  $x$  Tende a um Valor Finito;
  - iii) Limites Laterais;
  - iv) Limites Finitos Quando  $x$  Tende a Valores Infinitos;
  - v) Limites Infinitos Quando  $x$  Tende a um Valor Finito
  - vi) Limites Infinitos Quando  $x$  Tende a Valores Infinitos;
  - vii) Limites Trigonométricos;
  - viii) Limites Especiais: casos especiais de indeterminação;
  - ix) Continuidade de Funções;

Acontece que nosso “modelo de aquisição” é de tal ordem, que:

- i. as demonstrações são por passos (tipo a que desenvolvemos na Lógica);
- ii. demonstram-se integralmente todos os teoremas. Lembramos que, cada caso acima descrito possui uma definição e, então, as Propriedades Operatórias dos Limites, novas OLVs, devem ser novamente demonstradas com base nas novas definições. Mais ainda, o grau de precisão teórico é de tal ordem que, por exemplo, a Propriedade Operatória dos Limites relativa ao Limite da Soma de Funções, além das usuais funções  $f$  e  $g$  (como aparece nas cópias de Euler) são trabalhadas para as funções  $f_1, f_2, f_3, \dots$  (isto é, para infinitas funções);
- iii. a partir do item “Limites Finitos Quando  $x$  Tende a Valores Infinitos“, o aluno assume a co-gestão da teoria (dado que é repetição, bastando alterar a definição formal). Essa estratégia visa construir a autoconfiança e dividir a responsabilidade de co-gestão do curso, que, aliás, é em função dele, do aluno;
- iv. nos itens “Limites Infinitos Quando  $x$  Tende a um Valor Finito“ e “Limites Infinitos Quando  $x$  Tende a Valores Infinitos“ o aluno constrói as definições (fazemos a primeira definição e ele desenvolve sozinho as outras cinco definições). É um reforço ao supracitado no item iii.

Neste “modelo de aquisição para o Cálculo” muitos outros aspectos são trabalhados e um curso desse tipo necessita de seis tempos semanais, para ser desenvolvido em um semestre, até “Técnicas de Integração” inclusive (que também é extremamente engenhairada), ou de oito tempos semanais, se envolver Integral Definida (com toda a teoria iniciando pela soma de Riemman, área, volume, centro de massa, integrais impróprias, coordenadas polares, estudos de curvas clássicas: cicloide, cardióide etc.). Preferimos sempre o curso de seis tempos, com

exercer controle sobre seu habitat, o Homem passa a constituir normas de convivência, para que seja possível controlar os interesses individuais, em prol dos interesses do grupo. Lembramos que controlar e dominar não são sinônimos; a idéia de controle pode admitir a presença de erros, neste caso estes é que são controlados. As modernas normas de convivência são controles que a sociedade exerce sobre seus partícipes. Algumas normas são consideradas tão importantes que a sociedade resolve delegar o controle exercido por estas a um ente chamado Estado. Tais normas são presididas por uma Constituição. Um dos pontos mais relevantes no Direito Constitucional é o controle da constitucionalidade. Na economia, como já mencionamos anteriormente, quer-se o controle do processo produtivo e da distribuição, para poder haver o contínuo ajustamento às demandas e flutuações do mercado.

A Lógica, de forma direta, controla a compatibilidade entre seus enunciados. E, em nosso formato século XXI, controla as operações logicamente válidas, as OLVs, verificando se estas efetivamente se encaixam na categoria, uma forma indireta de controle sobre os enunciados.

Acontece que essa complexa estrutura da ciência associada às modernas formas sistêmicas de organização e administração da mesma, seja no âmbito estrito do conhecimento, seja no âmbito da gestão de recursos, homens, equipamentos e instalações para sua produção, requer que aqui também sejam calculados os “tempos e movimentos”. Isto é, ainda que efetivamente a ciência já funcione, faz-se necessário agregar à atividade científica um conjunto de métodos que permitam o adequamento da atividade aos parâmetros de demanda. Exigências como quantidade de publicações, coeficientes de impacto por publicação, direitos de patentes e outros índices, mensuram a eficácia da atividade científica, seja na “Academia”, seja nas empresas que empreendem P&D. A receita do passado (Taylor etc.), ainda que tenha que ser re-vista, re-pensada, re-estruturada para o presente objeto: o próprio conhecimento, aponta para um conjunto de engenhos na área de Sistematização e Disseminação (S&D), com conseqüências inevitáveis em P&D, tal como já ocorreu preteritamente na indústria e

---

supressão da Integral Definida, podendo esta ser ministrada como uma primeira parte do curso de Cálculo II. Essa quantidade de “tempos semanais” pressupõe que os alunos saibam “ler” e “escrever” bem em Matemática e que conheçam Matemática Moderna, que será apenas revisada (por exemplo, o aluno que responder que o domínio da função  $f(x) = 1/x$  é  $D(f) = \mathbb{R}^*$ , não pode fazer nosso curso, devendo ser remetido a um curso mais “básico”). Esse preciosismo está relacionado com “tempos e movimentos”, pois se demora a enquadrar-se, por não “ler” e “escrever”, ou por não ter a conceituação básica, não irá acompanhar as aulas e não participará do “processo de re-descoberta da teoria”.

também nos serviços. Apresentamos um “artefato” como prova: um “modelo de aquisição”, cristalizado sob a forma de um texto didático. Este artefato é um grande engenho mental, tal como é o sistema alfabético, tal como é o Cálculo Diferencial e Integral (matemática epistemológica), só que realizado com mecanismos de um tal nível de sofisticação que afetam até a biologia do “ser usuário” (se cremos nas modernas teorias neurolingüísticas, acerca da formação de sinapses), inaugurando um tipo de engenho muito mais complexo e que sinergiza aspectos do ente, do método e dos sistemas de representação (sendo que, nesse último, combinando sintaxe, semântica e pragmática, também de forma sinérgica, bastando, para perceber tal coisa pensar na liberação de quantidade de esforço via domínio da sintaxe).

Assim sendo, a partir da complexa rede de fenômenos que estes dispositivos, artefatos, engenhos, e “modelos de aquisição” desencadeiam e com que são engendrados, somente há de se pensar numa “engenharia de conhecimento” e não mais em uma epistemologia.

## 5.6 A ENGENHARIA DO CONHECIMENTO

A idéia de formação de uma “engenharia do conhecimento” não é nova, o termo é conhecido e foi utilizado para “sistemas especialistas”. Nestes, o “engenheiro do conhecimento” deveria desenvolver a capacidade de, num tempo rápido, entrevistar o especialista (de forma a não tomar tempo em demasia deste), capturando sua *expertise* e sistematizando posteriormente a mesma. Deveria possuir este engenheiro a capacidade de rapidamente se acomodar a novos conhecimentos e novas situações, sendo hábil nas perguntas, de forma a sistematizar, com vistas à programação, os conhecimentos “coletados”.

Acontece que a idéia de se desenvolver uma “epistemologia do controle” não é nova; vejamos:

Vidal de Carvalho (2000) nos alerta, em seu livro DATAMINING, que a assunção do paradigma conexionista é, na verdade, uma retomada das idéias desenvolvidas, no final década de 40 e início da década de 50, por pesquisadores, como os matemáticos McCulloch e Pitts e pelo psicólogo Donald Hebb [VIDAL DE CARVALHO, L. A., 2001, p. 38], e ainda o conhecido Norbert Wiener (cunhador do termo “cibernética”). Há, neste momento, uma sensação/suspeição de que a “caixa de

Pandora” da cognição humana está entreaberta. Entretanto, a História nos mostrou que era necessário ainda o surgimento de um outro passo, que é:

- i. o aparecimento da brilhante geração de 60 (Newton da Costa, Zadech, Barbosa, Newell, Simon, etc.), que estará associada ao Paradigma Simbolista da computação;
- ii. da computação paralela e distribuída, no início dos anos 80 [VIDAL DE CARVALHO, L. A., 2001, p. 40], e de pesquisadores, à mesma época, como Hopfield, Dóris Aragon, etc., que foram fundamentais na transição entre a superação do paradigma simbolista e a retomada das idéias conexionistas;
- iii. a década de 90, com toda a riqueza de informações obtidas, e que acabou por receber a denominação do Congresso dos EUA de “década do cérebro” [VIDAL DE CARVALHO, L. A., 2001, p. 41].

Acontece que o acima descrito não resume, de forma alguma, os esforços envidados nessa área. A Fundação Rockefeller, por exemplo, em 1955, patrocinou a fundação de um “centro de altos estudos”, interdisciplinar, na cidade de Genebra, que reuniu pesquisadores das mais diversas áreas [MACEDO, R. M. S., 1978, p. VI]. O principal resultado das investigações do grupo foi apresentado por Jean Piaget (1978), em sua obra *EPISTEMOLOGIA GENÉTICA*, com repercussões em vários outros textos seus, como *SABEDORIA E ILUSÕES DA FILOSOFIA*, *PROBLEMAS DE PSICOLOGIA GENÉTICA* etc.. A obra de Piaget (1978) é riquíssima, assim como as histórias de sua luta e seu desenvolvimento, que podem ser encontradas em *SABEDORIA E ILUSÕES* [PIAGET, J., 1978, pp. 88-94]. Mas, como já afirmamos, a História demonstrou que os tópicos i, ii e iii acima, eram “passos” necessários para o curso do processo da saída da Epistemologia da Filosofia e seu ingresso como Engenharia do Conhecimento, na Engenharia.

Não iremos aqui estudar a Epistemologia Genética de Piaget (1978), apenas iremos mencionar o principal fundamento de sua recusa em dizer que é um filósofo em busca do entendimento acerca do conhecimento e que é um outro “algo”<sup>40</sup>, fazendo mais do que simplesmente analisar e criticar o conhecimento<sup>41</sup>. Para isso, vejamos o que diz, diretamente, Piaget (1978) e não um comentarista seu:

---

<sup>40</sup> Conforme se vê em [MACEDO, R. M. S., 1978, p. VI].

<sup>41</sup> Conforme se vê em [MACEDO, R. M. S., 1978, p. VII].

“Mas, se a epistemologia genética voltou de novo à questão, é com duplo intuito de constituir um método capaz de oferecer os controles<sup>42</sup> e, sobretudo, de retornar às fontes<sup>31</sup>(...)” [PIAGET, J., 1978, p. 3].

A palavra “controle” como fundamento de sua investigação, a inclusão, de fato, do “indivíduo”, como categoria, na faina de sua epistemologia (o que vai evitar praticar Popper, acusando quem o faz de psicologismos), sua recusa contundente em dizer que não faz Filosofia, são a demonstração cabal de que há um comando imperioso: “Há um novo afazer, há uma nova epistemologia que devemos construir, e esta não pertence à Filosofia”.

Vê-se que, apesar do supracitado, sua linha epistemológica não prosperou como, por exemplo, prosperou a de Karl Popper. Aliás, Popper, já recomendava o tratamento sistêmico que assumimos em nossa proposta epistemológica<sup>43</sup>. Essa não prosperidade está relacionada aos conhecimentos e à própria trajetória dos acontecimentos, que vão da

“(...) crescente influência econômica americana sobre o restante do mundo nos anos 60 e 70” [VIDAL DE CARVALHO, L. A., 2001, p. 39]

e que acabou apontando uma hegemonia na área de epistemologia, pelos anglos saxões, a ponto de Gaston Bachelard nem sequer ser citado, na imensa literatura anglo saxã, e que também afastou Piaget do centro da discussão epistemológica e remeteu o mesmo e sua obra às faculdades de pedagogia.

Se nos furtamos de trabalhar a partir de Piaget (1978) e utilizamos a “política da terra arrasada”, isto é, partimos praticamente do zero, apenas recolhendo, da mesma forma que Piaget, idéias e informações aqui e acolá, é porque, apesar de notarmos o mesmo “*ethos*” na ciência: o controle. Apesar de que, os principais autores e personagens da ciência, em que se baseia Piaget, serem encontrados aqui também referenciados. E apesar de que, em ambos, a categoria “ente”, de fato, receba tratamento, vemos claramente que as escolhas realizadas foram diferentes. Piaget valorizou corretamente o “ente”, mas numa intensidade maior; sua epistemologia apontou para a Psicologia e não para a Engenharia e para os engenhos, como a nossa. Nós, tal como Piaget, valorizamos o “ente”, tal como é modernamente feito em

<sup>42</sup> Grifo nosso.

<sup>43</sup> Como claramente se depreende de sua LÓGICA DA PESQUISA CIENTÍFICA, na seção “O Teorema de Bernoulli e o Problema da Convergência” [POPPER, K. R. , 1993, pp. 200-203].

Neurociência Computacional, mas não sublimamos distraidamente o aspecto de controle e, sendo assim, apontamos corretamente para Sistemas de Representação e Métodos, como alvo prioritário, de forma a engenheirarmos todo o processo.

As diferenças são gritantes, para quem lê o presente texto e a obra de Piaget, apesar de princípios comuns. Baseamo-nos em raízes comuns, mas, a estas, sobrepomos as obras de José Ortega Y Gasset (que não foi burilada por Piaget) e um conjunto de idéias e teorias (já delineados na tese) posteriores à pesquisa de Piaget. Este conjunto de idéias e teorias são derivados de nomes como: Popper (incluindo os pós-escritos à Lógica da Pesquisa Científica), Vidal de Carvalho, Châtelet, Cosenza, Havelock, Barbosa, Bartholo Jr., Eco e tantos outros. O único plágio desta tese será feito neste momento, e será lícito! Estaremos plagiando o maior cientista de todos os tempos: Issac Newton. Porque, como ele, diremos: “Se virem algum mérito no presente trabalho, se virem que, de fato, nossa visão superou as visões anteriores, saibam porque: é porque subimos nos ombros de gigantes”.

## 5.7 ALGUNS ASPECTOS DA ENGENHARIA DO CONHECIMENTO

Diferentemente de outras áreas, a engenharia possui certos cânones específicos. Um engenheiro em operação, isto é, no exercício de seu mister, deve graduar/controlar as inovações tecnológicas inseridas em seu produto: seja pela aceitação do produto no mercado, seja pela questão da relação “preço X financiamento de P&D”<sup>44</sup>; além disso outras questões são ainda correlatas tais como: segurança do produto, impactos ambientais pela produção e/ou utilização dos mesmo e etc.. Se, de fato, a Epistemologia se metamorfoseia em “Engenharia do Conhecimento”, esta “Engenharia do Conhecimento” é, em si mesma, um conhecimento suscetível de engenheiramento. Ao vislumbrarmos tal coisa, deveremos nos perguntar: de que forma exercemos nosso mister? Ao longo desse trabalho, alertamos que estávamos a construir um novo “espírito do tempo”, nesse sentido estamos propondo uma “ruptura epistemológica”, um modo conceitualmente novo de fazer as coisas. Acontece que nossa proposta é um “produto da Engenharia do Conhecimento”. Como todo produto, é necessário que o mesmo venha a ter aceitação. Mas, o que propomos é uma ruptura! Uma ruptura com o modo tradicional de se pensar o conhecimento.

---

<sup>44</sup> Relativo ao “Modelo de Destruição Criativa” de Shumpeter.

Ao pensarmos nos produtos da Engenharia do Conhecimento (e nela mesma), verificamos que existe uma parte dos “consumidores” aptos a “comprar” imediatamente o produto, perdoem-nos a matematicidade das palavras, mas designaremos este grupo como “grupo X”<sup>45</sup>. Entretanto, o grupo não tão importante no sentido acadêmico, porém o grupo mais promissor para a disseminação do “produto”, que será designado como “grupo Y”, são os milhares de professores universitários que labutam diariamente nas salas de aula das inúmeras instituições de ensino do país e do exterior. Acontece que este “grupo Y” é reativo com relação a qualquer inovação, quanto mais a uma ruptura. Nossa proposta, como está, já é designada por membros desse grupo como uma “viagem”<sup>46</sup>. Não foi gratuita nossa colocação, na Introdução, de que somente uma instituição como a COPPE/UFRJ abraçaria com certa facilidade nossa proposta, dada sua característica vanguardista em uma área tão sensível. Acontece que nossa proposta é potencialmente rica em desdobramentos, que não pudemos realizar, pois, sabíamos de antemão, só podermos realizar a parte essencial e fundamental, dado à “estranheza” que futuros desdobramentos trarão. Por exemplo, introduzimos várias considerações de caráter lingüístico/semiótico em nossa proposta. O método semiótico-estruturado foi uma delas. A parte do presente texto, relativa à Lógica, foi publicada antecipadamente, em separado, tornou-se um livro didático (subproduto). Esta publicação ganhou boa aceitação no “grupo X”, mas também provocou reações do tipo: “não gostei, mas não sei declinar o motivo” por parte de alguns do “grupo Y”. Outros, do “grupo Y”, reagiram com extrema cautela ao “uso do produto” e o utilizam às escondidas, para ver se, de fato, adaptam-se à nova ferramenta/produto (o texto publicado). Imaginem as reações negativas, se houvéssimos exposto todos os possíveis desdobramentos. É verdade que o tempo de tese é exíguo, mas há, de fato, a **necessidade de escalonar a disseminação do conhecimento** (com suas inovações), para que haja uma “digestão” das informações e dos novos mecanismos apontados. Nosso pequeno exemplo foi a Lógica. Exercitemos, entretanto, um pouco mais nossa

---

<sup>45</sup> Cabe inicialmente o esclarecimento do motivo da designação matemática (tipo: grupo X): ao tentarmos outras, estas pareceram ter conotações ofensivas, e não era isso que pretendíamos. Com relação ao primeiro grupo, este “grupo X” pode eventualmente realizar críticas, sugerir modificações, corrigir algum possível erro, complementar vazios etc., mas, no geral, há entendimento e receptividade por parte desse grupo.

<sup>46</sup> O termo “viagem” é, primariamente, utilizado na cultura brasileira para indicar um deslocamento, comumente de trem, avião, navio, ou ônibus, entre dois lugares. Tal termo, entretanto, é secundariamente utilizado como rótulo designativo do estado alcançado pelo uso de substâncias entorpecentes. Dessa forma, da combinação de seus usos, terciariamente é também utilizado como alegoria, quando alguém ultrapassa o senso comum. É nesse último sentido que estamos empregando o termo.

capacidade de conjecturar e pensemos nas centenas de professores de Epistemologia que deverão “digerir” estas novas idéias e também, de forma gradativa, se tornarem “engenheiros do conhecimento”. Quantos desses conhecem “Lógica”? Poucos. Quantos desses conhecem, ou se interessam por Lingüística? Menos ainda. Imaginem agora trazer, para nossas considerações, um entorno riquíssimo de discussões, além daquele que já exploramos. Haveria uma reação negativa muito mais contundente ao novo produto. Ortega Y Gasset nos alerta acerca da luta de gerações<sup>47</sup>, dos permanentes embates entre a geração que se situa entre 30 e 45 anos com a outra, de 45 a 60 anos, que está no poder.

A exemplo do que se poderia fazer, e não foi feito, em parte pela exigüidade do tempo, em parte pela eleição do critério do escalonamento da disseminação (por pensarmos como engenheiros do conhecimento e não como filósofos tradicionais)<sup>48</sup>, está a análise da obra de Rudolf Carnap e em particular “PSEUDOSPROBLEMAS NA FILOSOFIA”, onde ele aborda diversas questões, entre elas, a Análise Lógica, ressaltando nessa, o uso do juncor “se...então”, o significado da derivação e etc. .

Acontece que esta “segunda onda de inovação” deve esperar a “digestão da primeira onda”, o que cremos ainda demorar. Outro exemplo, é a exaustão da obra de Karl Popper e em particular as questões relativas à Probabilidade; outro exemplo é a Epistemologia Genética de Piaget, e assim por diante.

Outro ponto relevante de nossa engenharia nesta tese é que se, por um lado, inovamos, como se espera de uma tese de doutorado, por outro, seguimos recomendações daqueles que, muitíssimo mais do que nós, possuem *expertise* em certos assuntos. Em Lingüística/Semiótica seguimos a conceituação de Humberto Eco, exposta em seu TRATADO GERAL DE SEMIÓTICA, pois seus conceitos são de fácil leitura e assimilação. Porém, a forma com que concatenamos a tese é, de certa forma, uma recomendação de Noam Chomsky, em ASPECTOS DA TEORIA DA SINTAXE, vejamos<sup>49</sup>:

---

<sup>47</sup> Geração no sentido de período de 15 anos, relativo aos pensamentos caracterizadores de uma época, e não no sentido biológico [ORTEGA Y GASSET, J., 1989, pp. 38-63]

<sup>48</sup> Um filósofo tradicional é apenas crítico, não pensa que o fruto de seu trabalho é um produto e que esse produto interage em sociedade. Tal prática, inclusive, por parte dos filósofos, foi responsável pela pequena disseminação da Filosofia enquanto prática reflexiva, em Roma, tal como nos alerta Cícero, em sua obra ORACÕES. Um filósofo exploraria o máximo expondo a grandeza de seu intelecto, sem pensar nas conseqüências. Um engenheiro, em seu mister, não age dessa forma.

<sup>49</sup> À primeira vista, poderia parecer que estamos descontextualizando por demais a supracitada teoria, mas se aceitamos a tese de ver a Lógica como Gramática (tese nossa e de outros tais como Quine em FILOSOFIA DA LÓGICA) e que para cada Lógica uma Matemática (tal como a Fuzzy) e uma Filosofia (tese do conhecido Professor Cosenza da COPPE/UFRJ), então, de

“(…) Para facilitar a clara formulação de questões mais profundas, é útil considerar o problema de construir um <<modelo de aquisição>> para a linguagem, quer dizer, uma teoria de aprendizado da linguagem ou construção de gramática” [CHOMSKY, N., 1975, p. 255].

Por isso, tivemos o cuidado de exibir a Lógica através de um “modelo de aquisição”: o método-semiótico-estruturado. Mas também não era a ainda hora de enveredarmos pelas gramáticas gerativas de Chomsky, pois aí teríamos que tratar, internamente a uma única tese de doutorado, de outras lógicas tais como a Fuzzy, a Paraconsistente, a Modal etc. Tudo ao seu tempo! Tudo sem precipitação e sem gigantismos desnecessários ao trabalho de um só homem! A Engenharia é mais bem exercida como uma atividade de equipe!<sup>50</sup>

Vencidas as dificuldades em esclarecer que a própria tese foi alvo de um processo de engenharia do conhecimento, devemos trazer à lembrança de todos a dificuldade com que a Engenharia de Produção foi aceita na indústria (pelos empregados), ou que a Engenharia de Sistemas e Computação foi assimilada nas empresas, dada a permanente ameaça de perda do emprego. O aceite é inescapável, mas as reações contra os implementadores foram duras, transformando algo bom em tarefa árdua. Cremos que a “guilda” dos professores, mais inteligente e, portanto, com maior

---

fato, deveremos terçar armas mais detidamente com a Linguística e particularmente com dois de seus representantes: Chomsky e Karnap.

<sup>50</sup> São possíveis muitos outros engenheiramentos. Por exemplo:

- i) A área jurídica sofre mazelas terríveis, porque seus profissionais saem muito despreparados para serem operadores do Direito. Esses profissionais, enquanto alunos, não receberam uma formação adequada de leitura e escrita em literariedade filosófica; daí o *apartheid* intelectual entre os que são ditos bons advogados e o resto.
- ii) As áreas de Sociologia, Ciência Política, Antropologia, Educação/Pedagogia, Geografia, entre outras, sofrem do mesmo mal apontado para o Direito. Sendo que, este último, além da literariedade filosófica, possui demandas de construção de estilo: no Direito, o “estilo asiático”, que aqui estamos fazendo uso e ao qual fizemos menção anteriormente, não é bem visto, no sentido operacional. Uma “petição inicial” deve ser composta no estilo ático (assim como os demais requerimentos de um processo).

Os problemas acima apontados são “minimamente resolvidos”, em termos de sociedade, quando um “mestre” acolhe alguém como seu discípulo, repassando artesanal/tecnicamente o conhecimento. O mestre escolhe o discípulo. A sociedade, enquanto conjunto, não opta! A função social da propriedade, que limita o “poder” do capital, é subrepticamente colocada de lado, numa “sociedade de conhecimento e informação”. Retorna-se à prática do estamento (cf. Raimundo Faoro em OS DONOS DO PODER) na atividade intelectual. Se, na área de Exatas, a preparação dos filhos para a assunção das cátedras não é visível, em outras, chega a ser corriqueiro (Direito, Medicina, História, etc.).

capacidade reativa, reagirá brutalmente e de forma mais eficaz contra as inovações, daí o cuidado ao exibirmos nossas considerações<sup>51</sup>.

Esse esquema comparativo da classe dos professores com as corporações de ofício da Idade Média, as guildas, não é sem motivo. Vários pesquisadores, entre eles, o físico Penrose, percebem uma certa frenagem no desenvolvimento científico, inclusive na Física. Acontecem, na verdade, duas coisas: existem áreas muito atrasadas que, com o desenvolvimento da tecnologia, ganharam equipamentos técnicos que permitiram “um grande avanço”, no sentido da obtenção de informações, e não no ganho de estrutura. O equipamento computador, por exemplo, permitiu o crescimento da Sociometria, mas não há avanços significativos na chamada Teoria Sociológica. Entretanto, áreas tradicionais, como a Física e a Matemática, não sofreram incrementos significativos desde meados do século XX. Essas áreas mais maduras demandam que seu pesquisador tenha um treinamento de perfil mais longo, por vezes incompatível com o utilitarismo típico das modernas sociedades ocidentais.

Esse perfil alongado de treinamento faz com que haja mais treinadores do que pesquisadores de ponta. Para resumir, vamos utilizar uma imagem advinda da Engenharia de Sistemas e Computação. Aliás, as práticas dessa área, já nos permitiram simplificações úteis, como vimos na definição do uso do juntor “se...então...” (Apêndice I) e na diferenciação entre linguagens e técnicas. Mais uma vez se fará recurso ao que se pratica na área. Imaginem um “sistema”, o “Windows”, por exemplo: Este sistema, além de um conjunto de estratégias de concatenação, possui milhões de linhas de programação. Imaginem que, pouquíssimo ou, praticamente nada do sistema é indexado ou comentado. Uma parte da equipe que o montou (geração A) continuará com a função de desenvolver do sistema e, outra parte da equipe, sem grandes anotações, revisará todas as milhões de linhas de programação com os novos programadores e analistas (geração B), explicando linha a linha. Imaginem agora, que parte do pessoal em treinamento logrou sucesso, e se transformaram inclusive em novos desenvolvedores, substituindo a equipe que ora se aposenta (geração A). Porém, parte do pessoal que

---

<sup>51</sup> Pode parecer incoerente de nossa parte afirmar, ao mesmo tempo, que o melhor “grupo consumidor” é o que mais reagirá contrariamente à inovação. Porém, é justamente o que acontece, pois, vencida a resistência (ainda que possa ser brutal), há em seguida uma “corrida” para adaptar-se aos novos tempos. Quem melhor ou mais rapidamente se adapta (ou inclusive) sobrevive no “mercado”. Daí, se pensássemos em agir, como usualmente se faz na Metafísica do Sujeito (“cada um por si e Deus por todos), estaríamos só praticando mercadologicamente o “Modelo da Destruição Criativa”, onde quanto mais intensa e brutal a corrida, mais se pode cobrar na transição. É certo que não se farão inovações sem recursos, e que, em certo sentido, o supracitado modelo funciona. O que falta fazer é dimensionar a lucratividade necessária ao

estava em treinamento, ficou pelo caminho. Isto é, não conseguiram chegar à compreensão total do sistema, e não se tornaram desenvolvedores. Uma parte significativa do grupo tornou-se treinador de um novo grupo (geração C), pelo menos nos estágios iniciais. Acontece que, durante o curso de treinamento deste novo grupo, muito se desenvolveu no sistema Windows, algumas coisas por extensão e, outras, por mudanças estruturais profundas. É razoável dizer que: dado que o processo de comunicação é impreciso (não há boas anotações acerca de comentários de programas e estratégias e nem há um mapa preciso de indexação das partes do sistema, quase toda a *expertise* do sistema está confiada ao elemento humano), uma certa parte da “geração B” que foi destinada ao treinamento (mesmo o treinamento inicial) fracassará e uma outra parte terá sucesso. Entende-se como sucesso desses, a condução de parte da “geração C” a um nível que permita ser treinada pelos atuais desenvolvedores (que são uma parte da geração B). Havendo, então, partes de sucesso e de fracasso; na série que se forma, aglutinar-se-ão mais pessoas no grupo de treinadores do que no de desenvolvedores. O custo para a empresa de desenvolver o sistema fica alto (em função dos sucessivos acréscimos no custo de treinamento) e ela, então, passa a exigir, do elemento em treinamento, que este subsidie seu próprio treinamento. Mais ainda, a empresa dona de nosso sistema, que não tem por objetivo ser uma empresa de treinamento, “terceiriza” a parte inicial do treinamento, deixando a si apenas a parte final. A parte terceirizada, então, é entregue a outra empresa, que só tem por objetivo o treinamento (e não o desenvolvimento). Esta empresa exclusivamente treinadora não está plenamente submetida a testes de eficiência da empresa desenvolvedora, até porque a desenvolvedora se nega a dar subsídios mais concretos à parte terceirizada, tal como os segredos das mudanças de estrutura e das novas extensões do sistema ora em implementação. Para que a empresa treinadora possa ter acesso a essas informações, há necessidade de transcurso de um certo tempo. Como forma de implementar uma certa “eficiência” no treinamento, a empresa desenvolvedora “democratiza” as oportunidades empresariais e abre o mercado a várias empresas treinadoras, que competirão entre si. Nada mais “liberal” do que isso. Por outro lado, as empresas de treinamento sentem-se na obrigação “moral” de não preparar seus treinandos para uma única empresa desenvolvedora e, então, ampliam ainda mais o leque de treinamento, treinamento este que já não “se dava conta”. Nessa onda de democratizações e liberalismos, o gasto é transferido ao treinando. Gasto cada vez maior e treinamento cada vez mais “amplo”. O

---

processo como um todo, sem esquecer de embutir outros custos de inovação, tal como o custo de responsabilidade social.

negócio do treinamento deixa de ser a preparação de desenvolvedores e se torna um negócio associado à idéia de esperança de emprego (seja de desenvolvedor, seja de novo treinador). Há verdadeiramente um “mercado”. Alguém, então, tem a idéia de gastar algum tempo comentando o programa e indexando suas partes de forma rigorosa, com vistas a uma melhor performance em sua manutenção e desenvolvimento. Dessa forma, o tempo gasto no treinamento seria muito menor e não haveria necessidade de tantos treinadores. Esse com certeza é um inimigo do “mercado”, pelo menos do “mercado atual” (que é mais regido por treinamento do que por desenvolvimento). Salvo se apoiado pelos desenvolvedores, esse “filho espúrio da classe dos treinadores” será visto como um renegado, ou, se tiver galgado parcial aceite pela classe dos desenvolvedores, será visto como “excêntrico”. Cremos que a visão acima apresentada é uma visão acadêmica; sob o ponto de vista da Engenharia, nada tão corriqueiro como uma re-engenharia. Porém, *interna corporis*, é acadêmica a visão predominante. A re-engenharia empresarial, por um lado, visa obter maior eficácia nos processos produtivos, por outro lado, visa maior eficácia na lucratividade das empresas e isso, em boa parte dos casos, pode significar apenas o corte de custos. As corporações de ofício foram vencidas, as resistências às fábricas (tal como o ludismo) foram vencidas, as resistências à Engenharia de Métodos e à implementação de computadores foram vencidas, também a engenharia de conhecimento vencerá as suas resistências. O que intentamos fazer é tornar esta transição o menos dolorosa possível. Essa transição também pode, e deve, ser alvo de uma engenharia, mas isso não é trabalho para um homem só. Essa perspectiva de responsabilidade na transição é o desafio que se apresenta numa metafísica de alteridade&vulnerabilidade, é o dever arcar com os custos sociais da inovação. É o equivalente ao custo ambiental embutido na energia elétrica, quando produzida por usinas hidrelétricas (e que, infelizmente, não é embutido, apenas esquecido, na produção de outras formas de energia). Esse novo tempo, “ecológico”, “social”, “responsável”, é o desafio que se apresenta no “estádio do engenheiro”.

## CAPÍTULO 6

## CONCLUSÃO

"Deixarei contudo que o pouco que aprendi seja conhecido, de modo que alguém melhor do que eu possa adivinhar a verdade, provando e refutando meus erros com seu trabalho. Isso me dará prazer, pois terei sido um meio para trazer à luz a verdade."

Albrecht Dürer

## CAPÍTULO 6

### 6. CONCLUSÃO:

Chegamos finalmente ao encerramento de nossa jornada. Tal como alertamos na Introdução desse trabalho, abarcamos somente um certo “quinhão” de conhecimentos num universo de conhecimentos onde uma vida inteira se poderia gastar. Justificado está, pois, o título desta tese carregar o termo, já explicado, “prolegômenos”.

Ao revisarmos de maneira esquemática o que foi obtido da decomposição, ou posterior recombinação, de nossas hipóteses de trabalho, temos<sup>1</sup>:

- i. da Hipótese 1 (a admissão da divisão clássica do conhecimento, sob o ângulo da semiótica, nas categorias: sintaxe, semântica e pragmática):
  - a) Fez-se uma analogia com a Engenharia de Sistemas e Computação e obteve-se que:
    - a **pragmática** é a modelagem do objeto real, isto é, o entorno de compreensão do problema específico de uma empresa, ou de um projeto qualquer, e a solução interventiva necessária;
    - a **semântica**, nessa acepção, é a compreensão do significado do problema concreto enquanto problema computacional; é a escolha adequada das ferramentas computacionais a serem escolhidas ou construídas;
    - a **sintaxe** são os métodos e linguagens utilizados na construção da ferramenta computacional.
  - b) Evidenciou-se, ao contrastarmos o antigo Mapa Epistemológico com o esboço do Novo Mapa Epistemológico, que nossa contribuição é acerca da decomposição da sintaxe; sintaxe anteriormente rotulada como “Método Científico” e agora decomposta em: Sistemas de Representação e Métodos.
  - c) Evidenciou-se que a priorização de Hilbert de aplicar o “método axiomático” a toda a ciência esbarrou na falta dessa diferenciação e na dificuldade de se representar formalmente e ao mesmo tempo facilmente a Matemática.

---

<sup>1</sup> Esta obtenção, ao longo do corpo do trabalho, não seguiu necessariamente esta ordem. Aqui, ao sistematizarmos as hipóteses, estamos a listar o que foi obtido de uma forma analítica, mas não cronológica.

- d) Obteve-se uma definição para “linguagem” ou “sistema de representação”: é um sistema de códigos que visa estabelecer um processo comunicativo onde estão explícitos e/ou implícitos códigos, alguns dependendo de fatores culturais (ou outros) estabelecidos previamente entre as entidades emissor e receptor.
  - e) Obteve-se uma definição para “sistema de representação científico” ou “linguagem científica”: um sistema de representação em que pudermos exhibir, como código prioritário do mesmo (uma espécie de gramática), a Lógica Crisp (o que é mais usual), ou uma outra Lógica formalizada equivalente.
  - f) Que é possível a linguagem sofrer tratamento de engenharia (dado que, factualmente, a categoria da sintaxe é tratada, por exemplo, pela Engenharia de Métodos).
- ii. da Hipótese 2 (a admissão da tese de Havelock, acerca do papel do alfabeto na Grécia Antiga):
- a) Que o alfabeto é um artefato e que o artefato alfabeto, palavra escrita, desabrochou nos gregos possibilidades cognitivas novas.
  - b) Que a literariedade derivada do alfabeto favoreceu o discurso conceitual.
  - c) Que o esforço intelectual voltado para memorizar foi afastado e o custo de manipular novas idéias foi minimizado.
  - d) Que a “forma de dizer” favorece ou não a compreensão do dito.
  - e) Que o “plano de expressão” favorece a construção do “plano de conteúdo”.
  - f) Que há artefatos ou engenhos (no caso o alfabeto) que possibilitam uma melhor compreensão dos objetos.
- iii. da Hipótese 3 (a admissão de que as idéias de engenho e controle sejam caracterizadoras do exercício da engenharia):
- a) Que a Engenharia representa seus objetos através da Matemática ou da Literariedade Filosófica (argumentação científica).
  - b) Que a Literariedade Filosófica e a Matemática são linguagens científicas.
  - c) Que a Lógica Crisp é o código prioritário da Literariedade Filosófica e da Matemática.
  - d) Que a Lógica Crisp é um processo de controle de compatibilidade de enunciados.

- e) Que a chamada matemática epistemológica (Cálculo Diferencial e Integral) tem como fundamento a Teoria dos Limites e que pode ser conceituada como “um controle de erros em processos”.
  - f) Que os engenhos são artefatos concretos ou intelectivos que visam a superação de obstáculos.
  - g) Que o alfabeto e seus modelos de aquisição são engenhos.
  - h) Que a Lógica Crisp e seus modelos de aquisição são engenhos.
- iv. da Hipótese 4 (a admissão da tese de Ortega Y Gasset, acerca da natureza do homem, como um ser imanentemente técnico.):
- a) Que a técnica primordial do Homem é a linguagem.
  - b) Que os sistemas escriturais são técnicas.
  - c) Que a escrita alfabética é uma técnica mais elaborada.
  - d) Que a matemática dedutiva e a literariedade filosófica, que são sistemas de representação científicos, são técnicas.
  - e) Que o engenho “Lógica: método semiótico-estruturado” é uma técnica.
  - f) Que existem “Estádios da Técnica”.
  - g) Que se a técnica primordial do Homem é a linguagem, então, a superação de obstáculos na linguagem através de engenhos pode representar “um avançar nos Estádios da Técnica”.
  - h) Que os sistemas escriturais permitiram o surgimento da “civilização”.
  - i) Que a escrita alfabética permitiu o surgimento da “civilização grega”.
  - j) Que a introdução do código lógica na literariedade permitiu o surgimento da literariedade filosófica.
  - k) Que da literariedade filosófica obteve-se o método hipotético-dedutivo.
  - l) Que o método hipotético-dedutivo foi levado à Matemática. Aparecem os “Elementos” de Euclides e o método hipotético-dedutivo-axiomático.
  - m) Que a partir do nível da “Matemática”, na Teoria das Idéias é possível tratar o “mundo das idéias” e tratar o “mundo das cópias”.
  - n) Que o “mundo das idéias” é o grande objetivo almejado até Galileu.
  - o) Que o “mundo das cópias” é o grande objetivo pós-Galileu.
  - p) Que modernamente são objetivados os simulacros (mundo probabilístico) e o caos (equações não lineares, turbulência, etc...).
  - q) Que é necessário um novo *upgrade* nos sistemas de representação.

A partir dessas conclusões obtidas no corpo, conclusões estas derivadas diretamente das hipóteses, ou obtidas pela combinação das mesmas, tal como no exemplo modelar da Teoria da Dedução (Método da Dedução Direta exposto minuciosamente no Apêndice 1), inferimos anteriormente que:

1. Da mesma forma que a trivialização da escrita, através do alfabeto, permitiu o surgimento da literariedade filosófica, da matemática dedutiva e do método axiomático, espera-se que a trivialização das atuais representações científicas (matemática epistemológica e literariedade filosófica) permita o surgimento de novos sistemas de representação e métodos.
2. Com o surgimento da literariedade filosófica e da matemática dedutiva novos “objetos” puderam ser tratados.
3. Com o surgimento da matemática epistemológica novos “objetos” e antigas dificuldades puderam ter tratamento.
4. Com o surgimento das novas lógicas, novos sistemas de representação estão sendo construídos. Novos objetos poderão ser manipulados, velhos impasses poderão ser superados.
5. A “engenharia” constrói engenhos visando à superação de dificuldades no mundo concreto. As Engenharias de Produção e de Sistemas constroem engenhos intelectivos visando também a superação de obstáculos. Uma das presentes intersecções de ambas é o estudo da Teoria do Conhecimento ou Epistemologia.

Sendo assim, esta pesquisa demonstrou, de forma inequívoca, que a Epistemologia, ao ser pensada **a partir da inserção de nossas “hipóteses de trabalho”**, ganha um contorno, onde a idéia de “controle” é central (em particular, o controle através dos sistemas de representação), revelando que, ao agregarmos as idéias de controle e engenho à Epistemologia, esta ganha contornos típicos de engenharia<sup>2</sup>, sendo esta por nós denominada de “engenharia do conhecimento”.

---

<sup>2</sup> Nessa nova engenharia e a partir da contribuição do presente trabalho avistam-se alguns possíveis desenvolvimentos:

- i. A sistematização da Lógica Fuzzy a um nível equivalente ao que apresentamos na Crisp.
- ii. Superação de algumas dificuldades conceituais, tais como o aprimoramento do tratamento probabilístico, a partir da conceituação precisa do que é probabilidade (entre outros conceitos imprecisos).

Estamos certos de ter aqui apresentado uma diminuta parcela contributiva ao universo de inovações que se avistam. Cremos ter aqui cumprido a promessa realizada no início de nossa jornada, promessa de introduzir um conjunto de idéias que comprovassem que transitamos de um período a outro, que “A TRANSFORMAÇÃO DA EPISTEMOLOGIA EM ENGENHARIA DO CONHECIMENTO ESTÁ EM CURSO” e que adentramos em um novo tempo. Nossas argumentações demonstraram, de forma suficiente, que estamos transitando de uma certa prática epistemológica para uma “outra” prática epistemológica, e que, devido à permanente idéia de controle (ou busca do mesmo) e da intensidade de engenhos necessários nesta labuta, esta proposta epistemológica é mais bem rotulada como: “Engenharia do Conhecimento”.

- 
- iii. Aprimoramento das técnicas cognitivas, a partir da percepção de que os modelos de aquisição do Alfabeto e da Lógica podem impulsionar a capacidade de compreensão.

## APÊNDICE 1

### **LÓGICA: método semiótico-estruturado**

"O fim da Filosofia revela-se como o triunfo do equipamento controlável de um mundo técnico-científico e da ordem social que lhe corresponde. Fim da Filosofia quer dizer: começo da civilização mundial fundada no pensamento ocidental-europeu."

Martin Heidegger em O FIM DA FILOSOFIA (p.73).

## SUMÁRIO DO APÊNDICE 1

	p.	
1.	INTRODUÇÃO.....	138.
2.	TERMINOLOGIA E PRINCIPIOLOGIA.....	143.
2.1	<u>Termos e Enunciados</u> .....	143.
2.2	<u>Princípios Primários</u> .....	144.
2.3	<u>Questões Semióticas Antecedentes</u> .....	145.
3.	JUNTORES.....	148.
3.1	<u>O Juntor “NÃO” (a )</u> .....	148.
3.2	<u>O Juntor “E” (s )</u> .....	149.
3.3	<u>O Juntor “OU” (h )</u> .....	151.
3.4	<u>O Juntor “NAND” (p)</u> .....	152.
3.5	<u>O Juntor “NOR” (o)</u> .....	153.
3.6	<u>O Juntor “SE...ENTÃO...” (z )</u> .....	154.
3.7	<u>O Juntor “... SE E SOMENTE SE ...” (b )</u> .....	157.
3.8	<u>Hierarquia dos Juntores</u> .....	158.
4.	TABELAS-VERDADE E EQUIVALÊNCIA LÓGICA.....	161.
5.	AXIOMATIZANDO A LÓGICA.....	177.
5.1	<u>Axiomas e Regras Derivadas das Definições</u> .....	177.
5.2	<u>Operações Logicamente Válidas</u> .....	180.
5.2.1	Primeiras OLVs.....	182.
5.3	<u>Os Métodos de Prova em Lógica</u> .....	185.
5.3.1	O Método da Dedução Direta.....	186.
5.3.2	O Método da Dedução Indireta.....	198.
5.3.2	O Método da Dedução Por Casos.....	212.
6.	OS QUANTIFICADORES.....	229.
6.1	<u>Rotulação</u> .....	229.
6.2	<u>O Quantificador Universal</u> .....	231.
6.3	<u>O Quantificador Existencial</u> .....	233.
6.4	<u>O Quantificador Existencial Especial</u> .....	235.
7.	TEORIA ELEMENTAR DOS CONJUNTOS.....	237.
7.1	<u>Conceitos Ostensivos ou Intuitivos</u> .....	237.
7.2	<u>Tipos de Representação em Teoria dos Conjuntos</u> .....	238.
7.2.1	Tabulação ou Enumeração.....	238.
7.2.2	Propriedade.....	240.
7.2.3	Diagrama.....	241.
7.3	<u>Comparação de Conjuntos</u> .....	241.
7.3.1	Inclusão de Conjuntos.....	243.
7.3.2	Igualdade de Conjuntos.....	243.
7.4	<u>Conjuntos Especiais</u> .....	244.
7.4.1	Conjunto Vazio.....	244.
7.4.2	Conjunto Universo.....	244.
7.5	<u>Operações com Conjuntos</u> .....	245.
7.5.1	Intersecção.....	245.
7.5.2	União ou Reunião.....	246.
7.5.3	Diferença.....	247.
7.5.3.1	Complementar.....	248.
7.6	<u>Propriedades dos Conjuntos</u> .....	249.
8.	RUDIMENTOS TEÓRICOS SOBRE $\mathbb{N}$ E O MÉTODO DE INDUÇÃO LÓGICA.....	297.
8.1	<u>A Axiomática de Peano e o Axioma da Boa Ordem</u> .....	297.
8.2	<u>O Método de Indução Lógica</u> .....	300.
8.3	<u>A Notação Sigma</u> .....	301.
	NOTAS DOS CAPÍTULOS.....	316.

## APÊNDICE 1

### LÓGICA: método semiótico-estruturado

#### CAPÍTULO I

##### 1. INTRODUÇÃO

Iniciaremos nossas considerações nesse capítulo alertando que, apesar de estarmos desenvolvendo material deveras conhecido por todos, estaremos fazendo de uma maneira especial. O conjunto de sutilezas incorporado ao corpo padrão de conhecimentos da Lógica propiciará uma percepção dessa disciplina como algo novo, permitindo que fuçamos das frases de efeito que parecem muito dizer mas nada de fato esclarecem, tal como o jargão “a Lógica é a ciência do pensamento”. Gradativamente iremos construir um corpo de conhecimentos que servirá de estrutura elementar de certos sistemas de representação, isto é, um corpo de conhecimentos que terá papel análogo ao das gramáticas com relação aos idiomas<sup>1</sup>. Tal possibilidade de comparação não é nova, pois algumas incursões nesse sentido já haviam sido feitas por outros adeptos da área, tal como Kurt Grau (professor da Universidade de Leipzig<sup>2</sup>) e Willard V. Quine (professor da Universidade de Harvard<sup>3</sup>). Entretanto, um número bastante significativo de informações foi agregado ao conhecimento lógico desde a década de 30 do século XX, isto com relação a Kurt Grau, e mesmo com relação a Quine, anos 60 e 70. Mais recentemente, há o surgimento das linguagens de programação estruturadas e a quebra de paradigmas em Lógica e Inteligência Artificial nos anos 80 e 90<sup>4</sup>. Assim sendo, e também pelo fato de que só muito recentemente termos tido acesso a essas fontes, não reconhecemos a paternidade da idéia de tratar a Lógica como Gramática aos supracitados professores, até porque os pontos cruciais de nossa doutrina estão baseados em Popper (Universidade de Londres), Bunge (Universidade de Montreal) e Vidal de Carvalho (COPPE/UFRJ)<sup>5</sup>. Fazê-lo seria o equivalente a atribuir a Leucipo e Demócrito a paternidade da Mecânica Quântica, em detrimento de Planck, Einstein, Heisenberg, Schrodinger, Bohr e outros. Diferentemente do professor Kurt Grau, acreditamos ser possível a existência de várias gramáticas para sistemas de representação científicos, isto é, de várias lógicas<sup>6</sup>, além da Crisp, desenvolvendo o mesmo papel. É uma pena que estes sistemas de representação ainda não estejam sendo plenamente desenvolvidos<sup>7</sup>. Aqui sim, a idéia de sistemas filosóficos e matemáticos a partir de diversas lógicas e o

termo Crisp tiveram eco em nós, a partir das aulas de *Fuzzy Logic* com o professor Carlos Alberto Nunes Cosenza, (COPPE/UFRJ).

Apesar de sabermos que hoje existe bem mais de uma centena de lógicas, iremos nos referir em nosso texto apenas à Lógica Crisp, isto é, àquela Lógica que consideramos herdeira direta da Lógica Clássica, em vista da manutenção de um mesmo conjunto de princípios (principiologia). Desta forma, ocupar-nos-emos apenas da “gramática” Lógica Crisp, fazendo às demais, no máximo, referências esparsas. Esta redução de campo é fundamental para que não nos percamos em um campo de conhecimentos que já é perigosamente vasto.

Um dos enunciados mais reveladores acerca da disciplina Lógica foi proferido por Will Durant em sua HISTÓRIA DA FILOSOFIA<sup>8</sup>:

“Nem mesmo o mais arrojado dos filósofos teceria loas a um livro de lógica. Sempre nos sentimos, em relação à lógica, como Virgílio mandou que Dante se sentisse em relação àqueles que tinham sido condenados por sua neutralidade incolor: *Non ragionan di lor, ma guarda e passa* - << Não pensemos mais neles, mas olhe uma vez e siga em frente >>.” [DURANT, W., 1991, pp.65-66].

A idéia de que há uma importância no aprendizado da Lógica não é estranha a estudantes de Informática, Filosofia, Direito, etc. Entretanto, esta importância, quando solicitada, tem sua explicitação encerrada num termo mágico: “propedêutica”. Tal termo, tomado no sentido de “preparatório a”, parece revelar-nos algo não muito claro, dado que a “ponte” que une a Lógica às demais disciplinas, salvo raríssimas e honrosas exceções, nunca é apresentada aos estudantes de graduação e também não o é na maioria das pós-graduações. Imaginando um curso de 60 horas, o estudante de Informática, por exemplo, é apresentado à Lógica num formato relativamente moderno, onde as demonstrações são feitas à semelhança de um programa de computador não estruturado. Apesar das inovações positivas, faltam nestes cursos a estruturação e/ou sistematização típica da moderna programação. Também falta uma base teórica mais sólida e permanente que permita a continuidade da utilização da simbologia e metodologia ali apreendidas para posterior uso no aprendizado da Matemática. Este grupo vanguardista (imaginando algumas poucas variações em seus subgrupos aqui e acolá) será por nós denominado “formato década de 60”. Já os demais estudantes de Ciências Exatas, geralmente os estudantes de Matemática, aprendem Lógica num formato mais antiquado, típico da década de 30, o qual denominamos “formato década de 30”, que no Brasil possui como referência bibliográfica predominante o livro de INTRODUÇÃO À LÓGICA do Professor Irving Coppi. Neste

formato, a apresentação dos conteúdos é geralmente feita de forma a associar enunciados verbais com uma “re-representação” em formato lógico, (proposta típica do paradigma simbolista da Inteligência Artificial, que predominou até os anos 80 do século XX). Já nas Ciências Humanas, predominantemente, há um enorme equívoco acerca do ensino da Lógica. É bastante comum passar-se um semestre ensinando tópicos do Cálculo Quantificacional tipo “Todo Homem é Mortal”, “Sócrates é Homem”, “Sócrates é Mortal”. E o pior é que o professor dá a isso o nome de dedução, induzido pelo nome clássico de Silogismo Dedutivo. Sabemos que tal coisa é apenas uma especialização ou concentração.

Com tudo o que dissemos acima, fica claro o acerto de Will Durant. Para finalizarmos, diríamos apenas que também desconectado da Lógica fica geralmente o aprendizado da Epistemologia. Em nossa apresentação sumária de alternativa para o Cálculo Proposicional, núcleo central da Lógica, procuraremos demonstrar inequivocadamente que nosso formato, que ousaremos denominar como “formato século XXI”, fundamentado na idéia de representação estruturada, tal como na moderna programação, e em conceitos lingüísticos/semióticos, cobre todas as insuficiências anteriormente apontadas e algumas outras que não foram tratadas. Durante todo o texto buscaremos enveredar pelos mecanismos de aprendizado das linguagens orais e do sistema alfabético, isto é, utilizar-nos-emos de métodos indutivos e analógicos balizados pelos conhecimentos lingüísticos/semióticos, de forma que o processo de leitura e representação dos signos, dos termos e dos enunciados, assim como sua inserção nos planos de significação, seja o mais simples e natural possível.

Cumpre-nos ainda comentar que podemos ser acusados de “nada acrescentar” ao estudo da lógica propriamente dita e somente possuímos um método de ensino mais cômodo. A estes diríamos o seguinte:

A Lógica, como “gramática” de “sistemas de representação científicos”, foi criada por Platão; isto mesmo, o velho mestre que é o inventor do método hipotético-dedutivo<sup>9</sup>.

Tendo aplicado a Lógica inicialmente à literariedade, fazendo da reflexão escrita e alfabética (também uma certa novidade para a época) um algo novo, isto é, transformando a literariedade grega em outro tipo de literariedade, denominada por nós de Filosofia, Platão fez dessa uma arma política. Tal arma podia, sob certas condições, ser adaptada para a oralidade e então utilizada na *agora*, nos combates político-ideológicos travados entre os cidadãos (em particular os de Atenas).

Tendo Platão percebido seu alcance, determinou que os membros de sua “Academia” envidassem esforços na sua exportação para a Matemática. Resultado: a obra OS ELEMENTOS de Euclides de Megara. Tal obra, durante dois mil anos, foi o modelo do “método matemático”. Já temos aqui um grande equívoco. O método inaugurado (melhor seria consolidado) na obra de Euclides é um dos métodos possíveis para a Matemática, cremos ser o melhor e mais abrangente, mas não o único. Estamos falando do método hipotético-dedutivo às vezes denominado de axiomático.

Infelizmente, nem todo discípulo (ou discípulo do discípulo) é um bom discípulo. Euclides o foi e Aristóteles não. Apesar da contribuição e da tentativa de delimitação da área por Aristóteles (ou por seus discípulos)<sup>10</sup>, que à época não se denominava de Lógica, houve um engessamento da Lógica maior do que o engessamento da Astronomia<sup>11</sup>. Com relação à figura de Aristóteles, que não conhecia o método de redução ao absurdo (“pedra de toque” da Lógica), podemos dizer apenas que existem sinceras dúvidas se foi o próprio, ou se foram seus discípulos, que tantos males causaram ao desenvolvimento da ciência no ocidente. Foram necessários cerca de dois mil anos e muitas fogueiras, para emergir a figura de um George Boole que, mostrando a face<sup>12</sup>, desbancou, definitivamente, a Lógica aristotélica<sup>13</sup>.

Com relação ao nosso pequeno herói, Boole, devemos dizer que seu método é mais abrangente que o de Aristóteles<sup>14</sup> e que graças a Frege, principalmente, não se tornou igualmente um entrave. A partir de Boole, as contribuições foram sucessivas e por pequenos acréscimos. Frege, por exemplo, em sua BEGRIFFSSCHRIFT (Escrita Conceitual ou Ideografia - 1879), lança luzes sobre uma série de questões, tal como o Princípio da Indução Finita e sua relação com a Teoria dos Conjuntos, assim como é dele a prioridade de invenção dos quantificadores. Frege, porém, encontra dificuldades<sup>15</sup>, tais como aquelas apontadas pelo “Paradoxo de Russel” (resolvida pelo próprio Russel, em sua Teoria dos Tipos), pelo “Paradoxo de Burali-Forti”<sup>16</sup>, e pelo “Paradoxo do Maior de Todos os Cardinais”<sup>17</sup>.

Nomes outros como Peano, Cantor, Dedekind, Zermelo, Gödel, Wittgenstein, Post, Whitehead e tantos outros são expressivos na contribuição da formação da Lógica Crisp (ou do termo Lógica Moderna, para quem vê uma só lógica). Entre tantos, fazemos especial menção a Bertrand Russel, a quem homenageamos aqui neste pequeno compêndio, que busca ser mais uma parcela tímida nesta soma de contribuições para o desenvolvimento do conhecimento humano.

Encerrando, gostaríamos de sugerir que, caso o leitor seja novato no estudo da Lógica, deixe para uma segunda leitura as “Notas dos Capítulos”, que são referenciadas

pela numeração em sobrescrito, após certas considerações. Tais notas são considerações importantes, mas que não são essenciais à compreensão e à apreensão da técnica de ler e escrever em Lógica. Por vezes ampliamos o léxico propositalmente, como forma de enfatizar certas situações, e então colocamos a nova palavra entre aspas, para diferenciá-la.

## CAPÍTULO II

### 2. TERMINOLOGIA E PRINCIPIOLOGIA

Bertrand Russel, em seu CONHECIMENTO HUMANO, nos adverte que os conceitos são de dois tipos: ostensivos (ou intuitivos) e analíticos (dependem de outros conceitos analíticos ou, se feita regressão, de ostensivos). Assim sendo, já aceite de que certos conceitos não precisos da oralidade são necessários para iniciarmos nossas discussões (tipo: caracterizar, valorar, nome, introduzir, declarar, etc.), iremos apresentar um “vocabulário mínimo”<sup>1</sup>, para iniciarmos nossa jornada no Cálculo Proposicional.

#### 2.1 TERMOS E ENUNCIADOS

Para introduzirmos os conceitos intuitivos (ou ostensivos) de “Termo” e “Enunciado”, perguntaremos se as declarações abaixo (feitas abstratamente por alguém) são verdadeiras ou falsas?

- i. “João.”
- ii. “Papagaio.”
- iii. “Geladeira.”
- iv. “ $2 + 3$ ”
- v. “Triângulo.”
- vi. “ “ João ” é usualmente nome de homem.”
- vii. “ $2 > 5$ ”
- viii. “Triângulo é um polígono de 3 lados.”

Quando alguém diz: “João”. Verdadeiro ou falso? Fica-nos a sensação (intuição) de incompletude<sup>2</sup>. Já quando se declara: “ “João” é usualmente nome de homem.”; vem naturalmente o desejo e a tranquilidade de uma resposta: verdadeiro. Ou ainda, quando declaramos “ $2 > 5$ ” e perguntamos: – verdadeiro ou falso? Vem-nos facilmente a resposta: falso. O que também não acontece em “ $2 + 3$ ”. Assim sendo, os itens de 1 a 5 são termos, não suscetíveis de valorização lógica, e os itens de 6 a 8 são

enunciados<sup>3</sup>, suscetíveis de valorização lógica. Sem definir tais termos, pois serão tomados como intuitivos ou ostensivos, poderíamos dizer que os termos são expressões que nomeiam ou descrevem algum objeto, e os enunciados são expressões que correlacionam objetos, ou descrevem propriedades de objetos.

## 2.2 PRINCÍPIOS PRIMÁRIOS

Alertamos que contribuições estratégicas de desenvolvimentos posteriores à Lógica, tal como na Teoria Geral do Processo (em Direito) e na Álgebra Abstrata (em Matemática)<sup>4</sup>, foram incorporadas a este formato de Lógica. Dessa maneira, distinguimos princípios primários (geralmente denominados apenas de princípios) de princípios secundários, sendo estes últimos geralmente aceitos tacitamente, ao incorporarmos, ao longo do desenvolvimento de uma certa teoria, certos métodos e/ou técnicas, onde estes princípios valem ou emergem da composição. Exemplo clássico é o princípio universalmente aceito de que, numa teoria, para provarmos uma certa tese, não podemos tomar resultado futuro (ainda que da mesma teoria) para premissa e que só podemos usar resultados anteriores. Tal princípio emerge da prática dedutiva, ao incorporarmos o que denominaremos futuramente do “Método da Dedução Direta” (MDD).

São estes os princípios primários da Lógica:

- i. Princípio do 3º Excluído
- ii. Princípio da Não-Contradição
- iii. Princípio da Identidade

**Princípio do 3º Excluído:** Um enunciado pode ser caracterizado (valorado) em Lógica como “verdadeiro” ou como “falso”, não havendo nenhuma outra possível caracterização lógica. Em verdade tal princípio estabelece a dicotomia como regra. Assim sendo, algo é tal ou não tal. Podendo em cada uma dessas categorias haver novas divisões.

**Princípio da Não-Contradição:** Quando a um enunciado for atribuída uma certa valoração (caracterização), este enunciado não poderá assumir simultaneamente outra valoração. Isto é, se um enunciado é dito verdadeiro este não poderá ser falso ao mesmo tempo.

**Princípio da Identidade:** Toda coisa é idêntica (igual) a si mesma. Isto é, um termo é igual a si mesmo, um enunciado é igual a si mesmo.

Com a apresentação desses princípios podemos construir nossos primeiros conceitos analíticos:

**Definição 1:** Um **enunciado fechado** é um enunciado que se possa valorizar imediatamente.

Exemplos: “  $2 > 5$  ” (falso); “  $2 + 3 = 5$  ” (verdadeiro); “ João é usualmente nome de mulher ” (falso);  $x = x$  (verdadeiro); etc.

**Definição 2:** Uma definição alternativa para **enunciado aberto** é dizer que é aquele que não é fechado.

Exemplos: “  $2 > x$  ” (não se sabe o valor de  $x$ ); “  $x + y = z$  ”; “João da Cruz será um importante cientista do século XXX” ; etc.

**Observação 1:** Um **enunciado aberto** é um enunciado que **não** se possa valorizar imediatamente.

### 2.3 QUESTÕES SEMIÓTICAS ANTECEDENTES

É necessário que agora estabeleçamos um conjunto de expressões e de sinais próprios da Lógica, para isso construiremos, a partir dos conceitos de termo e enunciado, um conjunto de categorias denominado de Morfemas<sup>5</sup>, onde, em cada categoria, um símbolo ou operador será alocado em razão de sua funcionalidade, isto é, a classificação se dará em função da serventia prestada aos termos e enunciados.

Entendemos aqui o conceito de sinal como:

“(…) unidades de transmissão que podem ser computadas quantitativamente independentemente de seu significado possível.” [ECO, U., 1976, p. 15]. “(…) Um sinal pode ser um estímulo que não significa nada, mas provoca ou solicita algo: contudo, quando usado como ANTECEDENTE reconhecido de um CONSEQÜENTE previsto, é assumido como signo, pois fica em lugar do próprio conseqüente (para o emissor ou para o destinatário).” [ECO, U., 1976, p. 39].

Assim sendo, temos os seguintes **Morfemas**:

**Predicados:** São todos os sinais (ou expressões relacionais ou operadores) que transformam termos em enunciados.<sup>6</sup>

Exemplos:

- (i) “A” é um termo (o nome de um conjunto); “B” é um termo (o nome de um conjunto). O sinal “=” transformará os dois termos em um enunciado: “A = B” é um enunciado.
- (ii) “2 + 3” é um termo; “8” é um termo; “2+3 > 8” é um enunciado.
- (iii) =, >, <, A, D, F, próximo de, longe de, tende a, contém, é, envolve, são exemplos de sinais e de expressões que transformam termos em enunciados.

**Funtores**<sup>7</sup>: São todos os sinais (ou expressões relacionais ou operadores) que transformam termos elementares (ou simples, ou atômicos, ou primos) em termos não elementares (ou complexos, ou moleculares, ou compostos).

Exemplos:

- (i) “A” é um termo (o nome de um conjunto); “B” é um termo (o nome de um conjunto); O sinal “Q” (união ou reunião) transformará os dois termos em um outro termo: “AQB” é um termo.
- (ii) “3 + 5” é um termo molecular;
- (iii) Q, +, ., W, E, :, etc. , são exemplos de sinais que transformam termos atômicos em moleculares; “Azul-piscina”, nome de uma cor, seria exemplo de expressão classificável como termo molecular.

Observação 2: Face a complexidade dos diversos idiomas existentes não avançaremos na questão de analisar os diversos mecanismos lingüísticos de criação de expressões classificáveis como termos moleculares. Tal omissão não prejudica o conjunto deste trabalho.

**Juntores:** São todos os sinais (ou expressões relacionais ou operadores) que transformam enunciados elementares (ou simples, ou atômicos, ou primos) em enunciados não elementares (ou complexos, ou moleculares, ou compostos). Também são denominados de **conectivos**.

Exemplos:

- (i) “A = B” é um enunciado atômico; “B = C” é um enunciado atômico. O enunciado “A = B s B = C” é um enunciado molecular.
- (ii) a, s, h, p, o, z, b, são exemplos de juntores.

**Quantificadores:** São todos os sinais (ou expressões relacionais ou operadores) que transformam enunciados não quantificados em enunciados quantificados. Tal quantificação possui um caráter qualitativo e tal fato não deve ser confundido com a mensuração que se pode fazer com a Matemática. Tal quantificação qualitativa diz respeito a expressões tipo “todo”, “nenhum”, “um e somente um”, etc..

Exemplos:

- (i) “Leitor é homem.” é um enunciado não quantificado. “Existe pelo menos um leitor tal que leitor é homem.” é um enunciado quantificado.
- (ii)  $(\exists x)(x \text{ obedece a propriedade } P)$ .
- (iii) “Homem é mortal.” é um enunciado não quantificado. “Todo homem é mortal.” é um enunciado quantificado.
- (iv)  $\forall$ ,  $\exists$ ,  $\text{e}$ , são exemplos de quantificadores.

**Qualificadores:** São todos os sinais (ou expressões relacionais ou operadores) que transformam enunciados em termos.

Exemplos:

- (i) “Homens são mortais” é um enunciado; “A coleção dos homens que são mortais” é um termo.
- (ii) “Homens são mortais” é um enunciado; “O enunciado “Homens são mortais” ” é um termo.
- (iii) Os artigos definidos e a coleção são exemplo de qualificadores.

Desta forma, encerraremos esta apresentação sumária da classificação em face da serventia dos principais sinais de nosso código Lógica. O termo código é aqui entendido

“(…) não só como regra correlacional mas também como conjunto de regras combinatórias (em outros termos, o código é visto como competência, e portanto não só como léxico, mas também como uma gramática que contempla tanto um léxico quanto uma sintaxe).” [ECO, U., 1976, p. 79].

Assim sendo, iremos nos aprofundar um pouco mais no estudo dos conectivos ou juntores de forma a consagrar certos detalhes que permitirão gradativamente um novo olhar sobre a Lógica.

## CAPÍTULO III

### 3. JUNTORES

Vimos, no capítulo anterior, que os jutores ou conectivos transformavam um ou mais enunciados num enunciado mais complexo. Iremos agora definir com precisão tal coisa.

**Definição 3:** Um **enunciado** é dito **composto**, ou **molecular**, se usa em sua composição pelo menos um jutor.

Observação 3: O termo “complexo” utilizado intuitivamente em momento anterior será afastado. Este termo terá outra acepção em momento futuro e seus préstimos valiosos, de caráter introdutório, se exaurem aqui.

O estudo dos jutores é assim o estudo básico dos enunciados moleculares. Para tal, utilizaremos as letras **p, q, r, s, t**, preferencialmente, para a representação simbólica de enunciados. Isto nada mais é do que uma rotulação. Vimos que o Princípio do 3º Excluído estabelece apenas duas possíveis valorações para enunciados, ou ainda, os enunciados podem ser valorados como verdadeiros ou falsos. Pelo Princípio da Não-Contradição, um enunciado jamais poderá assumir os dois valores ao mesmo tempo. Assumiremos aqui uma forma esquemática para definir o uso dos jutores denominada tabela-verdade, que respeitará os 3 princípios primários, sendo que é usual que algo seja igual a si mesmo (Princípio da Identidade). Assim sendo, só utilizaremos dois valores lógicos (que geralmente são verdadeiro e falso, mas poderiam ser “1” e “0”) e, se um enunciado for valorado como verdadeiro, só poderá ser valorado como falso em linha distinta daquela primeira.

#### 3.1 O JUTOR “NÃO” (a )

Um enunciado é uma declaração que pode ser valorada em verdadeiro ou falso. O jutor “não” é responsável pelo chaveamento destas duas valorações, isto é, quando aplicado alterna o valor lógico. Quando aplicado, o enunciado resultante é dito uma NEGAÇÃO.

**Definição 4:**

<b>p</b>	<b>a p</b>
V	F
F	V

Exemplo de declaração:

Alguém declara:

p: Cintia é uma advogada

É possível, através do uso do juntor “não”, negar esta declaração inicial:

$\sim p$ : **Não é verdade que** Cintia é uma advogada

No aprendizado deve-se evitar a forma coloquial: Cíntia não é uma advogada. Esta forma não auxilia a esquematização mental do aprendiz.

Se observarmos a tabela, uma nova compreensão deve ser assumida. Se alguém declara algo verdadeiro, negar tal declaração é falso. Se alguém declara algo falso, negar tal declaração é declarar uma verdade. Ainda que esta verdade possa não ser esclarecedora. Tal como a negação de que “Não é verdade que coragem seja combater o inimigo sempre de frente, de peito aberto” ou como várias refutações de Sócrates nos Diálogos de Platão.

<b>p</b>	<b><math>\sim p</math></b>
V	F
F	V

**Axioma da Extensionalidade da Definição do Juntor “Não”:**

Escrever “ $\sim \sim p$ ” é o mesmo que escrever “p”

Esta idéia, que não demanda demonstração formal, e por isso é denominada de axioma, decorre imediatamente da incorporação da definição do “não” em nossa teoria.

Tal axioma receberá seu formato definitivo após o tópico de equivalência lógica.

**3.2 O JUNTOR “E” (s )**

Como forma de ilustração, considere a seguinte situação: um jovem estudante universitário apresenta-se a órgão de fomento de estágios com seu *curriculum*

*vitae*. Depois da triagem inicial é apresentado a diversas empresas, onde diversas ofertas de estágio lhe são feitas. A oferta que acabou por aceitar foi motivada pela seguinte declaração do contratador de estagiários:

Iremos te pagar uma bolsa e iremos te dar benefícios

Naturalmente que, estando a cursar a disciplina de Lógica, o universitário identificou a declaração como uma CONJUNÇÃO, onde:

p: Iremos te pagar uma bolsa.

q: Iremos te dar benefícios.

e finalmente:

$p \wedge q$  : Iremos te pagar uma bolsa e iremos te dar benefícios

A declaração é um enunciado aberto no momento em que o declarante profere a mesma. Imaginemos que, após um período de 30 dias, se possa aferir a falsidade ou veracidade da declaração, a partir da observação de fatos.

- 1<sup>a</sup> situação: Após 30 dias o universitário recebe a bolsa e recebe os benefícios.  
 2<sup>a</sup> situação: Após 30 dias o universitário recebe a bolsa e não recebe os benefícios.  
 3<sup>a</sup> situação: Após 30 dias o universitário não recebe a bolsa e recebe os benefícios.  
 4<sup>a</sup> situação: Após 30 dias o universitário não recebe a bolsa e não recebe os benefícios.

Percebe-se claramente que o universitário só ficará satisfeito com a 1<sup>a</sup> situação; todas as demais indicariam que a declaração do contratador de estagiários foi falsa. Somente a 1<sup>a</sup> situação fática tornaria a declaração aberta numa declaração verdadeira (e, naturalmente, fechada).

**Definição 5:**

p	q	$p \wedge q$
V	V	V
V	F	F
F	V	F
F	F	F

**Axiomas da Extensionalidade da Definição do Juntor “E”:**

Se vale “ $p \wedge q$ ” então vale isoladamente “p”

Se vale “ $p \wedge q$ ” então vale isoladamente “ $q$ ”

Se vale “ $p$ ” isoladamente e se vale “ $q$ ” isoladamente então vale “ $p \wedge q$ ”

Naturalmente que, pela definição incorporada à nossa teoria, se admitida a veracidade de “ $p \wedge q$ ”, deve ser admitida a veracidade de ambas isoladamente. E se admitida a veracidade isolada deve-se admitir a conjunta, o que nos mostra a linha 1 da definição em tela.

### 3.3 O JUNTOR “OU” ( $\vee$ )

Como forma de ilustração, considere a seguinte situação:

Um jovem estudante universitário conhece uma jovem viúva rica que se apaixona perdidamente pelo rapaz. Maravilhada com a presença do rapaz em sua vida, e estando próximo ao Natal, emite a seguinte declaração:

Irei te dar um carro ou irei te dar um apartamento

Naturalmente que, estando a cursar a disciplina de Lógica, o universitário identificou a declaração como uma DISJUNÇÃO, onde:

$p$ : Irei te dar um carro

$q$ : Irei te dar um apartamento

e finalmente:

$p \vee q$  : Irei te dar um carro ou irei te dar um apartamento.

A declaração é um enunciado aberto no momento em que a declarante profere a mesma. Imaginemos que, após o período de Natal, se possa aferir a falsidade ou veracidade da declaração, a partir da observação de fatos:

1<sup>a</sup> situação: Após o Natal o universitário recebe o carro e recebe o apartamento.

2<sup>a</sup> situação: Após o Natal o universitário recebe o carro e não recebe o apartamento.

3<sup>a</sup> situação: Após o Natal o universitário não recebe o carro e recebe o apartamento.

4<sup>a</sup> situação: Após o Natal o universitário não recebe o carro e não recebe o apartamento.

Percebe-se claramente que o universitário só ficaria insatisfeito com a 4ª situação; todas as demais indicariam que a declaração da jovem senhora foi cumprida. Com relação à 1ª situação, no âmbito do Direito ela seria falsa, entretanto, em todas as demais áreas do conhecimento científico, opta-se pelo “ou” inclusivo, e neste caso a 1ª situação é verdadeira. Observe-se que a declaração/promessa amorosa não contém restrições ou sanções, e que, em declarações do mesmo tipo, tal como: “Juro que irei de barco ou de avião, mas não de carro.”, se alguém pega barco e avião, não se sente mentiroso.

**Definição 6:**

<b>p</b>	<b>q</b>	<b>p v q</b>
V	V	V
V	F	V
F	V	V
F	F	F

**Axiomas da Extensionalidade da Definição do Juntor “OU”:**

Se vale “p” então vale conjuntamente “p v q”

Se vale “q” então vale conjuntamente “p v q”

Naturalmente que, pela definição incorporada à nossa teoria, se admitida a veracidade de “p” ou de “q”, deve ser admitida a veracidade de “p v q”, pois, no “ou”, basta um ser verdade para que toda a conjunção o seja.

### 3.4 O JUNTOR “NAND” (p)

Alguns jutores não são tão primários quanto outros. O juntor “NAND”, por exemplo, surge da combinação do juntor “não” com o juntor “e”. Em tais casos, calcularemos, através de tabelas-verdade, a tabela do juntor secundário.

Seja o exemplo:

p: Irás ao clube.

q: Irás ver televisão.

e, finalmente, a declaração como um todo:

$p \text{ } \bar{p} \text{ } q$ : Não é verdade que (irás ao clube e irás ver televisão)

Calculando, teremos a tabela definitiva:

p	q	$p \text{ } \bar{p} \text{ } q$	a (p $\bar{p}$ q)	$p \text{ } \bar{p} \text{ } q$
V	V	V	F	F
V	F	F	V	V
F	V	F	V	V
F	F	F	V	V

Convenção 1:

Para atribuímos um valor lógico a um certo enunciado, por exemplo, “p”, escreveremos  $V(p) = v$  ou  $V(p) = f$ .

### 3.5 O JUNTOR “NOR” ( $\bar{\vee}$ )

Analogamente ao “NAND”, temos o juntor “NOR”. O juntor “NOR” surge da combinação do juntor “não” com o juntor “ou” (“or” em Inglês). Em tais casos, já o sabemos, calcularemos, através de tabelas-verdade, a tabela do juntor secundário.

Seja o exemplo:

p: Irás ao clube.

q: Irás ver televisão.

e finalmente a declaração como um todo:

$p \text{ } \bar{\vee} \text{ } q$ : Não é verdade que (irás ao clube ou irás ver televisão)

Calculando, teremos a tabela definitiva:

p	q	$p \text{ } \bar{\vee} \text{ } q$	a (p $\bar{\vee}$ q)	$p \text{ } \bar{\vee} \text{ } q$
V	V	V	F	F
V	F	V	F	F
F	V	V	F	F
F	F	F	V	V

Após tais apresentações de caráter mais elementar, mas que nos serviram para o conhecimento da manipulação da tabela-verdade e da apropriação da idéia

intuitiva de estarmos manipulando declarações, iremos passar ao juntor mais importante da Lógica, o “se...então...”.

### 3.6 O JUNTOR “SE...ENTÃO...” ( $\supset$ )

Existe uma diferença fundamental entre conhecer as letras e pensar para escrever a palavra “batata”, tal como um analfabeto o faz, e escrever a palavra “batata”, tal como uma pessoa plenamente alfabetizada o faz. Uma percorre, não automaticamente, os modos de procedimento de escrita, a outra perfaz quase o mesmo caminho, só que à “velocidade da luz”. Na gíria da caserna, diz-se que a segunda tem o conhecimento “na massa do sangue”. Esta pequena diferença está associada a certas sutilezas no processo de aprendizado, detalhes na evolução mental do indivíduo. Estamos neste texto preocupados com tais sutilezas e detalhes, pois, de outra forma, não seria possível o acompanhamento de nossos raciocínios. Cremos firmemente que tais minúcias impediram homens muito mais capacitados do que nós de exporem com extrema antecedência a maioria de nossas percepções.

Um dos principais problemas da Lógica é o argumento de autoridade. A figura de Aristóteles, por exemplo, foi um encravo no desenvolvimento da matéria. Também terminologias ruins estão agregadas, como um câncer eivado de metástases. Entre estas, o termo que rotula o enunciado que sucede o sinal do “se...então...”. Consideremos o seguinte enunciado, dito SUBJUNÇÃO:

$$p \supset q$$

O enunciado “p” é denominado de **antecedente**, pois vem antes da  $\supset$ . O enunciado “q” é denominado de **conseqüente**, pois vem depois da  $\supset$ . O termo conseqüente NÃO INDICA CONSEQÜÊNCIA.

Exemplo: Se fizer sol, então irei a praia.

Observem que “ir a praia” não é conseqüência de “fazer sol”. Milhões de pessoas não vão à praia em um dia de sol.

Como forma de ilustração, considere a seguinte situação: alguém da família de um aluno, amorosamente, emite a seguinte declaração:

$$\text{Se passares em Lógica, então irei te dar um carro.}$$

Naturalmente que, estando a cursar a disciplina de Lógica, o universitário identificou a declaração como uma SUBJUNÇÃO, onde:

p: Passar em Lógica

q: Irei te dar um carro

e finalmente:

**p Z q** : **Se** passares em Lógica, **então** irei te dar um carro

A declaração é um enunciado aberto no momento em que o declarante profere a mesma. Imaginemos que, após o período de provas e demais resultados, se possam aferir a falsidade ou veracidade da declaração, a partir da observação de fatos.

1ª situação: O universitário passa em Lógica e recebe o carro.  
 2ª situação: O universitário passa em Lógica e não recebe o carro.  
 3ª situação: O universitário não passa em Lógica e recebe o carro.  
 4ª situação: O universitário não passa em Lógica e não recebe o carro.

Tal situação poderia ser descrita na seguinte tabela à

p	q	p Z q
V	V	?
V	F	?
F	V	?
F	F	?

esquerda:

É preciso notar que a estrutura, como já dissemos anteriormente, não é de causa e consequência. Pode ser, mas não necessariamente o é. Se o for, é uma declaração validada em alguma teoria, tal como “Se observado tal coisa, então tal outra coisa ocorrerá”. A melhor estrutura a se admitir, para uma melhor compreensão da definição do uso do juntor **se...então...**, é de uma estrutura declarativa de promessa. Do tipo:

**Se** ocorrer um evento x, **então** uma certa atitude (fato) ocorrerá.

Analisemos então as 4 situações anteriormente descritas. Para isso, através do processo de analogia temos:

- a) ocorrência do evento x = passar em Lógica
- b) ocorrência da atitude = dar o carro

Dessa forma temos:

- (i) o evento ocorre (passar em Lógica) e a atitude é tomada (dar o carro); foi cumprida a promessa do declarante. **Declaração verdadeira.**

- (ii) o evento ocorre (passar em Lógica) e a atitude não é tomada (dar o carro); não foi cumprida a promessa do declarante. **Declaração falsa.**
- (iii) o evento não ocorre. Não havia nenhuma declaração do declarante sobre tal situação. Se não havia declaração acerca da não ocorrência do evento, não pode haver falsificação da declaração. A declaração não pode ser falsa. Devido ao **Princípio do 3º Excluído**, que estatui a bi-valência ou dualidade da Lógica, a declaração tem que ser aceita como **verdadeira**. Caso clássico, onde uma definição deve se conformar com princípios já estatuídos.
- (iv) idem.

Duas coisas estão a ocorrer simultaneamente. O aprendizado do juntor em tela e a percepção da raiz da falsificabilidade de Popper. Este aprendeu Lógica tardiamente com Tarski e talvez, por isso, não tenha melhor se explicitado. A Lógica, em certo sentido, verifica mais a inadequação de enunciados do que a adequação. Tal fato encontra-se estampado nos Diálogos de Platão, e em particular naquele em que Sócrates profere “Só sei que nada sei”. É uma espécie de controle na admissão de enunciados. Isso será melhor burilado nos itens MDD (Método da Dedução Direta) e MDI (Método da Dedução Indireta). Retornando à **subjunção**, temos então a seguinte definição:

**Definição 7:**

p	q	p Z q
V	V	V
V	F	F
F	V	V
F	F	V

Na primeira linha houve cumprimento da promessa, na segunda linha houve o descumprimento da promessa e nas demais a promessa não foi falsificada pois o evento não ocorreu. Daí serem verdadeiras as situações onde é dado o carro e onde não é dado o carro, na 3ª e 4ª linhas, respectivamente.

Algumas pessoas insistem em pensar que há alguma ameaça velada na declaração, e que a 3ª linha seria um descumprimento da ameaça. Como refutação aos descrentes, é só solicitar aos mesmos que tentem emitir a declaração em tom de ameaça, para perceberem seu terrível equívoco. A declaração, que ao mesmo tempo promete e ameaça, seria: “Ganharás um carro se e somente se passares em Lógica”. Esta sim é uma combinação de promessa e ameaça, e será vista no próximo item.

No caso da subjunção (se...então...), deve-se observar que, em computação, pode-se organizar da seguinte forma: Se um dado evento ocorrer, então a variável **x** será forçada assumir o valor **k**, isto é, **evento Z x = k**. Implementada a condição, ou

acontecido o evento, mesmo que uma certa conta envolvendo  $x$  tenha dado outro resultado, o registro  $x$  será forçado e receberá  $k$ . Entretanto, se o evento ou condição não ocorrer, o valor da conta será respeitado, o resultado para  $x$  poderá ser  $j$ ,  $l$ ,  $m$ , ou até mesmo  $k$ . Torna-se indiferente o valor que o registro  $x$  receberá, pois a cláusula (ou condição, ou evento) não foi implementada.

Observe-se na tabela que, se o antecedente é falso, a subjunção é verdadeira. E, se o conseqüente é verdadeiro, a subjunção é verdadeira. Como facilitação para memorização, apesar de pouca importância teórica, só fica falsa a subjunção quando  $V(p) = v$  e  $V(q) = f$ , mnemonicamente: **Verificação Final**.

### Axioma da Extensionalidade da Definição do Juntor “SE...ENTÃO”:

$$p \supset (q \supset p)$$

É fácil ver que, se  $V(p) = f$ , a subjunção é verdadeira, pois “ $p$ ” é o antecedente. Caso contrário, se  $V(p) = v$ , então  $V(q \supset p) = v$  e, como esta última é o conseqüente da subjunção principal, esta será verdadeira.

### 3.7 O JUNTOR “... SE E SOMENTE SE ...” ( $\supset$ )

Vimos, no item anterior, a definição do se...então:

Nesta definição, o ponto de discordância geralmente é a 3ª linha, na qual não há nenhum descumprimento de ameaça. Entretanto, se modificarmos a declaração para:

<b>p</b>	<b>q</b>	<b>p <math>\supset</math> q</b>
V	V	V
V	F	F
F	V	V
F	F	V

Ganharás um carro **se e somente se** passares em lógica.

Passaremos a ter a seguinte tabela:

#### **Definição 8:**

<b>p</b>	<b>q</b>	<b>p <math>\supset</math> q</b>
V	V	V
V	F	F
F	V	F
F	F	V

Onde na:

- 1ª linha: cumpriu-se a promessa (V);
- 2ª linha: descumpriu-se a promessa (F);
- 3ª linha: descumpriu-se a ameaça (F);
- 4ª linha: cumpriu-se a ameaça (V);

Verifica-se esquematicamente que “ $p \text{ b } q$ ” pode ser reescrito como “ $(p \text{ z } q) \text{ s } (q \text{ z } p)$ ”.  
Vejamos:

$p$	$q$	$p \text{ z } q$	$q \text{ z } p$	$(p \text{ z } q) \text{ s } (q \text{ z } p)$	$p \text{ b } q$
V	V	V	V	V	V
V	F	F	V	F	F
F	V	V	F	F	F
F	F	V	V	V	V

**Axioma da Extensionalidade da Definição do Juntor “...SE E SOMENTE SE...”:**

$p \text{ b } q$  pode ser reescrito como  $(p \text{ z } q) \text{ s } (q \text{ z } p)$

Ressaltamos que há uma outra forma de se apresentar o juntor em tela<sup>1</sup>.

### 3.8 HIERARQUIA DOS JUNTORES

A ordem de força dos juntores é a seguinte:

Convenção 2: Considerar-se-á a seguinte hierarquia na leitura dos juntores:

$a$ $s, h$ $p, o$ $z$ $b$	<b>- FORTE</b>     <b>+ FORTE</b>
---------------------------------------	--

Observe-se que há empates com “e” e “ou” e também com “nem” e “nor”. Assim sendo, há necessidade de recurso que não permita dúvidas (dubiedades), em enunciados do tipo: “ $p \text{ s } q \text{ h } r$ ”. Suponha que queiramos formar uma conjunção (enunciado regido por um “e”):

Alternativa 1:  $p \text{ s } (q \text{ h } r)$ ;

Alternativa 2:  $p \text{ d } q \text{ h } r$ ;

A alternativa 1 é clara: predomina o juntor “e” e o enunciado dentro dos parênteses deve ser primeiramente valorado, para que posteriormente possa ser valorada a conjunção como um todo. Na alternativa 2, foi colocado um pontinho acima do juntor “s”. Tal pontinho indica que este juntor prepondera sobre todos os demais juntores sem pontinho, inclusive sobre o “b”.

Exemplos:

1.  $p \text{ d } q \text{ b } r$ ; é uma conjunção que poderia ser escrita:  $p \text{ s } (q \text{ b } r)$ .
2.  $p \text{ x } q \text{ b } r$ ; é uma subjunção que poderia ser escrita:  $p \text{ z } (q \text{ b } r)$ .

3.  $q h p d q x r$ ; é uma subjunção, pois em caso de empate de pontinhos decide-se novamente pela hierarquia dos juntores. O enunciado pode ser escrito como:  $(q h p) S q Z r$ .
4. O enunciado  $((q Z r) h q) S p Z (q b r) S ((r Z q) Z q)$  que é uma subjunção, escrito com a notação de pontinhos, ficaria:

$$q Z r j q f p C q b r f r Z q x q$$

Observe-se que houve empate no número de pontinhos de dois juntores “e” e de um “se...então“. Quando há empate em pontinhos, usa-se a hierarquia dos juntores para decidir quem é o mais forte, no caso o “se...então“.

Tais convenções são importantes para que procedamos a uma leitura análoga ao bem alfabetizado, como já antes ressaltamos. A diferença cognitiva entre um grupo social alfabetizado e um grupo social analfabeto foi extremamente bem delineada por Erick A. Havelock em *A REVOLUÇÃO ESCRITA NA GRÉCIA E SUAS CONSEQÜÊNCIAS CULTURAIS*. No sentido mais elementar das diferenças apontadas entre o bem alfabetizado e o que denominamos semi-alfabetizado, ou usando o termo preciso “perito-letrado”, a capacidade de leitura e escrita são muito diferentes. Como exemplo, um alfabetizado lê com facilidade o enunciado “Mamãe foi a festa” e ainda integra a informação em um plano de significação. Já o perito-letrado fica preocupado se o termo “mamãe” começa ou não com a letra “m”, e ainda tem dificuldade de pronunciar os fonemas seqüencialmente. Integra a informação ao seu “entendimento” só alguns minutos depois de superar esta enorme tarefa para o seu intelecto. Observe-se que uma postura céptica, típica de um investigador e crítico em ciência, só é possível se firmar, se as fases anteriores são superadas sem grandes esforços. Caso contrário, observa-se a formação de uma legião de mentes mal formadas que acreditam, por exemplo, que em “ $x + 1 = 2$ ” o valor “1” pula o parênteses e “após tremelicar e receber o belzebu” metamorfoseia-se de “1” em “-1” e assim se dá a solução da equação (ao invés de nos utilizarmos da “Compatibilidade com a Multiplicação dos Reais” - O<sub>5</sub>).

Em países onde é necessário lançar mão de ensino de escala, isto é, treino em massa de alunos e professores, erros dessa gravidade, isto é, na simples leitura, são imperdoáveis. Para se alcançar qualidade em tais processos, devem-se superar essas elementaridades sem grandes traumas de formação. Somente assim, países subdesenvolvidos como o Brasil poderão dar saltos sucessivos na qualidade cognitiva de sua população, de forma que esta população possa, de forma o mais democrática

possível, escolher para si um bom destino, uma boa jornada. Caso contrário, uma legião de pessoas desqualificadas para a nova ordem mundial, munidas do direito do exercício da democracia, serão apenas uma reserva de seres humanos, facilmente manipuláveis, para uso e abuso das nações mais desenvolvidas.

## CAPÍTULO IV

### 4. TABELAS-VERDADE E EQUIVALÊNCIA LÓGICA

As tabelas-verdade são um método esquemático de analisar os possíveis valores lógicos de um enunciado molecular, partindo de todas as possíveis variações dos enunciados primos que o formam. Em alguns enunciados moleculares verifica-se o fenômeno de que a disposição dos enunciados primos e juntores propiciam a decidibilidade do valor, independentemente do valor lógico atribuído; neste caso temos as tautologias e contradições. Já em outros, tal como nas próprias definições dos juntores, o valor lógico final do enunciado molecular é analisado “linha a linha”, denominando-se contingência (ou indeterminação).

**Definição 9:**

Diz-se que um enunciado molecular é uma **tautologia** se, depois de verificadas todas as possíveis valorizações de seus enunciados primos, o enunciado molecular for verdadeiro em todos os casos.

Exemplo: Analise o valor lógico de “ $p \wedge q \vee \neg p \vee p \wedge q$ ”.

p	q	$p \wedge q$	$\neg p$	$p \wedge q$	$p \wedge q \vee \neg p \vee p \wedge q$
V	V	V	F	V	V
V	F	F	F	V	V
F	V	F	V	V	V
F	F	F	V	V	V

O enunciado analisado é uma tautologia

Observação 4:

Ao ser analisada uma **tautologia**, numa tabela-verdade, a última coluna será toda verdadeira.

**Definição 10:**

Diz-se que um enunciado molecular é uma **contradição** se, após verificadas todas as possíveis valorizações de seu enunciados primos, o enunciado molecular for falso em todos os casos.

Exemplo: Analise o valor lógico de “ $p \wedge \neg (q \vee \neg p)$ ”.

p	q	$q \vee \neg p$	$\neg (q \vee \neg p)$	$p \wedge \neg (q \vee \neg p)$
V	V	V	F	F
V	F	V	F	F
F	V	F	V	F
F	F	V	F	F

O enunciado analisado é uma contradição.

Observação 5: Ao ser analisada uma **contradição**, numa tabela-verdade, a última coluna será toda falsa.

**Definição 11:** Diz-se que um enunciado molecular é uma **contingência** ou **indeterminação** se, depois de verificadas todas as possíveis valorizações de seus enunciados primos, o enunciado molecular não possuir um único valor lógico, isto é, para cada arranjo de valores lógicos de seus enunciados primos haverá valores lógicos distintos como resposta.

Observação 6: Ao ser analisada uma **contingência** ou **indeterminação**, numa tabela-verdade, a última coluna terá que ser vista linha-a-linha, por não haver um valor lógico único.

Exemplos: As diversas tabelas utilizadas para definir os juntores.

**Definição 12:** Diz-se que dois enunciados são **equivalentes** quando eles possuem o mesmo valor lógico, ou são “linha a linha” equivalentes. Assim sendo, um “se e somente se” o outro será uma tautologia.

Observação 7: Naturalmente que duas tautologias são equivalentes e que duas contradições são equivalentes, pois em ambos os casos os valores são conhecidos (e decididos numa análise por tabela-verdade). Já no caso de contingências, essa comparação deve ser feita linha-a-linha e deve coincidir em todas as linhas, não podendo haver nenhuma exceção.

Exemplos: Dados os enunciados, verifique se estes são equivalentes.

Enunciado 1: “a (p Z q)”				Enunciado 2: “p S a q”		
p	q	p Z q	a (p Z q)	a q	p S a q	a (p Z q) b p S a q
V	V	V	F	F	F	V
V	F	F	V	V	V	V
F	V	V	F	F	F	V
F	F	V	F	V	F	V

Os enunciados analisados são “linha a linha” equivalentes. Naturalmente que o Enunciado 1 “se e somente se” o Enunciado 2 tenha se configurado numa tautologia.

O exercício da análise de valor lógico de enunciados através de tabelas-verdade é uma atividade preparatória ao tratamento axiomático do cálculo proposicional (cálculo de juntores). Seja pela prática do Método *Top-Down*, seja pelo treino de leitura dos símbolos lógicos e lembrança de suas definições. Nossa experiência de mais de 15 anos de magistério dessa disciplina nos diz que é preferível a lembrança dos exemplos primeiro, para a construção formal das definições *a posteriori*. Esta prática “indutiva” em nada prejudica o espírito dedutivo que está a ser construído nas mentes dos

iniciantes; ao contrário, favorece que os diversos tópicos sejam incorporados tal como na nossa língua materna. Passemos, após os exercícios a seguir, para o estudo axiomático através dos Métodos de Prova em Lógica.

## 1ª LISTA DE EXERCÍCIOS RESOLVIDOS

### I) Responda às seguintes questões (leia a teoria antes):

- 1) Comente a distinção entre conceitos ostensivos e conceitos analíticos. Posteriormente dê exemplos.
- 2) Quais são os três princípios elementares (ou primários) da Lógica Crisp?
- 3) O que estabelece o Princípio do Terceiro Excluído?
- 4) O que estabelece o Princípio do Não Contradição?
- 5) O que é um enunciado fechado? Exemplifique.
- 6) O que é um enunciado aberto? Exemplifique
- 7) O que são Morfemas?
- 8) Qual a função dos predicados? Dê 12 exemplos.
- 9) Qual a função dos juntores?
- 10) Qual a função dos funtores? Dê 10 exemplos.
- 11) Qual a função dos quantificadores?
- 12) Qual a função dos qualificadores?
- 13) Qual o nome do enunciado formado com o juntor e?
- 14) Qual o nome do enunciado formado com o juntor ou?
- 15) Qual o nome do enunciado formado com o juntor se...então?
- 16) Qual o outro nome pelo qual os juntores são conhecidos?
- 17) O que é um enunciado atômico?
- 18) O que é um enunciado molecular?
- 19) O que é uma tautologia?
- 20) Quando dois enunciados são ditos equivalentes?

### II) Dados os enunciados a seguir, com a notação especial de pontinho, reescrever os enunciados com a notação de parênteses:

- |                                 |                                    |
|---------------------------------|------------------------------------|
| 21) $p \times q z p$            | 22) $p z p h q x q$                |
| 23) $p d p z q x q$             | 24) $p h q d \sim q x p$           |
| 25) $p z q d a q x a p$         | 26) $p b q n \sim (p b \sim q)$    |
| 27) $p z q c q z r x p z r$     | 28) $a p z q c q h r x r z p$      |
| 29) $a p z r n q h p x r b q$   | 30) $p z q d a r f \sim r z p c q$ |
| 31) $p z q f q z r x a r c a p$ | 32) $p f q z a r d r x a (p s q)$  |

### III) Verificar o valor lógico dos enunciados a seguir, através dos quadros-verdade:

- |                                      |                            |                           |                       |                 |
|--------------------------------------|----------------------------|---------------------------|-----------------------|-----------------|
| 33) $p z p$                          | 34) $p z p h q$            | 35) $p z p s q$           | 36) $p h q b q h p$   | 37) $p x q z p$ |
| 38) $p x q z q$                      | 39) $p z p h q x q$        | 40) $p d p z q x q$       | 41) $p h q d a q x p$ |                 |
| 42) $p z q b a (p s q)$              | 43) $p z q d \sim q x a p$ | 44) $p b q n a (p b a q)$ |                       |                 |
| 45) $p s q b \sim (\sim p h \sim q)$ | 46) $p o q z a (a p z q)$  | 47) $p z q b a q z a p$   |                       |                 |

- 48)  $pz \rightarrow qc \rightarrow qz \rightarrow rx \rightarrow pz \rightarrow r$       49)  $a \rightarrow pz \rightarrow qc \rightarrow qhrx \rightarrow rz \rightarrow p$   
 50)  $a \rightarrow pz \rightarrow r \rightarrow n \rightarrow qhpx \rightarrow rb \rightarrow q$       51)  $pz \rightarrow qd \rightarrow arf \rightarrow arz \rightarrow pc \rightarrow q$   
 52)  $pz \rightarrow qd \rightarrow qz \rightarrow rx \rightarrow arz \rightarrow ap$       53)  $ps \rightarrow qz \rightarrow ar \rightarrow dx \rightarrow a \rightarrow (ps \rightarrow q)$   
 54)  $pz \rightarrow r \rightarrow b \rightarrow rz \rightarrow qx \rightarrow qhp$       55)  $pz \rightarrow qd \rightarrow rh \rightarrow \sim qx \rightarrow a \rightarrow (ps \rightarrow r)z \rightarrow ap$   
 56)  $ph \rightarrow rd \rightarrow qz \rightarrow rx \rightarrow pz \rightarrow qj \rightarrow p$       57)  $(a \rightarrow pz \rightarrow qd \rightarrow arz \rightarrow s) \rightarrow s \rightarrow (sz \rightarrow ap \rightarrow da \rightarrow q)z \rightarrow r$

**IV) Verifique se os pares de enunciados abaixo são equivalentes, através de quadros-verdade: (Obs.: Estes exercícios, negações do e, do ou e do se...então..., serão utilizados como resultados anteriores no decorrer do livro).**

- 58)  $a \rightarrow (ps \rightarrow q)$  /  $a \rightarrow ph \rightarrow a \rightarrow q$       59)  $a \rightarrow (ph \rightarrow q)$  /  $a \rightarrow ps \rightarrow a \rightarrow q$       60)  $a \rightarrow (pz \rightarrow q)$  /  $ps \rightarrow a \rightarrow q$

**V) Verifique se os enunciados abaixo são equivalentes, através de diagramas, sabendo-se que  $V(ps \rightarrow q) = v$ . (Observação: o símbolo “?” será utilizado quando não se souber se o enunciado é verdadeiro ou falso).**

- 61)  $pz \rightarrow \sim qs \rightarrow r$       62)  $qs \rightarrow r \rightarrow x \rightarrow a \rightarrow qz \rightarrow r$   
 63)  $qz \rightarrow \sim pc \rightarrow pz \rightarrow ar \rightarrow x \rightarrow arz \rightarrow q$       64)  $ps \rightarrow qz \rightarrow rc \rightarrow px \rightarrow qz \rightarrow r$

**VI) Considere agora que a informação é  $V(pz \rightarrow q) = f$ .**

- 65)  $pz \rightarrow qx \rightarrow qhr$       66)  $ph \rightarrow rx \rightarrow pz \rightarrow q$       67)  $px \rightarrow qz \rightarrow r$

**VII) Considere agora que a informação é dada a cada novo exercício:**

- 68)  $pz \rightarrow qd \rightarrow qz \rightarrow rx \rightarrow arz \rightarrow ap$  ;  $V(pz \rightarrow qhr) = f$   
 69)  $atx \rightarrow jz \rightarrow qhrd \rightarrow qz \rightarrow rc \rightarrow arz \rightarrow ap$  ;  $V(ps \rightarrow tz \rightarrow qhr) = f$   
 70)  $atx \rightarrow jz \rightarrow qhrd \rightarrow qz \rightarrow rc \rightarrow akz \rightarrow p$  ;  $V(ph \rightarrow tz \rightarrow qs \rightarrow r) = f$  e  $V(th \rightarrow r) = f$

## 1ª LISTA DE EXERCÍCIOS RESOLVIDOS - SOLUÇÃO

ATENÇÃO! MUITO CUIDADO! A lista é para ser feita e não somente lida. O estudante que somente procede à leitura, mesmo que “tenha entendido”, não está apto a realizar uma verificação de aprendizagem. Entender é condição para fazer, mas não é fazer. Copie os enunciados, resolva e depois confira pacientemente.

**I) Responda às seguintes questões (leia a teoria antes):**

- 1) Comente a distinção entre conceitos ostensivos e conceitos analíticos. Dê exemplos.  
 Resposta: Conceitos analíticos são aqueles conceitos construídos a partir de outros conceitos já conhecidos. Conceitos ostensivos, também chamados de intuitivos, são aqueles conceitos mais elementares, que darão início à construção conceitual e que são apreendidos por mecanismos intuitivos da nossa cognição, ou que de alguma forma já fazem parte do rol dos conceitos

utilizados em sociedade, através de mecanismos de indução, analogia e repetição, praticados na aquisição da linguagem oral.

Exemplos de conceitos ostensivos: os conceitos de termo e enunciado, os conceitos de ponto, reta e plano.

Exemplos de conceitos analíticos: o conceito de enunciado fechado, o conceito de tautologia, o conceito de quadrado.

2) Quais são os três princípios elementares (ou primários) da Lógica Crisp?

Resposta: Princípios do Terceiro Excluído, da Não Contradição, e da Identidade.

3) O que estabelece o Princípio do Terceiro Excluído?

Resposta: Que aos enunciados poderão ser atribuídos apenas dois valores lógicos, a saber: verdadeiro e falso.

4) O que estabelece o Princípio da Não Contradição?

Resposta: Que os valores lógicos, verdadeiro e falso, não serão atribuídos jamais ao mesmo tempo a um certo enunciado. Isto é, um enunciado, se declarado verdadeiro, não poderá, salvo verificado erros, ser declarado posteriormente falso.

5) O que é um enunciado fechado? Exemplifique.

Resposta: É um enunciado em que imediatamente valorizamos com verdadeiro ou com falso.

Exemplo:  $2 = 3$ .

6) O que é um enunciado aberto? Exemplifique

Resposta: É um enunciado em que não conseguimos de forma imediata valorizar com verdadeiro ou com falso. Porém, sabemos ser o mesmo suscetível de valorização.

Exemplo:  $2x = 7$ .

7) O que são Morfemas?

Resposta: O sufixo “-ema” em grego quer dizer unidade. Assim como termo “fonema” quer dizer unidade de som, o termo “morfema” quer dizer unidade de forma.

8) Qual a função dos predicados? Dê 12 exemplos.

Resposta: Transformar termos em enunciados.

Exemplos: = , < , > , A, S, D, F , próximo de, longe de, tende a, contém, é.

9) Qual a função dos juntores?

Resposta: Transformar enunciados primos em enunciados moleculares.

10) Qual a função dos funtores? Dê 10 exemplos.

Resposta: Transformar termos primos em termos moleculares.

Exemplos: + , - , . , / , Q, W, E , : , A , d/dx.

11) Qual a função dos quantificadores?

Resposta: Transformar enunciados em enunciados quantificados.

12) Qual a função dos qualificadores?

Resposta: Transformar enunciados em termos.

13) Qual o nome do enunciado formado com o juntor e?

Resposta: Conjunção.

14) Qual o nome do enunciado formado com o juntor ou?

Resposta: Disjunção.

15) Qual o nome do enunciado formado com o juntor se...então?

Resposta: Subjunção.

16) Qual o outro nome pelo qual os jutores são conhecidos?

Resposta: Conectivos.

17) O que é um enunciado atômico?

Resposta: Enunciados primos ou atômicos são aqueles em que não se verifica a presença de jutores.

18) O que é um enunciado molecular?

Resposta: Enunciados compostos ou moleculares são aqueles em que se verifica a presença de jutores.

19) O que é uma tautologia?

Resposta: É a classificação dada a um enunciado molecular, se sempre verdadeiro, após analisadas todas as possíveis valorizações de seus enunciados primos. Numa tabela-verdade, por exemplo, são os enunciados que possuem a última coluna toda verdadeira.

20) Quando dois enunciados são ditos equivalentes?

Resposta: Dois enunciados são equivalentes quando um se e somente se o outro resulta em uma tautologia. Isto é, quando comparados os valores lógicos, linha-a-linha, em uma tabela-verdade, eles são rigorosamente iguais.

**II) Dados os enunciados a seguir, com a notação especial de pontinho, reescrever os enunciados com a notação de parênteses:**

21)  $p \times q \dot{z} p$

solução:  $p \dot{z} (q \dot{z} p)$

22)  $p \dot{z} p \dot{h} q \times q$

solução:  $(p \dot{z} p \dot{h} q) \dot{z} q$

23)  $p \dot{d} p \dot{z} q \times q$

solução:  $p \dot{s} (p \dot{z} q) \dot{z} q$

24)  $p \dot{h} q \dot{d} \sim q \times p$

solução:  $(p \dot{h} q) \dot{s} a q \dot{z} p$

- 25)  $p \vee q \wedge d \wedge x \wedge a \wedge p$   
 26)  $p \wedge b \wedge q \wedge n \sim (p \wedge b \sim q)$   
 27)  $p \vee z \wedge q \wedge c \wedge q \vee z \wedge r \wedge x \wedge p \vee z \wedge r$   
 28)  $a \wedge p \vee z \wedge q \wedge c \wedge q \wedge h \wedge r \wedge x \wedge r \vee z \wedge p$   
 29)  $a \wedge p \vee z \wedge r \wedge n \wedge q \wedge h \wedge p \wedge x \wedge r \wedge b \wedge q$   
 30)  $p \vee z \wedge q \wedge d \wedge a \wedge r \wedge f \sim r \vee z \wedge p \wedge c \wedge q$   
 31)  $p \vee z \wedge q \wedge f \wedge q \vee z \wedge r \wedge x \wedge a \wedge r \wedge c \wedge a \wedge p$   
 32)  $p \wedge f \wedge q \vee z \wedge a \wedge r \wedge d \wedge r \wedge x \wedge a \wedge (p \wedge s \wedge q)$

- solução:  $(p \vee z \wedge q) \wedge s \wedge a \wedge q \vee z \wedge a \wedge p$   
 solução:  $(p \wedge b \wedge q) \wedge b \wedge a \wedge (p \wedge b \sim q)$   
 solução:  $(p \vee z \wedge q) \vee z \wedge ((q \vee z \wedge r) \vee z \wedge (p \vee z \wedge r))$   
 solução:  $(a \wedge p \vee z \wedge q) \vee z \wedge (q \wedge h \wedge r \vee z \wedge (r \vee z \wedge p))$   
 solução:  $a \wedge p \vee z \wedge r \wedge b \wedge (q \wedge h \wedge p \vee z \wedge (r \wedge b \wedge q))$   
 solução:  $((p \vee z \wedge q) \wedge s \wedge a \wedge r) \wedge s \wedge (a \wedge r \vee z \wedge p) \vee z \wedge q$   
 solução:  $(p \vee z \wedge q) \wedge s \wedge ((q \vee z \wedge r) \vee z \wedge a \wedge r) \vee z \wedge a \wedge p$   
 solução:  $p \wedge s \wedge ((q \vee z \wedge a \wedge r) \wedge s \wedge r \vee z \wedge a \wedge (p \wedge s \wedge q))$

III) Verificar o valor lógico dos enunciados a seguir, através dos quadros-verdade:

- 33)  $p \vee z \wedge p$   
 (TAUTOLOGIA)

p	p	$p \vee z \wedge p$
V	V	V
F	F	V

TAUTOLOGIA

- 34)  $p \vee z \wedge p \wedge h \wedge q$

p	q	$p \wedge h \wedge q$	$p \vee z \wedge p \wedge h \wedge q$
V	V	V	V
V	F	V	V
F	V	V	V
F	F	F	V

TAUTOLOGIA

- 35)  $p \vee z \wedge p \wedge s \wedge q$

p	q	$p \wedge s \wedge q$	$p \vee z \wedge p \wedge s \wedge q$
V	V	V	V
V	F	F	F
F	V	F	V
F	F	F	V

(INDETERMINAÇÃO)

- 36)  $p \wedge h \wedge q \wedge b \wedge q \wedge h \wedge p$

p	q	$p \wedge h \wedge q$	$q \wedge h \wedge p$	$p \wedge h \wedge q \wedge b \wedge q \wedge h \wedge p$
V	V	V	V	V
V	F	V	V	V
F	V	V	V	V
F	F	F	F	V

(TAUTOLOGIA)

- 37)  $p \wedge x \wedge q \vee z \wedge p$  (TAUTOLOGIA)

p	q	$q \vee z \wedge p$	$p \wedge x \wedge q \vee z \wedge p$
V	V	V	V
V	F	V	V
F	V	F	V
F	F	V	V

(TAUTOLOGIA)

- 38)  $p \wedge x \wedge q \vee z \wedge q$  (TAUTOLOGIA)

p	q	$q \vee z \wedge q$	$p \wedge x \wedge q \vee z \wedge q$
V	V	V	V
V	F	V	V
F	V	V	V
F	F	V	V

- 39)  $p \vee z \wedge p \wedge h \wedge q \wedge x \wedge q$  (INDETERMINAÇÃO)

p	q	$p \wedge h \wedge q$	$p \vee z \wedge p \wedge h \wedge q$	$p \vee z \wedge p \wedge h \wedge q \wedge x \wedge q$
V	V	V	V	V
V	F	V	V	F
F	V	V	V	V
F	F	F	V	F

- 40)  $p \wedge d \wedge p \vee z \wedge q \wedge x \wedge q$  (TAUTOLOGIA)

p	q	$p \vee z \wedge q$	$p \wedge d \wedge p \vee z \wedge q$	$p \wedge d \wedge p \vee z \wedge q \wedge x \wedge q$
V	V	V	V	V
V	F	F	F	V
F	V	V	F	V
F	F	V	F	V

41)  $phqdaqx p$ 

p	q	phq	aq	phqdaq	phqdaqx p
V	V	V	F	F	V
V	F	V	V	V	V
F	V	V	F	F	V
F	F	F	V	F	V

TAUTOLOGIA

42)  $pzqb a (psq)$ 

p	q	pzq	psq	a (psq)	pzqb a (psq)
V	V	V	V	F	F
V	F	F	F	V	F
F	V	V	F	V	V
F	F	V	F	V	V

INDETERMINAÇÃO

43)  $pzqd \sim qx ap$ 

p	q	pzq	aq	pzqdaq	ap	pzqdaqx ap
V	V	V	F	F	F	V
V	F	F	V	F	F	V
F	V	V	F	F	V	V
F	F	V	V	V	V	V

TAUTOLOGIA

44)  $pbqna (pbaq)$ 

p	q	pbq	aq	pbaq	a (pbaq)	pbqna (pbaq)
V	V	V	F	F	V	V
V	F	F	V	V	F	V
F	V	F	F	V	F	V
F	F	V	V	F	V	V

TAUTOLOGIA

45)  $psqb \sim (\sim ph \sim q)$ 

p	q	psq	ap	aq	aphaq	a (aphaq)	psqb a (aphaq)
V	V	V	F	F	F	V	V
V	F	F	F	V	V	F	V
F	V	F	V	F	V	F	V
F	F	F	V	V	V	F	V

TAUTOLOGIA

46)  $p \vee q \vee z \wedge a \wedge (a \wedge p \vee z \wedge q)$ 

A				B		
p	q	$p \vee q$	a p	a p z q	a (a p z q)	A z B
V	V	F	F	V	F	V
V	F	F	F	V	F	V
F	V	F	V	V	F	V
F	F	V	V	F	V	V

TAUTOLOGIA

47)  $p \vee z \wedge q \wedge b \wedge a \wedge q \vee z \wedge a \wedge p$ 

A					B	
p	q	$p \vee z \wedge q$	a q	a p	a q z a p	A b B
V	V	V	F	F	V	V
V	F	F	V	F	F	V
F	V	V	F	V	V	V
F	F	V	V	V	V	V

TAUTOLOGIA

48)  $p \vee z \wedge q \wedge c \wedge q \vee z \wedge r \wedge x \wedge p \vee z \wedge r$ 

A			B		C		D	
p	q	r	$p \vee z \wedge q$	$q \vee z \wedge r$	$p \vee z \wedge r$	$B \wedge x \wedge C$	$A \wedge c \wedge D$	
V	V	V	V	V	V	V	V	
V	V	F	V	F	F	V	V	
V	F	V	F	V	V	V	V	
V	F	F	F	V	F	F	V	
F	V	V	V	V	V	V	V	
F	V	F	V	F	V	V	V	
F	F	V	V	V	V	V	V	
F	F	F	V	V	V	V	V	

TAUTOLOGIA

49)  $a \wedge p \vee z \wedge q \wedge c \wedge q \wedge h \wedge r \wedge x \wedge r \vee z \wedge p$ 

A					B		C		D	
p	q	r	a p	a p z q	q h r	r z p	$B \wedge x \wedge C$	$A \wedge c \wedge D$		
V	V	V	F	V	V	V	V	V		
V	V	F	F	V	V	V	V	V		
V	F	V	F	V	V	V	V	V		
V	F	F	F	V	F	V	V	V		
F	V	V	V	V	V	F	F	F		
F	V	F	V	V	V	V	V	V		
F	F	V	V	F	V	F	F	V		
F	F	F	V	F	F	V	V	V		

INDETERMINAÇÃO

50)  $p \vee z \wedge r \wedge \neg (q \wedge p) \vee x \wedge r \wedge b \wedge q$

	A			B		C		D	
	p	q	r	$a \wedge p$	$a \vee z \wedge r$	$q \wedge p$	$r \wedge b \wedge q$	$B \vee x \wedge C$	$A \wedge \neg D$
	V	V	V	F	V	V	V	V	V
	V	V	F	F	V	V	F	F	F
	V	F	V	F	V	V	F	F	F
	V	F	F	F	V	V	V	V	V
	F	V	V	V	V	V	V	V	V
	F	V	F	V	F	V	F	F	V
	F	F	V	V	V	F	F	V	V
	F	F	F	V	F	F	V	V	F

INDETERMINAÇÃO

51)  $p \vee z \wedge q \wedge d \wedge a \wedge r \wedge f \wedge a \wedge r \wedge z \wedge p \wedge c \wedge q$

	A			B			C		
	p	q	r	$p \vee z \wedge q$	$a \wedge r$	$p \vee z \wedge q \wedge d \wedge a \wedge r$	$a \wedge r \wedge z \wedge p$	$A \wedge f \wedge B$	$C \wedge c \wedge q$
	V	V	V	V	F	F	V	F	V
	V	V	F	V	V	V	V	V	V
	V	F	V	F	F	F	V	F	V
	V	F	F	F	V	F	V	F	V
	F	V	V	V	F	F	V	F	V
	F	V	F	V	V	V	F	F	V
	F	F	V	V	F	F	V	F	V
	F	F	F	V	V	V	F	F	V

TAUTOLOGIA

52)  $p \vee z \wedge q \wedge d \wedge q \wedge z \wedge r \wedge x \wedge a \wedge r \wedge z \wedge a \wedge p$

	A			B		C			D	
	p	q	r	$p \vee z \wedge q$	$q \wedge z \wedge r$	$A \wedge d \wedge B$	$a \wedge r$	$a \wedge p$	$a \wedge r \wedge z \wedge a \wedge p$	$C \vee x \wedge D$
	V	V	V	V	V	V	F	F	V	V
	V	V	F	V	F	F	V	F	F	V
	V	F	V	F	V	F	F	F	V	V
	V	F	F	F	V	F	V	F	F	V
	F	V	V	V	V	V	F	V	V	V
	F	V	F	V	F	F	V	V	V	V
	F	F	V	V	V	V	F	V	V	V
	F	F	F	V	V	V	V	V	V	V

TAUTOLOGIA

53)  $p \vee s \wedge q \wedge z \wedge a \wedge r \wedge d \wedge r \wedge x \wedge a \wedge (p \vee s \wedge q)$

	A			B		C		D	
	p	q	r	$p \vee s \wedge q$	$a \wedge r$	$A \wedge z \wedge a \wedge r$	$B \wedge d \wedge r$	$a \wedge A$	$C \vee x \wedge D$
	V	V	V	V	F	F	F	F	V
	V	V	F	V	V	V	F	F	V
	V	F	V	F	F	V	V	V	V
	V	F	F	F	V	V	F	V	V
	F	V	V	F	F	V	V	V	V
	F	V	F	F	V	V	F	V	V
	F	F	V	F	F	V	V	V	V
	F	F	F	F	V	V	F	V	V

TAUTOLOGIA

54)  $p \vee r \wedge b \vee r \vee z \wedge q \vee x \wedge q \wedge h \wedge p$ 

A					B		
p	q	r	$p \vee z \wedge r$	$r \vee z \wedge q$	$p \vee z \wedge r \wedge b \vee r \vee z \wedge q$	$q \wedge h \wedge p$	$A \vee B$
V	V	V	V	V	V	V	V
V	V	F	F	V	F	V	V
V	F	V	V	F	F	V	V
V	F	F	F	V	F	V	V
F	V	V	V	V	V	V	V
F	V	F	V	V	V	V	V
F	F	V	V	F	F	F	V
F	F	F	V	V	V	F	F

INDETERMINAÇÃO

55)  $p \vee z \wedge q \wedge d \wedge r \wedge h \sim q \vee x \wedge a \wedge (p \vee s \wedge r) \vee z \wedge a \wedge p$ 

A				B		C		D		E				
p	q	r	$p \vee z \wedge q$	a	q	$r \wedge h \wedge a \wedge q$	$A \wedge d \wedge B$	$p \vee s \wedge r$	a	D	a	p	$a \wedge D \vee z \wedge a \wedge p$	$C \vee x \wedge E$
V	V	V	V	F	V	V	V	V	F	F	V	V	V	V
V	V	F	V	F	F	F	F	F	V	F	F	F	F	V
V	F	V	F	V	V	V	F	V	F	F	V	F	V	V
V	F	F	F	V	V	V	F	F	V	F	F	F	F	V
F	V	V	V	F	V	V	V	F	V	V	V	V	V	V
F	V	F	V	F	F	F	F	F	V	V	V	V	V	V
F	F	V	V	V	V	V	V	F	V	V	V	V	V	V
F	F	F	V	V	V	V	V	F	V	V	V	V	V	V

TAUTOLOGIA

56)  $p \wedge h \wedge r \wedge d \wedge q \vee z \wedge r \vee x \wedge p \vee z \wedge q \vee j \wedge p$ 

A			B		C		D	
p	q	r	$p \wedge h \wedge r$	$q \vee z \wedge r$	$A \wedge d \wedge B$	$p \vee z \wedge q$	$p \vee z \wedge q \vee j \wedge p$	$C \vee x \wedge D$
V	V	V	V	V	V	V	V	V
V	V	F	V	F	F	V	V	V
V	F	V	V	V	V	F	V	V
V	F	F	V	V	V	F	V	V
F	V	V	V	V	V	V	V	V
F	V	F	F	F	F	V	V	V
F	F	V	V	V	V	V	V	V
F	F	F	F	V	F	V	V	V

TAUTOLOGIA

57) (a p z q d a r z s)s (sz a p d a q)z r

				A		B		C	D	E	F	G	
p	q	r	s	a p	a p z q	a r	~r z s	Ad B	s z a p	a q	Dd E	Cs F	G z r
V	V	V	V	F	V	F	V	V	F	F	F	F	V
V	V	V	F	F	V	F	V	V	V	F	F	F	V
V	V	F	V	F	V	V	V	V	F	F	F	F	V
V	V	F	F	F	V	V	F	F	V	F	F	F	V
V	F	V	V	F	V	F	V	V	F	V	F	F	V
V	F	V	F	F	V	F	V	V	V	V	V	V	V
V	F	F	V	F	V	V	V	V	F	V	F	F	V
V	F	F	F	F	V	V	F	F	V	V	V	F	V
F	V	V	V	V	V	F	V	V	V	F	F	F	V
F	V	V	F	V	V	V	V	V	V	F	F	F	V
F	V	F	F	V	V	V	F	F	V	F	F	F	V
F	F	V	V	V	F	F	V	F	V	V	V	F	V
F	F	V	F	V	F	F	V	F	V	V	V	F	V
F	F	F	V	V	F	V	V	F	V	V	V	F	V
F	F	F	F	V	F	V	F	F	V	V	V	F	V

TAUTOLOGIA

IV) Verifique se os pares de enunciados abaixo são equivalentes, através de quadros-verdade: (Obs.: Estes exercícios, negações do e, do ou e do se...então..., serão utilizados como resultados anteriores no decorrer do livro).

58) a (p s q) e a p h a q

p	q	p s q	a (p s q)	a p	a q	a p h a q	a (p s q) b a p h a q
V	V	V	F	F	F	F	V
V	F	F	V	F	V	V	V
F	V	F	V	V	F	V	V
F	F	F	V	V	V	V	V

Os enunciados são equivalentes.

59) a (p h q) e a p s a q

p	q	p h q	a (p h q)	a p	a q	a p s a q	a (p h q) b a p s a q
V	V	V	F	F	F	F	V
V	F	V	F	F	V	F	V
F	V	V	F	V	F	F	V
F	F	F	V	V	V	V	V

Os enunciados são equivalentes.

60)  $a (p \vee q) \wedge p \wedge a \wedge q$

p	q	$p \vee q$	$a (p \vee q)$	$a \wedge q$	$p \wedge a \wedge q$	$a (p \vee q) \wedge p \wedge a \wedge q$
V	V	V	F	F	F	V
V	F	F	V	V	V	V
F	V	V	F	F	F	V
F	F	V	F	V	F	V

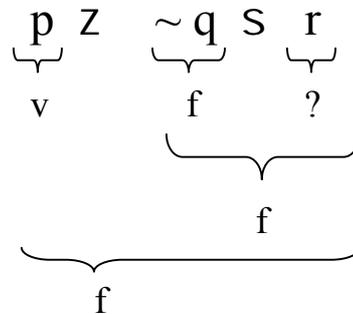
Os enunciados são equivalentes

V) Verifique se os enunciados abaixo são equivalentes, através de diagramas, sabendo-se que  $V(p \vee q) = v$ . (Observação: o símbolo “?” será utilizado quando não se souber se o enunciado é verdadeiro ou falso).

61)  $p \vee \sim q \wedge s \wedge r$

Solução:

INFORMAÇÃO	DEPURAÇÃO
$V(p \vee q) = v$	$V(p) = v \wedge V(q) = v$

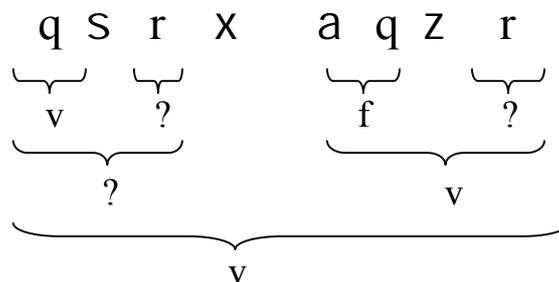


Apesar de não conhecermos o valor de “r”, conseguimos demonstrar que o enunciado é falso.

62)  $q \wedge s \wedge r \wedge x \wedge a \wedge q \wedge z \wedge r$

Solução:

INFORMAÇÃO	DEPURAÇÃO
$V(p \vee q) = v$	$V(p) = v \wedge V(q) = v$



Apesar de não conhecermos o valor de “r”, demonstramos que o enunciado é verdadeiro.

63)  $q \vee \sim p \wedge p \vee a \wedge r \wedge x \wedge a \wedge r \vee q$

Solução:

INFORMAÇÃO	DEPURAÇÃO
$V(p \vee q) = v$	$V(p) = v \wedge V(q) = v$



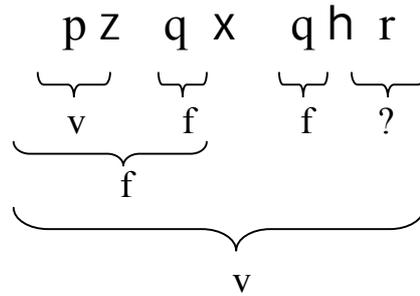
Dos casos (i) e (ii) conclui-se que o enunciado é verdadeiro.

**VI) Considere agora que a informação é  $V(pz \ q) = f$ .**

65)  $pz \ qx \ qhr$

Solução:

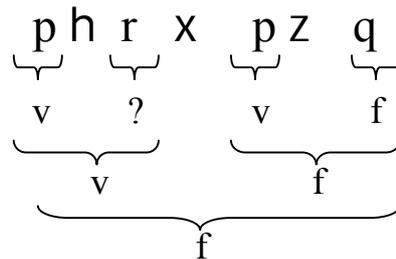
INFORMAÇÃO	DEPURAÇÃO
$V(pz \ q) = f$	$V(p) = v \quad \underline{e} \quad V(q) = f$



66)  $phrx \ pz \ q$

Solução:

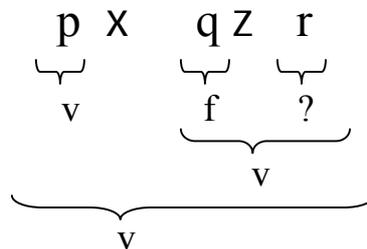
INFORMAÇÃO	DEPURAÇÃO
$V(pz \ q) = f$	$V(p) = v \quad \underline{e} \quad V(q) = f$



67)  $px \ qz \ r$

Solução:

INFORMAÇÃO	DEPURAÇÃO
$V(pz \ q) = f$	$V(p) = v \quad \underline{e} \quad V(q) = f$



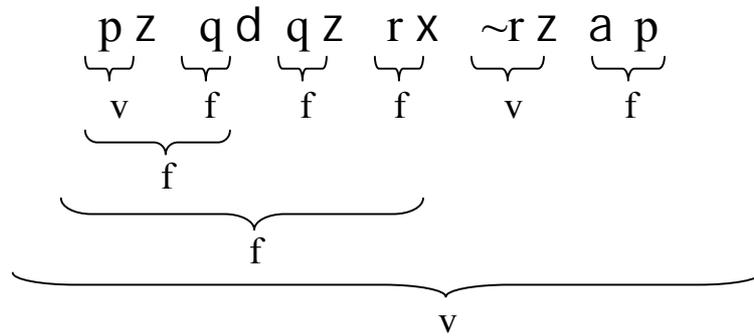
**VII) Considere agora que a informação é dada a cada novo exercício:**

68)

ENUNCIADO	INFORMAÇÃO
$pz \ qd \ qz \ rx \ arza \ p$	$V(pz \ qhr) = f$

Solução:

INFORMAÇÃO	DEPURAÇÃO
$V(p \vee q \wedge h \vee r) = f$	$V(p) = v \quad \underline{e} \quad V(q \wedge h \vee r) = f$ Daí temos: $V(q) = f \quad \underline{e} \quad V(r) = f$

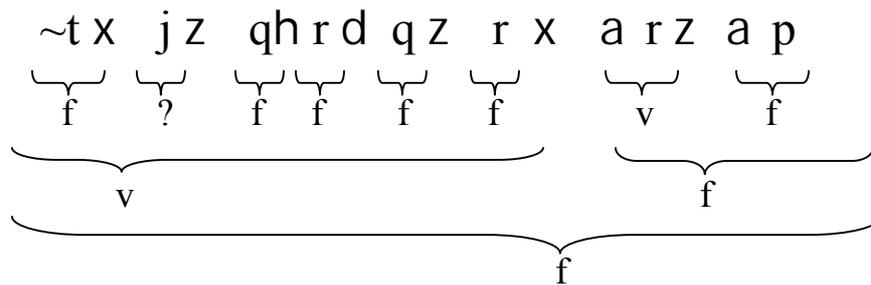


69)

ENUNCIADO	INFORMAÇÃO
$a \wedge t \vee j \vee q \wedge h \vee r \vee d \vee q \vee z \vee r \vee c \vee a \vee r \vee z \vee a \vee p$	$V(p \vee s \vee t \vee z \vee q \wedge h \vee r) = f$

Solução:

INFORMAÇÃO	DEPURAÇÃO
$V(p \vee s \vee t \vee z \vee q \wedge h \vee r) = f$	$V(p \vee s \vee t) = v \quad \underline{e} \quad V(q \wedge h \vee r) = f$ Daí temos: $V(p) = v ; V(t) = v ; V(q) = f ; V(r) = f$



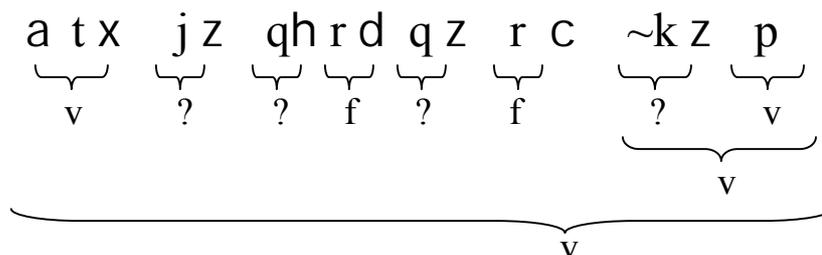
Apesar de não conhecermos o valor de “j” conseguimos demonstrar que o enunciado é falso, em face do tipo de estrutura lógica.

70)

ENUNCIADO	INFORMAÇÕES
$a \wedge t \vee x \vee j \vee z \vee q \wedge h \vee r \vee d \vee q \vee z \vee r \vee c \vee a \vee k \vee z \vee p$	$V(p \wedge h \vee t \vee z \vee q \vee s \vee r) = f \quad \underline{e} \quad V(t \wedge h \vee r) = f$

Solução:

INFORMAÇÕES	DEPURAÇÃO
$V(p \wedge h \vee t \vee z \vee q \vee s \vee r) = f$ $V(t \wedge h \vee r) = f$	$V(p \wedge h \vee t) = v \quad \underline{e} \quad V(q \vee s \vee r) = f \quad \underline{e} \quad V(t \wedge h \vee r) = f$ Daí temos: $V(t) = f \quad \underline{e} \quad V(r) = f$ $V(p) = v \quad \underline{e} \quad V(q) = ?$



Apesar de não conhecermos o valor de “j” e de “k”, conseguimos demonstrar que o enunciado é verdadeiro, em face do tipo de estrutura lógica.

## CAPÍTULO V

### 5. AXIOMATIZANDO A LÓGICA

Ao iniciarmos nossas discussões, advertimos que existem vários estágios de desenvolvimento da Lógica Moderna. Faremos menção, somente, ao “formato década de 60”, por ser o que mais se aproxima de nossa proposição. Ressaltamos, porém, que vários representantes desse período, pessoas realmente notáveis<sup>1</sup>, estavam (algumas ainda estão) aferroados a algumas idéias do período anterior à Prova de Gödel, e com uma preocupação excessiva em transformar a Matemática em um algoritmo lógico, ou reduzir a Matemática à Lógica. Pedimos um voto de confiança, no sentido de colocarem-se as mentes em aberto, e adiantamos que nossas teses passam ao largo das querelas internas da Matemática.

Em todo caso, apresentaremos um conjunto de axiomas que equivalem aos diversos sistemas lógicos existentes, entres estes os de Leisering e Bourbaki. Diz-se que sistemas lógicos são equivalentes se todos os axiomas de um puderem ser teses de outro e vice-versa.

#### 5.1 AXIOMAS E REGRAS DERIVADAS DAS DEFINIÇÕES

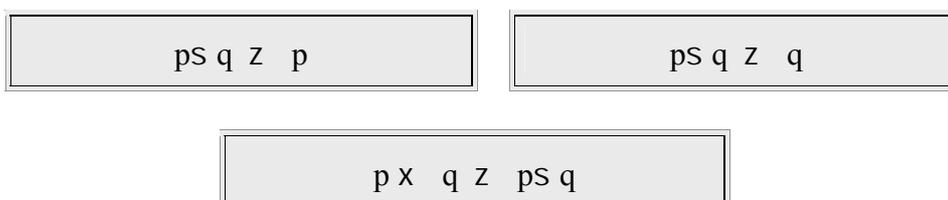
Vencida a primeira grande parte desse capítulo, reveremos então certos axiomas já apresentados anteriormente. Os nomes das regras derivadas dos axiomas, quando for o caso, serão os mais simples possíveis (de preferência fazendo menção aos itens da teoria que deram origem aos mesmos), ou aqueles consagrados pelo uso.

**Axioma 1:** Axioma da Extensionalidade da Definição do Juntor “Não”:

$$\boxed{a \ a \ p \ b \ p}$$

Convenção 3: Como o nome do axioma é muito extenso e, portanto, não ergonômico ao cérebro, se é que se pode dizer assim, a regra de substituição derivada pode ser chamada de “def.a ” (“def.” entendida como abreviatura de definição). Isto é, ao se encontrar um “a a p”, este enunciado pode ser substituído por “p” com a justificativa “def. a ”.

**Axiomas 2, 3, 4:** Axiomas da Extensionalidade da Definição do Juntor “E”:



Convenção 4: Os axiomas 2 e 3 constituirão uma única regra e dar-se-á um único nome “s - el” (“e” eliminação).

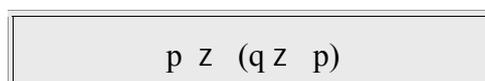
Convenção 5: O axioma 4 originalmente possui a forma: se vale “p” isoladamente e se vale “q” isoladamente, então vale “pS q”. Na transcrição para a forma acima, utilizamo-nos da seguinte estratégia: Seja “p” admitido, então toda vez que um outro enunciado, “q”, por exemplo, o for, então “pS q” também deve ser. Ao axioma 4, dar-se-á o nome “s - int” (“e” introdução).

**Axiomas 5, 6:** Axiomas da Extensionalidade da Definição do Juntor “OU”:

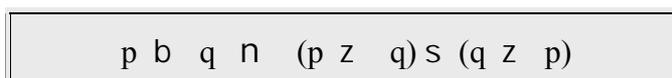


Convenção 6: Os axiomas 5 e 6 constituirão uma única regra e dar-se-á um único nome “h - int” (“ou” introdução).

**Axioma 7:** Axiomas da Extensionalidade da Definição do Juntor “SE...ENTÃO”:



**Axioma 8:** Axiomas da Extensionalidade da Definição do Juntor “...SE E SOMENTE SE...”:



Convenção 7: O axioma 8 constituirá a regra com o nome “def. b ” (definição do “...se e somente se...”).

Estes axiomas de extensionalidade, verdades a serem aceitas mediante o anterior aceite das definições, são uma espécie de axiomas primários, pois decorrem de

uma só definição. Existem, porém, axiomas secundários, derivados do fato de serem aceites de duas ou mais definições. A estes axiomas secundários daremos o nome de axiomas de combinabilidade.

**Axiomas 9, 10:** Axiomas da Combinabilidade da Definição do Juntor “Não” e do juntor “OU”:

$$\text{ph } q \text{ d a } p \times q$$

$$\text{ph } q \text{ d a } q \times p$$

Convenção 8: O que o primeiro axioma acima afirma é que, se é dado que o enunciado “ $ph \ q$ ” é verdadeiro, e ao mesmo tempo o enunciado “ $a \ p$ ” é verdadeiro, então, dado que não é possível que “ $a \ p$ ” e “ $p$ ” sejam verdadeiros ao mesmo tempo (percebe-se que  $V(p) = f$ ) e, ainda assim, “ $ph \ q$ ” deve ser verdadeiro, que toda esta compatibilização só é possível se “ $q$ ” for verdadeiro. Raciocínio análogo se faria para o axioma 10. Os axiomas 9 e 10 constituirão uma única regra com o nome “ $h - el$ ” (“ou” eliminação).

**Axioma 11:** Axiomas da Combinabilidade da Definição do Juntor “E” e do juntor “SE...ENTÃO...”:

$$p \text{ d } p \text{ z } q \times q$$

Observação 8: O axioma 11 afirma que, se os enunciados “ $p$ ” e “ $p \ z \ q$ ” são verdadeiros, então o enunciado “ $q$ ” isoladamente o será. É fácil perceber a veracidade deste axioma, se observarmos a tabela do “se...então”. Então, vejamos a tabela a seguir com 4 linhas de valores lógicos:

<b>p</b>	<b>q</b>	<b>p z q</b>
V	V	V
V	F	F
F	V	V
F	F	V

- O enunciado “ $p$ ” é dado como verdadeiro. Sendo assim só podemos analisar as linhas 1 e 2 da tabela.
- O enunciado “ $p \ z \ q$ ” é dado como verdadeiro. Sendo assim só podemos analisar as linhas 1,3 e 4 da tabela.

Finalmente, temos que proceder a uma análise conjunta e compatibilizar as exigências. Sendo assim, a única linha a se analisar é a linha 1, comum a ambas as exigências. Como somente a linha 1 pode ser observada, exigência dada pelas premissas, verifica-se o valor lógico de “ $q$ ” como verdadeiro. Naturalmente que em toda subjunção não há a

necessidade de análise, caso o antecedente seja falso, pois nesse caso a subjunção, como um todo, é verdadeira (pela definição).

Convenção 9: O axioma 11 será denotado por seu nome consagrado de “*Modus Ponens*”.

**Axioma 12:** Axiomas da Combinabilidade da Definição do Juntor “OU” e do juntor “SE...ENTÃO”:

$$p \vee q \text{ d } (p \supset r) \text{ d } (q \supset r) \text{ x } r$$

Observação 9: O axioma 12 afirma que, se o enunciado “ $p \vee q$ ” é verdadeiro é porque um dos dois, “ $p$ ” ou “ $q$ ” o é, ou ainda os dois o são. E se assim se procede e dado que as subjunções “ $p \supset r$ ” e “ $q \supset r$ ” foram admitidas, por *Modus Ponens* obtém-se sempre “ $r$ ”, tanto a partir de “ $p$ ” como de “ $q$ ”.

## 5.2 OPERAÇÕES LOGICAMENTE VÁLIDAS

O ponto mais relevante de nossa proposta de formato para Lógica é o conceito de OLV (Operação Logicamente Válida)<sup>2</sup>. Muitas podem ser as transformações ou operações feitas dentro do conhecimento humano. Entretanto, vamos aqui definir uma categoria de operações, dita OLVs, aonde se inserirão cada vez mais novas operações. Nesta categoria é proibida certa transformação de valor lógico e possíveis algumas outras transformações. Vejamos:

**Definição 13:** Dizemos que uma regra de transformação é uma **Operação Logicamente Válida** se e somente se esta regra NUNCA transforma um enunciado verdadeiro em um enunciado falso. A OLV pode transformar verdade em verdade, falsidade em falsidade ou até mesmo, falsidade em verdade.

Exemplos:

1. A simples **repetição** de um enunciado é uma OLV, pois ao repetir o enunciado reprisamos o valor lógico. Sendo assim, nunca estaremos transformando verdade em falsidade. A repetição é baseada no Princípio da Identidade.
2. Vejamos o *Modus Ponens*. São fornecidos dois enunciados para se obter um terceiro (“ $p \text{ d } p \supset q \text{ x } q$ ”). Se o antecedente for falso não ferirá de forma

alguma o critério de OLV, pois este não permite apenas a transformação de verdadeiro para falso. Devemos então nos preocupar com a possibilidade de o antecedente ser verdadeiro. Se o for, como este é uma conjunção, cada membro desta conjunção, pela definição “e”, também deve ser. Assim sendo,  $V(p) = v$  e o  $V(p \wedge q) = v$ , obtém-se então (já comentamos anteriormente) da definição do “se...então...” que o  $V(q) = v$ . Assim sendo, não é possível ao *Modus Ponens* transformar verdade em falsidade. Logo, esta regra *Modus Ponens* vai ser classificada na categoria das OLVs.

3. Leis Matemáticas são OLVs Vejamos a propriedade  $O_6$  dos Números Reais (propriedade de ordem), isto é, a Compatibilidade dos Reais com a Multiplicação. Considere os dois enunciados abaixo e façamos com eles a multiplicação de  $\frac{1}{2}$  segundo o que prescreve  $O_6$ .

Valor Lógico	F	<i>Aplicação de <math>O_6</math></i>	F
Enunciado	$4 = 2$	$\frac{1}{2} \cdot 4 = 2 \cdot \frac{1}{2}$	$2 = 1$
Valor Lógico	V	<i>Aplicação de <math>O_6</math></i>	V
Enunciado	$4 = 4$	$\frac{1}{2} \cdot 4 = 4 \cdot \frac{1}{2}$	$2 = 2$

As OLVs são regras, operações, propriedades, leis e etc. que podem ser obtidas tanto pelo processo dedutivo, como é típico na Matemática, ou por processo indutivo como é comum nas ciências empíricas. Nos processos indutivos as OLVs nunca são provadas e sim corroboradas. A permanência na utilização dessas operações é validada pela permanente corroboração através de procedimentos indutivos (em geral procedimentos experimentais). Nos processos dedutivos é necessário que as OLVs se validem através de demonstrações. Veremos, a seguir, os métodos de demonstração dedutivos. Naturalmente, será impossível a apresentação dos métodos de corroboração indutivos, que possuem seus mecanismos implantados e sedimentados nas diversas áreas do conhecimento humano. Em algumas mais claramente, tal como a Física, a Química, as Engenharias, outros bastante adiantados, como a Biologia e a Psicologia, enquanto que outras áreas ainda são rondadas por névoas tipo a do argumento de autoridade, tal como as ciências sociais. Vejamos, então, os métodos de prova dedutivos.

### 5.2.1 PRIMEIRAS OLVs

Apresentaremos agora uma lista inicial de Operações Logicamente Válidas, com o intuito de facilitar a sistematização e automação de procedimentos nos futuros exercícios. Nessa lista serão apresentados os nomes modernos das OLVs e também a **denominação ancestral** (antiga denominação), assim como algumas OLVs que eram decoradas pelos estudantes, para poderem operar em Lógica. Tais “antigas operações” não serão por nós utilizadas, porém boa parte da bibliografia existente ainda está assentada nesta terminologia.

Era bastante comum o estudante levar para as provas uma lista interminável de operações e no decorrer da prova ir utilizando tais operações num processo decifratório. Esse volume desmedido de “fórmulas” é o análogo do mecanismo silabário fenício e o nosso método semiótico-estruturado é o análogo do alfabeto grego. Assim como nosso estudante perceberá a barbárie do que era “decorar” tais “fórmulas”, os gregos clássicos perceberam o poder do alfabeto e alavancaram um modo cultural novo, que deu origem ao que hoje denominamos ocidente.

#### LISTA DE OLVs

i) **REPETIÇÃO**: Vimos no item anterior, exemplo 1.

$$\{ p ; \{ p$$

SIGLA DA JUSTIFICATIVA : **PI**

-

ii) **MODUS PONENS**: Vimos no item anterior, exemplo 2.

$$\left\{ \begin{array}{l} p \supset q \\ p \end{array} \right. ; \left\{ \begin{array}{l} p \\ q \end{array} \right.$$

SIGLA DA JUSTIFICATIVA: **MP**

Denominação Ancestral
Modus Ponendo-Ponens

iii) **E – ELIMINAÇÃO**: Vimos no item 5.1, na convenção 4.

$$\left\{ \begin{array}{l} p \supset q \\ p \end{array} \right. ; \left\{ \begin{array}{l} p \\ q \end{array} \right.$$

SIGLA DA JUSTIFICATIVA : **s – el.**

Lei da Simplificação

iv) **E - INTRODUÇÃO**: Vimos no item 5.1, na convenção 5.

$$\left\{ \begin{array}{l} p \\ q \end{array} \right. ; \left\{ \begin{array}{l} p \supset q \\ p \end{array} \right.$$

SIGLA DA JUSTIFICATIVA: **s - int.**

Lei da Conjuncção

v) **OU - INTRODUÇÃO**: Vimos no item anterior, exemplo 1.

$$\left\{ \begin{array}{l} p \\ q \end{array} \right. ; \left\{ \begin{array}{l} p \vee q \\ q \vee p \end{array} \right.$$

SIGLA DA JUSTIFICATIVA: **h - int.**

Lei da Adição

vi) **OU - ELIMINAÇÃO**: Vimos no item 5.1, na convenção 8.

$\left\{ \begin{array}{l} p \vee q \\ a \vee q \end{array} \right\} ; \left\{ \begin{array}{l} p \\ a \end{array} \right\}$	
SIGLA DA JUSTIFICATIVA: <b>h - el.</b> (pode aparecer como <b>def. h</b> ).	Lei do Silogismo Disjuntivo

vii) **DEFINIÇÃO DO "...SE E SOMENTE SE..."**: Vimos no item 5.1, na convenção 7.

$\left\{ \begin{array}{l} p \vee b \vee q \\ p \vee z \vee q \vee d \vee q \vee z \vee p \end{array} \right\}$	Denominação Ancestral
SIGLA DA JUSTIFICATIVA : <b>def. b</b>	Equivalência Material (1)

viii) **CONTRA-POSITIVA**: Teorema Provado

$\left\{ \begin{array}{l} p \vee z \vee q \\ a \vee q \vee z \vee a \vee p \end{array} \right\}$	Lei da Transposição
SIGLA DA JUSTIFICATIVA : <b>CP</b>	

ix) **NEGATIVA DO s** : Teorema Provado

$\left\{ \begin{array}{l} a \vee (p \vee s \vee q) \\ a \vee p \vee h \vee a \vee q \end{array} \right\}$	Denominação Ancestral
SIGLA DA JUSTIFICATIVA: R.A. (ou N-s)	Leis de De Morgan (3)

x) **NEGATIVA DO h** : Teorema Provado

$\left\{ \begin{array}{l} a \vee (p \vee h \vee q) \\ a \vee p \vee s \vee a \vee q \end{array} \right\}$	Denominação Ancestral
SIGLA DA JUSTIFICATIVA: R.A. (ou N-h)	Leis de De Morgan (4)

xi) **NEGATIVA DO □** : Teorema Provado

$\left\{ \begin{array}{l} a \vee (p \vee z \vee q) \\ p \vee s \vee a \vee q \end{array} \right\}$	Denominação Ancestral
SIGLA DA JUSTIFICATIVA: R.A.(ou N-z )	Lei da Transposição

### AS OPERAÇÕES A SEGUIR NÃO SERÃO POR NÓS UTILIZADAS

xii)

Modus Tollendo-Tollens	
$\left\{ \begin{array}{l} p \vee z \vee q \\ a \vee q \end{array} \right\}$	$a \vee p$

xiii)

Denominação Ancestral	
Lei do Silogismo Hipotético	
$\left\{ \begin{array}{l} p \vee z \vee q \\ q \vee z \vee r \end{array} \right\}$	$p \vee z \vee r$

xiv)

Denominação Ancestral	
Lei do Dilema Construtivo	
$\left\{ \begin{array}{l} p \vee h \vee q \\ (p \vee z \vee r) \vee s \vee (q \vee z \vee s) \end{array} \right\}$	$r \vee h \vee s$

xv)

Denominação Ancestral	
Lei do Dilema Destrutivo	
$\left\{ \begin{array}{l} a \vee r \vee h \vee a \vee s \\ (p \vee z \vee r) \vee s \vee (q \vee z \vee s) \end{array} \right\}$	$a \vee p \vee h \vee a \vee q$

xvi)

Denominação Ancestral	
Dupla Negação	
$a \vee a \vee p \vee b \vee p$	

xvii)

Denominação Ancestral	
Idempotência (1) e (2)	
$\left\{ \begin{array}{l} p \vee b \vee p \vee s \vee p \\ p \vee b \vee p \vee h \vee p \end{array} \right\}$	

xviii)

Denominação Ancestral
Comutação (1) e (2)
$ps\ q\ b\ \quad qs\ p$ $ph\ q\ b\ \quad qh\ p$

xix)

Denominação Ancestral
Associação (1) e (2)
$ph\ (qh\ r)\ b\ \quad (ph\ q)h\ r$ $ps\ (qs\ r)\ b\ \quad (ps\ q)s\ r$

xx)

Denominação Ancestral
Distribuição (1) e (2)
$ph\ (qs\ r)\ b\ \quad (ph\ q)s\ (ph\ r)$ $ps\ (qh\ r)\ b\ \quad (ps\ q)h\ (ps\ r)$

xxi)

Denominação Ancestral
Implicação Material
$(pz\ q)\ b\ \quad (a\ ph\ q)$

xxii)

Denominação Ancestral
Equivalência Material (2)
$(p\ b\ q)\ b\ \quad (ps\ q)\ h\ (a\ p\ s\ a\ q)$

xxiii)

Denominação Ancestral
Exportação/Importação
$(ps\ q)\ z\ r\ b\ \quad pz\ (q\ z\ r)$

xxiv)

Denominação Ancestral
Leis de De Morgan (1) e (2)
$(p\ s\ q)\ b\ \quad a\ (a\ p\ h\ a\ q)$ $(p\ h\ q)\ b\ \quad a\ (a\ p\ s\ a\ q)$

Além dessas 27 “fórmulas”, as técnicas de demonstração do “formato década de 60” ainda incluem duas regras complementares, a saber: A Regra da Prova Condicional, a Regra da Redução ao Absurdo e o Princípio da Indução Finita<sup>3</sup>. Comparemos:

<b>Formato Século XXI (pelo Método Semiótico-Estruturado)</b>	<b>Formato Década de 60</b>
11 fórmulas	27 fórmulas
4 métodos	3 métodos
Não usa os axiomas	Usa cerca de 10 axiomas, além das fórmulas
O Método de Indução Lógica é por passos	O PIF não consegue obter o mesmo formato das demais demonstrações
Não há limites operacionais (estruturação)	Geralmente fica difícil após a 15 <sup>a</sup> linha (não-estruturação)
Aprendizado Facilitado	Aprendizado Difícil
Terminologia decorrente	Terminologia esdrúxula

Em nosso método semiótico-estruturado balizado pelo paradigma conexcionista, onde a estrutura que pensa, o cérebro, participa do pensar (com todas as vantagens e desvantagens que isso acarreta), todos os enunciados que forem sendo provados também serão OLVs. Entretanto, só utilizamos alguns, os que de fato sejam aplicados em um leque significativo de situações. No “formato década de 60” a memorização de toda a “parafernália” é extremamente onerosa e, na prática, o aluno é induzido a pensar e agir como Will Durant, tal como comentamos em nossa Introdução. Neste formato, antiquado e oneroso, baseado em uma mente ideal simbolista, o aluno não incorpora o conhecimento lógico como bônus e sim com ônus.

### 5.3 OS MÉTODOS DE PROVA EM LÓGICA

No chamado “formato década de 60”, os axiomas da Lógica, independentemente de qual for o sistema (Leisering, Bourbaki, etc...) são diretamente utilizados nas demonstrações. A partir daí, há de se fazer menção aos esforços engendrados pelos Professores Jorge Emmanuel Ferreira Barbosa, Dóris Ferraz de Aragon e Ceres Marques de Oliveira, todos da Universidade Federal Fluminense, no sentido do aperfeiçoamento de sistemas lógicos. Porém, as dúvidas, as esperanças e as expectativas que estimularam seus afazeres científicos possuíam um outro *telos*, o paradigma simbolista da Inteligência Artificial, que estava em plena vigência nos anos 70 do século XX.

Nossa abordagem pauta-se pela inserção de alguns *feedbacks* dos arcabouços teóricos da lingüística, da semiótica e da teoria da comunicação. Assim sendo, o *ethos* de partida é a comunicação, ou sua possibilidade, com resgate de algumas idéias e conceitos das áreas supracitadas. Já nosso *telos* é a construção das linguagens que bem demarquem um certo entorno (subconjunto) da racionalidade, ao qual denominamos de razão. Ao conhecimento construído nesse entorno, damos o nome de ciência. O processo de aquisição dos conhecimentos de Lógica, neste texto, está embebido dos mecanismos de aquisição de linguagem, tanto da linguagem oral, como da linguagem escritural alfabética.

Sendo assim, listaremos os Métodos de Prova que são:

1. Método de Dedução Direta - MDD;
2. Método de Dedução Indireta – MDI (ou Método de Redução ao Absurdo - MRA);
3. Método de Dedução por Casos - MDC;
4. Método de Indução Lógica - MIL;

### 5.3.1 O MÉTODO DA DEDUÇÃO DIRETA

É comum, em argumentações, encontrarmos estruturas do tipo:

- a) Partindo dos dados ora apresentados, é nítido que estes acarretam (...);
- b) “Vimos, então, que, a partir dos pressupostos apresentados no item xx, podemos concluir que (...)”;
- c) “Dado que partimos deste conjunto de premissas e de forma coerente chegamos a <<P>>, podemos dizer que <<P>> foi obtido das mesmas.”;
- d) “Iremos inicialmente caracterizar nosso entorno e em seguida iremos argumentar que, a partir do mesmo, poderemos afirmar com toda segurança que (...)”;
- e) “Feitas estas considerações, podemos concluir que (...)”;

Estas e muitas outras formas de argumentação poderiam, se perdidas as características estilísticas (entre outras), serem reduzidas a:

"Se partirmos das hipóteses (...), então podemos concluir que (...)",

ou algo bastante semelhante. O que importa perceber é que, em qualquer sistema teórico, seja este na área de humanas, exatas ou biológicas, estamos a construir subjunções ou cadeias de subjunções (algumas das vezes, bijunções, mas estas sempre podem ser reduzidas a subjunções pelo axioma 8), isto é, estruturas semelhantes à acima descrita. Em geral, partimos de premissas, ou hipóteses, ou postulados, ou axiomas e, de forma concatenada e coerente (ou lógica, na má acepção do termo), conduzimos nosso discurso, seja ele qual for, até um outro ponto, ao qual denominamos de conclusão. Essa "forma concatenada e coerente" aqui será denominada de "procedimentos logicamente válidos". Alguns procedimentos e operações derivam diretamente da teoria lógica, outras são construídas a partir desta em alguma área específica do conhecimento, mas

todas têm uma característica lógica comum: elas não podem alterar o valor lógico dos enunciados ou idéias (por isso o uso da palavra "coerência") ou, se alterarem, sempre no sentido do falso para o verdadeiro. Nunca há alteração de valor lógico do verdadeiro para o falso. Vimos, em item anterior, o que seriam as OLVs e agora estamos iniciando nossas considerações sobre os “procedimentos logicamente válidos”, que denominamos de métodos.

Argumentar de forma coerente é realizar operações sobre enunciados ou idéias, alterando seus conteúdos, sem alterar seu valor lógico. No caso de uma argumentação em literariedade filosófica (provisoriamente e intuitivamente entenderemos como argumentação filosófica sobre algum objeto que pode ser a Sociologia, a Economia ou outra ciência qualquer) é sempre mais difícil identificar as operações logicamente válidas *a priori*, tal como são conhecidas e utilizadas na linguagem matemática. Na literariedade filosófica as operações não necessariamente são explícitas e esquemáticas, e seu uso é julgado como parte integrante do trabalho. É bastante comum em cursos de Lógica, para a área de Humanas, apresentar-se um esquema:

<p>"Todo Homem é mortal"          "Sócrates é Homem"          "Sócrates é mortal"</p>
---

Entretanto, tal esquema, apesar de ser uma operação logicamente válida, leva o aprendiz a uma indução errada. Em geral, ele pensa que as operações da lógica sempre envolvem quantificadores, e aqui estamos nos reportando com prioridade ao cálculo de proposições, sem, necessariamente, usar quantificadores. Um exemplo melhor seria:

<p>“Se estamos propondo seriamente uma tese sobre literatura italiana contemporânea então conhecemos bem seu principal representante”.</p>
--

Observem que a operação logicamente válida é implícita, ela não pode ser expressa em símbolos, encontra-se e verifica-se apenas na mente de quem escreve e de quem lê. Se for verdade que se está propondo com seriedade uma tese sobre literatura italiana contemporânea na área de literatura, considera-se que seja verdade o conhecimento de seu principal representante, isto é, no deslocamento da idéia antecedente para a idéia conseqüente não há troca de valor lógico.

Temos uma proposta séria sobre uma tese em literatura italiana contemporânea	z	Conhecemos seu principal representante
V		V

No caso de ser falsa, a proposta de uma tese séria sobre literatura italiana contemporânea, é falso que se conheça bem seu principal representante, dado que, conhecer bem não significa ter lido uma ou duas obras do mesmo mas integrar o autor em meio à sua época e a outros autores contemporâneos seus, assim como conhecer razoavelmente seus principais críticos. Para facilitar a compreensão, invertamos o sentido: conhecer bem seu principal representante significa ter lido todas, ou uma maioria esmagadora de obras do mesmo, integrar o autor em meio à sua época e a outros autores contemporâneos seus, assim como conhecer razoavelmente seus principais críticos. E isto é falso: a operação mental que levaria a uma proposta de tese em literatura italiana contemporânea teria que assegurar que esta é falsa e, na área de literatura, é isto que ocorre.

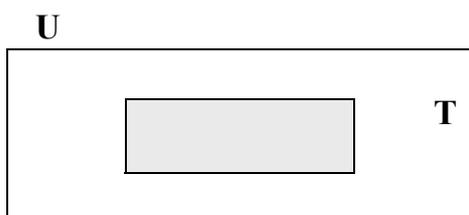
Conhecemos seu principal representante	z	Temos uma proposta séria sobre uma tese em literatura italiana contemporânea
F		F

A operação logicamente válida em questão leva em conta o entorno onde é feita; no nosso exemplo matemático, levou-se em conta o entorno da Matemática, no nosso exemplo literário, estamos levando em conta o entorno da Literatura (para esclarecimentos correlatos ver: [QUINE, W.V., 1972, p. 29] ).

Consideraremos provado que existem operações logicamente válidas (tal como foi definido), seja em linguagem matemática, seja em literariedade filosófica (esta última existe até o momento, enquanto tomada como definição nossa), ou melhor, na *práxis* da argumentação científica.

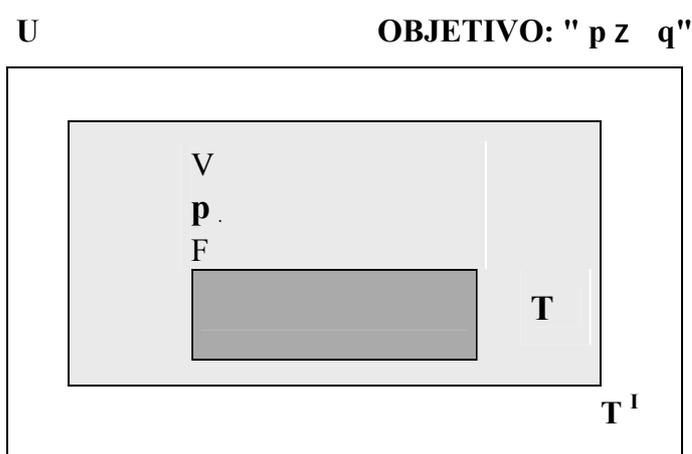
Consideremos agora um universo de idéias ou enunciados, ao qual denominaremos de "U". Todo construto teórico deve admitir um conjunto mínimo de postulados, axiomas e definições. Estaremos aqui considerando os (as):

- i. Princípios (Terceiro Excluído, da Não-Contradição, da Identidade);
- ii. Definições dos juntores;
- iii. Axiomas (1 ao 12);
- iv. Convenções;



A este conjunto supracitado denominaremos de "T". Desta forma, nosso construto teórico "T" é parte do universo "U". Podemos enunciar agora que: todo o universo, visto sob a ótica de "T", é um universo de idéias verdadeiras ou falsas, sendo as que estão em "T", verdadeiras (vide figura).

Nossa tarefa, assim como a de qualquer outra teoria, é capturar outras idéias ou enunciados verdadeiros para o interior de "T", ou melhor, para o escopo de nossa teoria. Como vimos anteriormente, os enunciados que requerem algum tipo de tratamento são as subjunções, isto é, enunciados moleculares que aqui serão tratados, esquematicamente, como "p z q". Se, em um dado instante de uma teoria, queremos provar uma estrutura do tipo "p z q", supomos "p" fora de "T" (caso "p" pertença a "T", a explicação vale e é de caráter mais simples). Este local de suposição é um campo teórico experimental que denominaremos de "T<sup>b</sup>". Desta forma, na perspectiva de nossa Teoria "T", dois valores são possíveis para "p" (verdadeiro e falso). Aos olhos deste campo teórico experimental "T<sup>b</sup>", o enunciado "p" é verdadeiro: é justamente o que distingue "T<sup>b</sup>" de "T".

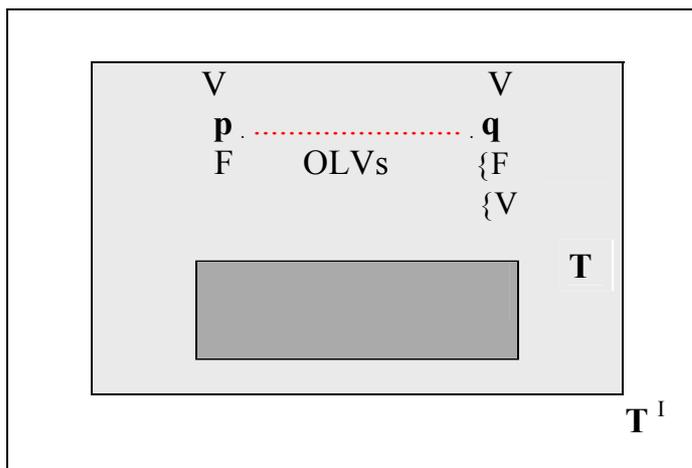


Aplicamos em "p" um conjunto de operações logicamente válidas (que podem ser relativas à Lógica ou relativas à área de pesquisa em questão, onde está se dando a construção teórica ou formulação do discurso). Duas situações são possíveis obter, "q" ou não obter

"q". O **Método da Dedução Direta** (MDD) é o caso em que obtemos "q" a partir de "p", observem:

U

OBJETIVO: " p z q "

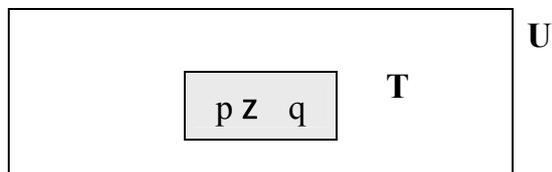


Isto é, se ao modificarmos "p" através das operações, e com isso gerarmos "q", podemos considerar que "p z q" é verdadeiro, independentemente dos valores particulares de "p" e de "q", pois, devido ao tipo de operação que aplicamos (OLVs), podemos garantir que ambos possuem o mesmo valor lógico,

ou que o conseqüente é verdadeiro, como admitimos a definição da subjunção, onde:

p	q	p z q
V	V	V
V	F	F
F	V	V
F	F	V

Teremos então "p z q" é verdadeiro, em face de se encontrar, obrigatoriamente, na linha 1, 3 ou 4 da tabela ao lado. Sendo assim, o enunciado "p z q" mostra-se compatível com a axiomática e os demais enunciados de "T" e ingressa em "T".



Sinteticamente, podemos escrever o Método de Dedução Direta como:

### MDD

Se q é conseqüência de p, escrevemos: p q q

Antes de passarmos ao Método da Dedução Indireta, deveremos praticar o que já aprendemos. Assim sendo, executem com afinco a lista de exercícios a seguir.

## 2ª LISTA DE EXERCÍCIOS RESOLVIDOS

LEGENDA	
Sup. = Suponha	P. I. = Princípio da Identidade
MDD = Método da Dedução Direta	MDI = Método da Dedução Indireta
MDC = Método da Dedução por Casos	MIL = Método de Indução Lógica
MP = Modus Ponens	S -el. = e - eliminação
S -int. = e - introdução	h -int. = ou - introdução
q = Teoria T	w = Campo Teórico Experimental T índice 1
h - el = “ou” eliminação	def. b = definição do “...se e somente

**I) Demonstrar o valor lógico dos enunciados a seguir, através dos Métodos de Prova:**

- 1)  $q \vee p \vee z \vee p$     2)  $q \vee p \vee z \vee p \vee h \vee p$     3)  $q \vee p \vee s \vee p \vee z \vee p$     4)  $q \vee p \vee s \vee (p \vee z \vee q) \vee z \vee q$   
 5)  $q \vee ((p \vee z \vee q) \vee s \vee a \vee r) \vee s \vee (a \vee r \vee p) \vee z \vee q$     6)  $q \vee (p \vee h \vee q) \vee s \vee a \vee q \vee z \vee p$     7)  $q \vee p \vee b \vee p \vee s \vee p$   
 8)  $q \vee p \vee s \vee q \vee b \vee q \vee s \vee p$     9)  $q \vee (p \vee b \vee q) \vee b \vee (q \vee b \vee p)$     10)  $q \vee p \vee z \vee (q \vee z \vee r) \vee b \vee p \vee s \vee q \vee z \vee r$   
 11)  $q \vee (a \vee q \vee h \vee p) \vee s \vee (w \vee z \vee a \vee (t \vee s \vee r)) \vee x \vee (a \vee (t \vee s \vee r) \vee z \vee s) \vee (a \vee q \vee h \vee p \vee z \vee w) \vee z \vee s$   
 12)  $q \vee (s \vee z \vee t \vee c \vee p \vee x \vee q \vee z \vee r) \vee d \vee (w \vee z \vee s \vee f \vee s \vee x \vee s \vee z \vee t) \vee s \vee (p \vee s \vee w) \vee x \vee q \vee z \vee r$   
 13)  $q \vee p \vee s \vee q \vee x \vee p \vee z \vee s \vee s \vee t \vee f \vee p \vee s \vee q \vee d \vee r \vee c \vee t$   
 14)  $q \vee (p \vee x \vee s \vee z \vee t) \vee s \vee (t \vee z \vee p \vee f \vee s \vee z \vee t \vee x \vee q) \vee x \vee t \vee z \vee q$     15)  $q \vee p \vee h \vee q \vee d \vee a \vee q \vee x \vee p$   
 16)  $q \vee (a \vee a \vee p \vee z \vee w) \vee z \vee (q \vee x \vee r \vee z \vee s) \vee d \vee (q \vee z \vee r \vee d \vee a \vee a \vee p \vee z \vee w) \vee f \vee q \vee c \vee s$   
 17)  $q \vee (a \vee p \vee d \vee q \vee z \vee r \vee s \vee s) \vee s \vee (a \vee p \vee x \vee w \vee z \vee q) \vee c \vee r \vee s \vee s \vee z \vee z \vee x \vee w \vee z \vee z$   
 18)  $q \vee (a \vee s \vee b) \vee s \vee c \vee d \vee (e \vee z \vee g) \vee s \vee (g \vee z \vee f) \vee c \vee a \vee h \vee d \vee z \vee e \vee h \vee a \vee c \vee x \vee f$

## 2ª LISTA DE EXERCÍCIOS RESOLVIDOS - SOLUÇÃO

ATENÇÃO! MUITO CUIDADO! A lista é para ser feita e não somente lida. O estudante que somente procede à leitura, mesmo que “tenha entendido”, não está apto a realizar uma verificação de aprendizagem. Entender é condição para fazer, mas não é fazer. Copie os enunciados, resolva e depois confira pacientemente.

**I) Demonstrar o valor lógico dos enunciados a seguir, através dos Métodos de Prova:**

1)  $q \ p \ z \ p$ 

Solução:

TESE		q	p	z	p
Sup.	1	w		p	
1, P.I.	2	w		p	
1, 2, MDD	3	q	p	z	p

Comentários: O enunciado ao lado já havia sido analisado pela técnica das tabelas verdade. Entretanto, as tautologias lá obtidas serão alvo de nova manipulação, agora pelos Métodos de Prova. Observe que a demonstração é “identada” tal como qualquer programa estruturado. O recurso de identificação e as diferentes cores (nas versões do texto em cores) auxiliam os estudantes no controle dos procedimentos.

2)  $q \ p \ z \ p \ h \ p$ 

Solução:

TESE		q	p	z	p	h	p
Sup.	1	w		p			
1, h-int.	2	w		p	h	p	
1, 2, MDD	3	q	p	z	p	h	p

Comentários: O estudante vai gradativamente ampliando o leque de Operações Logicamente Válidas (OLVs). É com este “arsenal” e com o treinamento de manipulação dessas “armas” que ele vai combater as dificuldades que forem também gradativamente aparecendo. Cada “arma”, isto é, cada OLV, deve ser estudada em separado. Após formar conhecimento sobre a OLV, o estudante a utiliza. No início de uma formação não se inventam regras, aproveitam-se as já existentes.

3)  $q \ p \ s \ p \ z \ p$ 

Solução:

TESE		q	p	s	p	z	p
Sup.	1	w		p	s	p	
1, s-el.	2	w		p			
1, 2, MDD	3	q	p	s	p	z	p

4)  $q \ p \ s \ (p \ z \ q) \ z \ q$ 

Solução:

TESE		q	p	s	(p	z	q)	z	q
Sup.	1	w		p	s	(p	z	q)	
1, s-el.	2	w		p					
1, s-el.	3	w		p	z	q			
3, 2, MP	4	w		q					
1, 4, MDD	5	q	p	s	(p	z	q)	z	q

5)  $q \ ((p \ z \ q) \ s \ a \ r) \ s \ (a \ r \ z \ p) \ z \ q$ 

Solução:

TESE		q	((p	z	q)	s	a	r)	s	(a	r	z	p)	z	q
Sup.	1	w		((p	z	q)	s	a	r)	s	(a	r	z	p)	
1, s-el.	2	w		(p	z	q)	s	a	r						
1, s-el.	3	w		a	r	z	p								
2, s-el.	4	w		p	z	q									
2, s-el.	5	w		a	r										
3, 5, MP	6	w		p											
4, 6, MP	7	w		q											
1, 7, MDD	8	q	((p	z	q)	s	a	r)	s	(a	r	z	p)	z	q

6)  $q \ (p \ h \ q) \ s \ a \ q \ z \ p$ 

Solução:

TESE		q	(p	h	q)	s	a	q	z	p
Sup.	1	w		(p	h	q)	s	a	q	
1, s-el.	2	w		p	h	q				

1, s -el. | 3 | w     a q  
 2, 3, h -el | 4 | w     p  
 1, 4, MDD | 5 | q (p h q) s a q z p

7) q p b p s p

Solução:

TESE     | q p b p s p  
 (z ) Sup. | 1 | w     p  
       1, PI | 2 | w     p  
       1, 2, s -int. | 3 | w     p s p  
       1, 3, MDD | 4 | q p z p s p  
 (i ) Sup. | 5 | w     p s p  
       5, s -el. | 6 | w     p  
       5, 6, MDD | 7 | q p s p z p  
       4, 7, s -int. | 8 | q p z p s p d p s p z p  
       8, def. b | 9 | q p b p s p

8) q p s q b q s p

Solução: (Esta propriedade é denominada “s -comutativa”)

TESE     | q p s q b q s p  
 (z ) Sup. | 1 | w     p s q  
       1, s -el. | 2 | w     p  
       1, s -el. | 3 | w     q  
       3, 2, s - int. | 4 | w     q s p  
       1, 4, MDD | 5 | q p s q z q s p  
 (i ) Sup. | 6 | w     q s p  
       6, s -el. | 7 | w     q  
       6, s -el. | 8 | w     p  
       8, 7, s - int. | 9 | w     p s q  
       6, 9, MDD | 10 | q q s p z p s q  
       5, 10, s -int. | 11 | q p s q z q s p d q s p z p s q  
       11, def. b | 12 | q p s q b q s p

9) q (p b q) b (q b p)

Solução: (Esta propriedade é denominada “b - comutativa”)

TESE     | q (p b q) b (q b p)  
 (z ) Sup. | 1 | w     p b q  
       1, def. b | 2 | w     (p z q) s (q z p)  
       2, s -el. | 3 | w     p z q  
       2, s -el. | 4 | w     q z p  
       4, 3, s - int. | 5 | w     (q z p) s (p z q)  
       5, def. b | 6 | w     q b p  
       1, 6, MDD | 7 | q (p b q) z (q b p)  
 (i ) Sup. | 8 | w     q b p

8, def. b	9	w	(q z p) s (p z q)
9, s -el.	10	w	q z p
9, s -el.	11	w	p z q
11,10,s - int.	12	w	(p z q) s (q z p)
12, def. b	13	w	p b q
8, 13, MDD	14	q	(q b p) z (p b q)
7, 14, s -int.	15	q	(p b q) z (q b p) d (q b p) z (p b q)
15, def. b	16	q	(p b q) b (q b p)

10) q p z (q z r) b p s q z r

Solução:

	TESE		q p z (q z r) b p s q z r
(z )	Sup.	1	w p z (q z r)
	Sup.	2	e p s q
	2, s -el.	3	e p
	2, s -el.	4	e q
	1, 3, MP	5	e q z r
	5, 4, MP	6	e r
	2, 6, MDD	7	w p s q z r
	1, 7, MDD	8	q p z (q z r) x p s q z r
(i )	Sup.	9	w p s q z r
	Sup.	10	e p
	Sup.	11	r q
	10,11,s - int.	12	r p s q
	9, 12, MP	13	r r
	11, 13, MDD	14	e q z r
	10, 14, MDD	15	w p z (q z r)
	9, 15, MDD	16	q p s q z r x p z (q z r)
	8, 16, s - int.	17	q p z (q z r) x p s q z r f p s q z r x p z (q z r)
	17, def. b	18	q p z (q z r) b p s q z r

11) q (a q h p) s (w z a (t s r)) x (a (t s r) z s) s (a q h p z w) z s

Solução:

	TESE		q (a q h p) s (w z a (t s r)) x (a (t s r) z s) s (a q h p z w) z s
	Sup.	1	w (a q h p) s (w z a (t s r))
	1, s -el.	2	w a q h p
	1, s -el.	3	w w z a (t s r)
	Sup.	4	e (a (t s r) z s) s (a q h p z w)
	4, s -el.	5	e a (t s r) z s
	4, s -el.	6	e a q h p z w
	6, 2, MP	7	e w
	3, 7, MP	8	e a (t s r)
	5, 8, MP	9	e s
	4, 9, MDD	10	w (a (t s r) z s) s (a q h p z w) z s

1, 10, MDD | 11 | q (a qh p)s (wz a (ts r)) x (a (ts r)z s)s (a qh pz w)z s

12) q (sz tc px qz r)d (wz sf sx sz t)s (ps w)x qz r

Solução: (reescreveremos o enunciado acima sem a notação “com pontinho”)

TESE | q ((sz t)z (pz (qz r)))s (((wz s)s (sz (sz t)))s (ps w))z (qz r)

Sup.	1	w	((sz t)z (pz (qz r)))s (((wz s)s (sz (sz t)))s (ps w))
1, s -el.	2	w	(sz t)z (pz (qz r))
1, s -el.	3	w	((wz s)s (sz (sz t)))s (ps w)
3, s -el.	4	w	(wz s)s (sz (sz t))
3, s -el.	5	w	ps w
4, s -el.	6	w	wz s
4, s -el.	7	w	sz (sz t)
5, s -el.	8	w	p
5, s -el.	9	w	w
6, 9, MP	10	w	s
7, 10, MP	11	w	sz t
2, 11, MP	12	w	pz (qz r)
12, 8, MP	13	w	qz r
1, 13, MDD	14	q	((sz t)z (pz (qz r)))s (((wz s)s (sz (sz t)))s (ps w))z (qz r)

Observação: Já deve ter sido observado, a esta altura, a eficiência da notação “com pontinho”.

O exercício anterior é emblemático com relação a isto, dado que, a mudança para a notação “somente parênteses” dificultou a leitura. Infelizmente, nem sempre podemos utilizar a notação “com pontinho”, em vista de que os *softwares* disponíveis não são ajustados para tal. Em nosso caso, fomos obrigados a construir uma fonte tipo TTF, para digitar e imprimir.

13) q ps qx pz sstf psqdrc t

Solução:

TESE	q	ps qx	pz	ss tf	ps qd	rc	t
Sup.	1	w	ps qx	pz	ss tf	ps qd	r
1, s -el.	2	w	ps qx	pz	ss t		
1, s -el.	3	w	ps qd	r			
3, s -el.	4	w	ps q				
3, s -el.	5	w	r				
4, s -el.	6	w	p				
2, 4, MP	7	w	pz	ss t			
7, 6, MP	8	w	ss t				
8, s -el.	9	w	t				
1, 9, MDD	10	q	ps qx	pz	ss tf	ps qd	rc t

14) q (p x s z t) s (t z p f s z t x q) x t z q

Solução:

TESE		q (p x s z t) s (t z p f s z t x q) x t z q
Sup.	1	w (p x s z t) s (t z p f s z t x q)
1, s -el.	2	w p x s z t
1, s -el.	3	w t z p f s z t x q
3, s -el.	4	w t z p
3, s -el.	5	w s z t x q
Sup.	6	e t
4, 6, MP	7	e p
2, 7, MP	8	e s z t
5, 8, MP	9	e q
6, 9, MDD	10	w t z q
1, 10, MDD	11	q (p x s z t) s (t z p f s z t x q) x t z q

15) q p h q d a q x p

Solução:

TESE		q p h q d a q x p
Sup.	1	w p h q d a q
1, s -el.	2	w p h q
1, s -el.	3	w a q
2, 3, h - el	4	w p
1, 4, MDD	5	q p h q d a q x p

16) q (a a p z w) z (q x r z s) d (q z r d a a p z w) f q c s

Solução:

TESE		q (a a p z w) z (q x r z s) d (q z r d a a p z w) f q c s
Sup.	1	w (a a p z w) z (q x r z s) d (q z r d a a p z w) f q
1, s -el.	2	w (a a p z w) z (q x r z s) d (q z r d a a p z w)
1, s -el.	3	w q
2, s -el.	4	w (a a p z w) z (q x r z s)
2, s -el.	5	w q z r d a a p z w
5, s -el.	6	w q z r
5, s -el.	7	w a a p z w
6, 3, MP	8	w r
4, 7, MP	9	w q x r z s
9, 3, MP	10	w r z s
10, 8, MP	11	w s
1, 11, MDD	12	q (a a p z w) z (q x r z s) d (q z r d a a p z w) f q c s

17) q (a p d q z r s s) s (a p x w z q) c r s s z z x w z z

Solução:

TESE		q (a p d q z r s s) s (a p x w z q) c r s s z z x w z z
Sup.	1	w (a p d q z r s s) s (a p x w z q)
1, s -el.	2	w a p d q z r s s
1, s -el.	3	w a p x w z q
2, s -el.	4	w a p
2, s -el.	5	w q z r s s
3, 4, MP	6	w w z q
Sup.	7	e r s s z z
Sup.	8	r w
6, 8, MP	9	r q
5, 9, MP	10	r r s s
7, 10, MP	11	r z
8, 11, MDD	12	e w z z
7, 12, MDD	13	w r s s z z x w z z
1, 13, MDD	14	q (a p d q z r s s) s (a p x w z q) c r s s z z x w z z

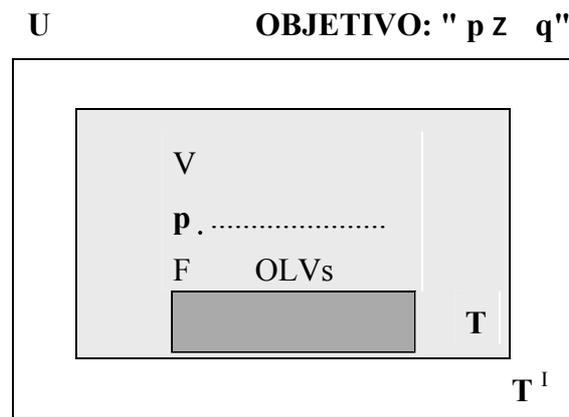
18) q (a s b) s c d (e z g) s (g z f) c a h d z e h a c x f

Solução:

TESE		q (a s b) s c d (e z g) s (g z f) c a h d z e h a c x f
Sup.	1	w (a s b) s c d (e z g) s (g z f)
1, s -el.	2	w (a s b) s c
1, s -el.	3	w (e z g) s (g z f)
2, s -el.	4	w a s b
2, s -el.	5	w c
3, s -el.	6	w e z g
3, s -el.	7	w g z f
4, s -el.	8	w a
4, s -el.	9	w b
Sup.	10	e a h d z e h a c
8, h -int.	11	e a h d
10, 11, MP	12	e e h a c
12, 5, def.h	13	e e
6, 13, MP	14	e g
7, 14, MP	15	e f
10, 15, MDD	16	w a h d z e h a c x f
1, 16, MDD	17	q (a s b) s c d (e z g) s (g z f) c a h d z e h a c x f

### 5.3.2 O MÉTODO DA DEDUÇÃO INDIRETA

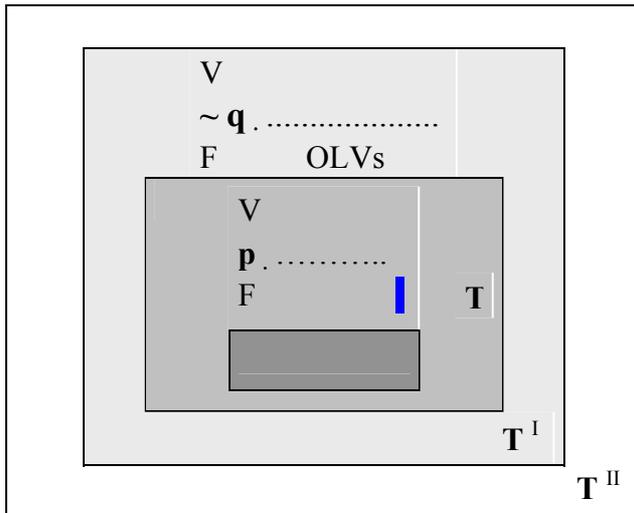
Vimos, no item anterior, que o Método de Dedução Direta era o caso em que, após a suposição de “p”, o antecedente da subjunção objetivo, era possível chegar a “q”, conseqüente da subjunção objetivo, através de uma seqüência de OLVs . Veremos agora o Método da Dedução Indireta, ou Método da Redução ao Absurdo, que é o caso em que não se consegue chegar diretamente ao conseqüente, por meio de aplicações de OLVs . Considere o seguinte estágio:



Isto é, a partir da Teoria T criou-se o campo experimental  $T^I$  onde se admitiu o enunciado “p”. Sobre este se aplicaram diversas OLVs mas não foi possível obter “q”, o “conseqüente objetivo”. Devemos lembrar que o nosso objetivo é demonstrar a subjunção "pZ q", mas que no desenrolar do método admitimos outros objetivos denominados “objetivos provisórios”. Dessa forma, é nítido que já optamos pelo Método da Dedução Direta, porém sua forma clássica, que anteriormente apresentamos, falhou. Sendo assim, sobre este se pode aplicar o Método da Dedução Indireta, que sobre o primeiro será uma espécie de algoritmo complementar, para a obtenção do “conseqüente objetivo” “q”. Adverte-se que este método também pode ser aplicado de forma independente, em algumas poucas situações, tais como demonstrações de propriedades dos conjuntos vazio e universo; estamos aqui apresentando sua forma mais complexa.

Retornando ao Método da Dedução Indireta, temos que criar um segundo campo teórico experimental  $T^{II}$ , naturalmente que este é o  $T^I$  com o elemento diferenciador. Neste caso, este elemento, isto é, o elemento a ser admitido, será a negativa do “conseqüente objetivo”. Assim sendo, se nosso “conseqüente objetivo” for “p”, admitiremos “a p” (se fosse “a t”, admitiríamos “t”). Observem o esquema.

**U** OBJETIVO: " p z q"

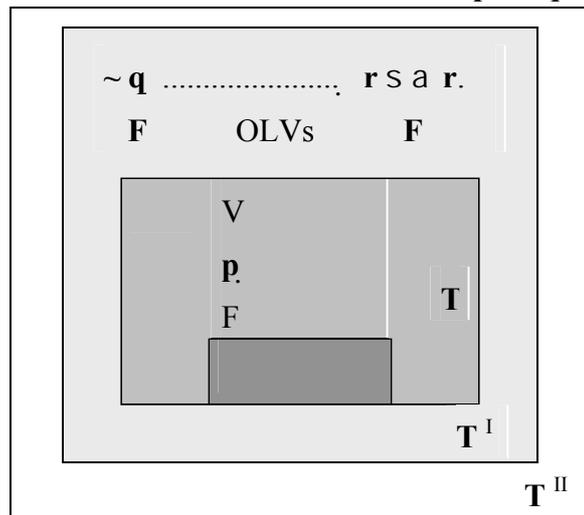


Tendo havido a admissão da negativa do “conseqüente objetivo”, nosso objetivo provisório passa imediatamente a ser uma estrutura de enunciados quaisquer que tenham a forma “rs a r”. E, assim, a continuidade de nosso procedimento é aplicar OLVs até obter tal estrutura. Como tal estrutura é sempre falsa e só aplicamos OLVs, depreende-se que necessariamente partimos de uma

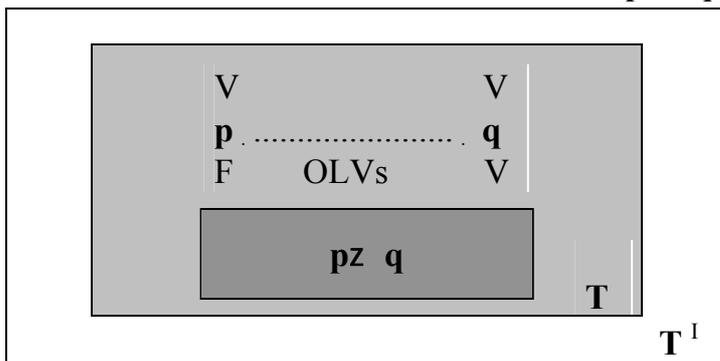
estrutura falsa, isto é, “a q” é falso.

Como “a q” é falso, é fácil ver que seu contrário, “q”, é verdadeiro. Nesse momento, encerra-se propriamente o Método de Dedução Indireta (ou Método de Redução ao Absurdo). Assim sendo, a utilização do método termina com a obtenção de “q”. Esta obtenção da veracidade do enunciado “q” vale em todas os campos teóricos sem exceção. Por uma questão de sistematização de procedimentos, e por esse não ser nosso objetivo principal, admitimos a veracidade de “q” em campo teórico imediatamente inferior. No nosso modelo, o campo teórico imediatamente inferior a  $T^{II}$  é  $T^I$ . Vejamos como fica:

**U** OBJETIVO: " p z q"



**U** OBJETIVO: " p z q"



Observem que “q” é sempre verdadeiro. Daí, retornando ao MDD, e pela definição do “se...então...”, temos que a subjunção “pz q”, nosso objetivo principal, é verdadeiro.

Sinteticamente, podemos escrever o Método de Dedução Indireta como:

### MDI

Se “ $r \supset a \vee r$ ” é consequência de $q \wedge q$ , então $q \supset a \wedge q$
---

Antes de passarmos ao Método da Dedução Por Casos (MDC), deveremos praticar o que já aprendemos. Assim sendo, executem com afinco a lista de exercícios a seguir.

### 3ª LISTA DE EXERCÍCIOS RESOLVIDOS

LEGENDA	
Sup. = Suponha	P. I. = Princípio da Identidade
MDD = Método da Dedução Direta	MDI = Método da Dedução Indireta
MDC = Método da Dedução por Casos	MIL = Método de Indução Lógica
MP = Modus Ponens	S -el. = e - eliminação
S -int. = e - introdução	h -int. = ou - introdução
$q$ = Teoria T	w = Campo Teórico Experimental T índice 1
def.h = definição do “ou”	def. b = definição do “...se e somente se...”
R.A. = Resultado Anterior	h -el. = ou - eliminação

**I) Demonstrar o valor lógico dos enunciados a seguir, através dos Métodos de Prova:**

- 1)  $q \supset p \supset q \supset d \supset a \supset q \supset x \supset a \supset p$
- 2)  $q \supset p \supset q \supset z \supset a \supset r \supset d \supset r \supset x \supset a \supset (p \supset q)$
- 3)  $q \supset p \supset z \supset q \supset d \supset q \supset z \supset r \supset x \supset a \supset r \supset z \supset a \supset p$
- 4)  $q \supset (a \supset p \supset z \supset q \supset d \supset a \supset r \supset z \supset s) \supset s \supset (s \supset z \supset a \supset p \supset d \supset a \supset q) \supset z \supset r$
- 5)  $q \supset (a \supset z \supset b \supset d \supset c \supset z \supset d) \supset s \supset (a \supset b \supset h \supset a \supset d \supset d \supset a) \supset c \supset e \supset s \supset f \supset z \supset c \supset x \supset a \supset (e \supset s \supset f)$
- 6)  $q \supset p \supset z \supset q \supset d \supset r \supset h \supset a \supset q \supset x \supset a \supset (p \supset s \supset r) \supset z \supset a \supset p$
- 7)  $q \supset (p \supset z \supset a \supset q) \supset b \supset a \supset (p \supset s \supset q)$
- 8)  $q \supset p \supset z \supset q \supset b \supset a \supset (p \supset s \supset a \supset q)$
- 9)  $q \supset p \supset s \supset q \supset b \supset a \supset (p \supset z \supset a \supset q)$
- 10)  $q \supset a \supset p \supset b \supset p \supset z \supset a \supset p$
- 11)  $q \supset p \supset z \supset q \supset b \supset a \supset q \supset z \supset a \supset p$
- 12)  $q \supset p \supset z \supset a \supset q \supset b \supset q \supset z \supset a \supset p$
- 13)  $q \supset a \supset p \supset z \supset q \supset b \supset a \supset q \supset z \supset p$
- 14)  $q \supset a \supset a \supset p \supset b \supset p$
- 15)  $q \supset a \supset p \supset x \supset p \supset z \supset q$
- 16)  $q \supset (a \supset s \supset b) \supset s \supset c \supset d \supset (e \supset z \supset g) \supset s \supset (g \supset z \supset f) \supset c \supset a \supset h \supset d \supset z \supset e \supset h \supset a \supset c \supset x \supset f$
- 17)  $q \supset (a \supset s \supset b) \supset s \supset c \supset d \supset (e \supset z \supset g) \supset s \supset (g \supset z \supset f) \supset c \supset a \supset h \supset d \supset z \supset e \supset h \supset a \supset c \supset x \supset f$
- 18)  $q \supset m \supset h \supset n \supset z \supset a \supset s \supset b \supset d \supset a \supset h \supset c \supset z \supset a \supset e \supset s \supset f \supset c \supset e \supset h \supset g \supset z \supset m \supset s \supset w \supset x \supset a \supset e$
- 19)  $q \supset p \supset o \supset q \supset z \supset a \supset (a \supset p \supset z \supset q)$
- 20)  $q \supset a \supset z \supset e \supset h \supset f \supset d \supset e \supset z \supset a \supset a \supset c \supset c \supset z \supset a \supset f \supset x \supset e \supset h \supset a \supset (a \supset s \supset c)$
- 21)  $q \supset p \supset b \supset q \supset n \supset a \supset p \supset b \supset a \supset q$
- 22)  $q \supset a \supset h \supset (b \supset h \supset c) \supset d \supset a \supset c \supset s \supset d \supset c \supset a \supset z \supset a \supset e \supset d \supset b \supset z \supset f \supset x \supset a \supset f \supset z \supset a \supset e$





9, 13, s -int. | 14 | r                    a d s d  
 11, 14, MDI | 15 | e                    a (es f)  
 10, 15, MDD | 16 | w        es f z c x a (es f)  
 1, 16, MDD | 17 | q (az bd cz d)s (a bh a d d a) c es fz c x a (es f)

6) q p z q d r h a q x a (ps r) z a p

Solução:

TESE		q p z q d r h a q x a (ps r) z a p
Sup.	1	w        p z q d r h a q
1, s -el.	2	w        p z q
1, s -el.	3	w        r h a q
Sup.	4	e                    a (ps r)
Sup. Abs.	5	r                    p
2, 5, MP	6	r                    q
3, 6, def.h	7	r                    r
5, 7, s -int.	8	r                    ps r
4, 8, s -int.	9	r                    a (ps r) s (ps r)
5, 9, MDI	10	e                    a p
4, 10, MDD	11	w        a (ps r) z a p
1, 11, MDD	12	q p z q d r h a q x a (ps r) z a p

7) q p z a q b a (ps q)

Solução:

TESE		q p z a q b a (ps q)
(z ) Sup.	1	w        p z a q
Sup. Abs.	2	e                    ps q
2, s -el.	3	e                    p
2, s -el.	4	e                    q
1, 3, MP	5	e                    a q
4, 5, s -int.	6	e                    q s a q
2, 6, MDI	7	w        a (ps q)
1, 7, MDD	8	q p z a q x a (ps q)
(i ) Sup.	9	w        a (ps q)
Sup.	10	e                    p
Sup. Abs.	11	r                    q
10, 11, s -int.	12	r                    ps q
9, 12, s -int.	13	r                    a (ps q) s (ps q)
11, 13, MDI	14	e                    a q
10, 14, MDD	15	w        p z a q
9, 15, MDD	16	q a (ps q) x p z a q
8, 16, s -int.	17	q p z a q x a (ps q) f a (ps q) x p z a q
17, def. b	18	q p z a q b a (ps q)

8)  $q p z q b a (ps a q)$

Solução:

	TESE			q p z q b a (ps a q)
(z )	Sup.	1		w p z q
	Sup. Abs.	2		e ps a q
	2, s -el.	3		e p
	2, s -el.	4		e a q
	1, 3, MP	5		e q
	4, 5, s -int.	6		r a qs q
	2, 6, MDI	7		e a (ps a q)
	1, 7, MDD	8		q p z q x a (ps a q)
(i )	Sup.	9		w a (ps a q)
	Sup.	10		e p
	Sup. Abs.	11		r a q
	10, 11, s -int.	12		r ps a q
	9, 12, s -int.	13		r a (ps a q) s (ps a q)
	11, 13, MDI	14		e q
	10, 14, MDD	15		w p z q
	9, 15, MDD	16		q a (ps a q) x p z q
	8, 16, s -int.	17		q p z q x a (ps a q) f a (ps a q) x p z q
	17, def. b	18		q p z q b a (ps a q)

9)  $q ps q b a (p z a q)$

Solução:

	TESE			q ps q b a (p z a q)
(z )	Sup.	1		w ps q
	1, s -el.	2		w p
	1, s -el.	3		w q
	Sup Abs.	4		e p z a q
	4, 2, MP	5		e a q
	3, 5, s -int.	6		e qs a q
	4, 6, MDI	7		w a (p z a q)
	1, 7, MDD	8		q ps q z a (p z a q)
(i )	Sup.	9		w a (p z a q)
	9, RA	10		w ps q
	9, 10, MDD	11		q a (p z a q) z ps q
	8, 11, s -int.	12		q ps q z a (p z a q) d a (p z a q) z ps q
	12, def. b	13		q ps q b a (p z a q)

R.A.: $a (p z q) b ps a q$
----------------------------

10)  $q a p b p z a p$

Solução:

	TESE			q a p b p z a p
(z )	Sup.	1		w a p

Sup Abs.	2	e	a (p z a p)
2, RA	3	e	ps p
3, s -el.	4	e	p
1, 4, s -int	5	e	a ps p
2, 5, MDI	6	w	p z a p
1, 6, MDD	7	q	a p x p z a p
(i) Sup.	8	w	p z a p
Sup Abs.	9	e	p
8, 9, MP	10	e	a p
9, 10, s -int.	11	e	ps a p
9, 11, MDI	12	w	a p
8, 12, MDD	13	q	p z a p x a p
7, 13, s -int.	14	q	a p x p z a p f p z a p x a p
14, def. b	15	q	a p b p z a p

R.A.: a (pz q)b ps a q

11) q p z q b a q z a p

Solução:

TESE		q p z q b a q z a p
(z) Sup.	1	w p z q
Sup.	2	e a q
Sup Abs.	3	r p
1, 3, MP	4	r q
2, 4, s -int.	5	r a q s q
3, 5, MDI	6	e a p
2, 6, MDD	7	q a q z a p
1, 7, MDD	8	q p z q x a q z a p
(i) Sup.	9	w a q z a p
Sup.	10	e p
Sup Abs.	11	r a q
9, 11, MP	12	r a p
10, 12, s -int.	13	r ps a p
11, 13, MDI	14	e q
10, 14, MDD	15	w p z q
9, 15, MDD	16	q a q z a p x p z q
8, 16, s -int.	17	q p z q x a q z a p f a q z a p x p z q
17, def. b	18	q p z q b a q z a p

12) q p z a q b q z a p

Solução:

TESE		q p z a q b q z a p
(z) Sup.	1	w p z a q
Sup.	2	e q
Sup Abs.	3	r p
1, 3, MP	4	r a q

2, 4, s -int.	5	r								q s a q
3, 5, MDI	6	e			a p					
2, 6, MDD	7	w		q z a p						
1, 7, MDD	8	q	p z a q x			q z a p				
(i) Sup.	9	w		q z a p						
Sup.	10	e		p						
Sup Abs.	11	r				q				
9, 11, MP	12	r				a p				
10, 12, s -int.	13	r				p s a p				
11, 13, MDI	14	e			a q					
10, 14, MDD	15	w		p z a q						
9, 15, MDD	16	q	q z a p x			p z a q				
8, 16, s -int.	17	q	p z a q x			q z a p f	q z a p x	p z a q		
17, def. b	18	q	p z a q b			q z a p				

13) q a p z q b a q z p

Solução:

TESE		q a p z q b a q z p
(z) Sup.	1	w a p z q
Sup.	2	e a q
Sup Abs.	3	r a p
1, 3, MP	4	r q
2, 4, s -int.	5	r a q s q
3, 5, MDI	6	e p
2, 6, MDD	7	w a q z p
1, 7, MDD	8	q a p z q x a q z p
(i) Sup.	9	w a q z p
Sup.	10	e a p
Sup Abs.	11	r a q
9, 11, MP	12	r p
10, 12, s -int.	13	r a p s p
11, 13, MDI	14	e q
10, 14, MDD	15	w a p z q
9, 15, MDD	16	q a q z p x a p z q
8, 16, s -int.	17	q a p z q x a q z p f a q z p x a p z q
17, def. b	18	q a p z q b a q z p

14) q a a p b p

Solução:

TESE		q a a p b p
(z) Sup.	1	w a a p
1, P.I.	2	w a (a p)

Sup Abs.	3	e	a p
2, 3, s -int.	4	e	a (a p)s (a p)
3, 4, MDI	5	w	p
1, 5, MDD	6	q a a p z p	
(i) Sup.	7	w	p
Sup Abs.	8	e	a p
7, 8, s -int.	9	e	ps a p
8, 9, MDI	10	w	a a p
7, 10, MDD	11	q p z a a p	
6, 11, s -int.	12	q a a p z p d p z a a p	
12, def. b	13	q a a p b p	

15) q a p x p z q

Solução:

TESE		q a p x p z q
Sup.	1	w a p
Sup Abs.	2	e a (p z q)
2, RA	3	e ps a q
3, s -el.	4	e p
1, 4, s -int.	5	e a ps p
2, 5, MDI	6	w (p z q)
1, 6, MDD	7	q a p x p z q

a (p z q)b ps a q
-------------------

16) q (as b)s c d (ez g)s (gz f)c a h d z e h a c x f

Solução: Sem usar o MDI

TESE		q (as b)s c d (ez g)s (gz f)c a h d z e h a c x f
Sup.	1	w (as b)s c d (ez g)s (gz f)
1, s -el.	2	w (as b)s c
1, s -el.	3	w (ez g)s (gz f)
2, s -el.	4	w as b
2, s -el.	5	w c
3, s -el.	6	w ez g
3, s -el.	7	w gz f
4, s -el.	8	w a
4, s -el.	9	w b
Sup.	10	e a h d z e h a c
8, h -int.	11	e a h d
10, 11, MP	12	e e h a c
12, 5, h -el.	13	e e
6, 13, MP	14	e g
7, 14, MP	15	e f
10, 15, MDD	16	w a h d z e h a c x f
1, 16, MDD	17	q (as b)s c d (ez g)s (gz f)c a h d z e h a c x f

17) q (as b)s c d (ez g)s (gz f)c ah d z eh a c x f

Solução: Usando o MDI

TESE		q	(as b)s c d (ez g)s (gz f)c ah d z eh a c x f
Sup.		1	w (as b)s c d (ez g)s (gz f)
1, s -el.		2	w (as b)s c
1, s -el.		3	w (ez g)s (gz f)
2, s -el.		4	w as b
2, s -el.		5	w c
3, s -el.		6	w ez g
3, s -el.		7	w gz f
4, s -el.		8	w a
4, s -el.		9	w b
Sup.		10	e ah d z eh a c
Sup. Abs.		11	r a f
7, CP		12	r a f z a g
12, 11, MP		13	r a g
6, CP		14	r a g z a e
14, 13, MP		15	r a e
8, h -int.		16	r ah d
10, 16, MP		17	r eh a c
17, 15, h -el.		18	r a c
5, 18, s -int.		19	r cs a c
11, 19, MDI		20	e f
10, 20, MDD		21	w ah d z eh a c x f
1, 21, MDD		22	q (as b)s c d (ez g)s (gz f)c ah d z eh a c x f

18) q mh n z as b d ah c z a es f c eh g z ms w x a e

Solução:

TESE		q	mh n z as b d ah c z a es f c eh g z ms w x a e
Sup.		1	w mh n z as b d ah c z a es f
1, s -el.		2	w mh n z as b
1, s -el.		3	w ah c z a es f
Sup.		4	e eh g z ms w
Sup. Abs.		5	r e
5, h -int.		6	r eh g
4, 6, MP		7	r ms w
7, s -el.		8	r m
8, h -int.		9	r mh n
2, 9, MP		10	r as b
10, s -el.		11	r a
11, h -int.		12	r ah c
3, 12, MP		13	r a es f
13, s -el.		14	r a e

5, 14, s -int. | 15 | r                    e s a e  
 5, 15, MDI | 16 | e                    a e  
 4, 16, MDD | 17 | w            ehg z ms w x a e  
 1, 17, MDD | 18 | q mh nz as b d ah c z a es f c ehg z ms w x a e

19) q p o q z a (a p z q)

Solução:

TESE		q p o q z a (a p z q)
Sup.	1	w p o q
1, def.o	2	w a (ph q)
2, RA	3	w a p s a q
3, s -el.	4	w a p
3, s -el.	5	w a q
Sup. Abs.	6	e a p z q
6, 4, MP	7	e q
5, 7, s -int.	8	e a q s q
6, 8, MDI	9	w a (a p z q)
1, 9, MDD	10	q p o q z a (a p z q)

20) q a z ehfd ez a a c cz a fx eha (as c)

Solução:

TESE		q a z ehfd ez a a c cz a fx eha (as c)
Sup.	1	w a z ehfd ez a a
1, s -el.	2	w a z ehf
1, s -el.	3	w e z a a
Sup.	4	e cz a f
Sup. Abs.	5	r a (eh a (as c))
5, RA	6	r a es (as c)
6, s -el.	7	r a e
6, s -el.	8	r as c
8, s -el.	9	r a
8, s -el.	10	r c
2, 9, MP	11	r ehf
4, 10, MP	12	r a f
11, 7, h -el.	13	r f
12, 13, s -int.	14	r a f s f
5, 14, MDI	15	e eh a (as c)
4, 15, MDD	16	w cz a fx eha (as c)
1, 16, MDD	17	q a z ehfd ez a a c cz a fx eha (as c)

a (ph q) b a p s a q
----------------------

21) q p b q n a p b a q

Solução:

TESE		q	p	b	q	n	a	p	b	a	q
(z )	Sup.	1	w		p	b	q				
	1, def. b	2	w		p	z	q	d	q	z	p
	2, s -el.	3	w		p	z	q				
	2, s -el.	4	w		q	z	p				
(z )	Sup.	5	e		a	p					
	Sup Abs.	6	r			q					
	4, 6, MP	7	r			p					
	5, 7, s -int.	8	r		a	p	s	p			
	6, 8, MDI	9	e		a	q					
	5, 9, MDD	10	w		a	p	z	a	q		
(i )	Sup.	11	e		a	q					
	Sup Abs.	12	r			p					
	3, 12, MP	13	r			q					
	11, 13, s -int.	14	r		a	q	s	q			
	12, 14, MDI	15	e		a	p					
	11, 15, MDD	16	w		a	q	z	a	p		
	10, 16, s -int.	17	w		a	p	z	a	q	d	a
	17, def. b	18	w		a	p	b	a	q		
	1, 18, MDD	19	q	p	b	q	x	a	p	b	a
(i )	Sup.	20	w		a	p	b	a	q		
	20, def. b	21	w		a	p	z	a	q	d	a
	21, s -el.	22	w		a	p	z	a	q		
	21, s -el.	23	w		a	q	z	a	p		
(z )	Sup.	24	e		p						
	Sup Abs.	25	r			a	q				
	23, 25, MP	26	r			a	p				
	24, 26, s -int.	27	r			p	s	a	p		
	25, 27, MDI	28	e			q					
	24, 28, MDD	29	w		p	z	q				
(i )	Sup.	30	e			q					
	Sup Abs.	31	r			a	p				
	22, 31, MP	32	r			a	q				
	30, 32, s -int.	33	r			q	s	a	q		
	31, 33, MDI	34	e			p					
	30, 34, MDD	35	w		q	z	p				
	29, 35, s -int.	36	w		p	z	q	d	q	z	p
	36, def. b	37	w		p	b	q				
	20, 37, MDD	38	q	a	p	b	a	q	x	p	b
	19, 38, s -int.	39	q	p	b	q	x	a	p	b	a
	39, def. b	40	q	p	b	q	n	a	p	b	a

22) q ah (bh c) d a c s d c a z a e d b z f x a f z a e

Solução:

TESE		q	ah (bh c)	d	a	c	s	d	c	a	z	a	e	d	b	z	f	x	a	f	z	a	e	
Sup.		1	w	ah (bh c)	d	a	c	s	d															
1, s -el.		2	w	ah (bh c)																				
1, s -el.		3	w	a	c	s	d																	
3, s -el.		4	w	a	c																			
3, s -el.		5	w	d																				
Sup.		6	e	a	z	a	e	d	b	z	f													
6, s -el.		7	e	a	z	a	e																	
6, s -el.		8	e	b	z	f																		
Sup.		9	r	a	f																			
8, CP		10	r	a	f	z	a	b																
10, 9, MP		11	r	a	b																			
Sup.Abs.		12	t	e																				
7, CP		13	t	e	z	a	a																	
13, 12, MP		14	t	a	a																			
2, 14, h -el.		15	t	b	h	c																		
15, 4, h -el.		16	t	b																				
11, 16, s -int.		17	t	a	b	s	b																	
12, 17, MDI		18	r	a	e																			
9, 18, MDD		19	e	a	f	z	a	e																
6, 19, MDD		20	w	a	z	a	e	d	b	z	f	x	a	f	z	a	e							
1, 20, MDD		21	q	ah (bh c)	d	a	c	s	d	c	a	z	a	e	d	b	z	f	x	a	f	z	a	e

p z q b a q z a p
-------------------

### 5.3.3 O MÉTODO DA DEDUÇÃO POR CASOS

Com o MDD e o MDI capturamos por completo o sentido da dedução. O Método da Dedução por Casos – MDC – virá complementar os dois anteriores, no sentido de bem organizar certas situações especiais. Entretanto, ele possui um caráter mais “administrativo” e pode ser omitido, em um curso que vise somente embasar um curso introdutório de Metodologia Científica. Nas demais áreas, principalmente naquelas em que se prosseguirá pela Teoria dos Conjuntos, o método se faz necessário e é bastante utilizado.

O MDC é baseado no “axioma 12” :

$$p \vee h \vee q \vee d \vee (p \wedge z \vee r \vee d \vee q \wedge z \vee r) \wedge x \vee r$$

Não possui este método a mesma importância dos demais métodos, porém quando se faz necessário utilizá-lo, deixa uma demonstração bastante extensa. Sua justificativa decorre do axioma em tela e já foi devidamente comentado na “Observação 9”.

Sinteticamente, podemos escrever o Método de Dedução por Casos como:

#### MDC

$$\text{Se } q \vee p \vee h \vee q \vee s \vee q \vee p \vee z \vee r \vee s \vee q \vee q \vee z \vee r, \text{ então } q \vee r$$

O método diz o seguinte: se de **p** construirmos **r** e de **q** construirmos **r**, se tivermos a indecisão **p ∨ h ∨ q** (disjunção) ainda assim teremos **r**.

A esta altura do texto já se procede a uma leitura com um certo grau de qualidade. Isto é, aquelas dificuldades iniciais, naturais quando se aprendem pela primeira vez as tabelas/definições dos juntores, já desapareceram por completo. Isso se verifica pela fluência com que se realizaram os exercícios anteriores. Tal fluência será necessária neste momento, em vista do crescimento do número de passos nas demonstrações.

Para desenvolvimento das demonstrações, é conveniente a observação do roteiro a seguir, na fase de aprendizado:

OBJETIVO:  $\square$ 

	SITUAÇÕES	ENUNCIADO	CAMPO TEÓRICO	COMENTÁRIOS E JUSTIFICATIVAS
1	Temos	$\star h \triangle$	W	Este enunciado tem de estar disponível no momento em que partiríamos para o MDI, ele é que induz a exceção à regra de partirmos para o MDI. Tomamos então a decisão de utilizar o MDC, pois vemos um “ou”.
2	Supomos	$\star$	e	Tendo havido a decisão de não ir ao MDI, e sim ao MDC, supomos o lado esquerdo do “ou”, num novo campo teórico com índice superior ao campo teórico antecedente. Neste novo campo teórico, $T^{\text{II}}$ por exemplo, iremos utilizar a técnica do MDD, pois estaremos com o objetivo provisório de construir $\star z \square$ .
3	Encontramos	$\square$	e	Esta obtenção se dá através das OLVs.
4	Construímos	$\star Z \square$	W	Neste novo campo teórico, nós supomos $\star$ e, utilizando a técnica do MDD, construímos a subjunção.
5	Supomos	$\triangle$	e	Supomos o lado direito do “ou”, num novo campo teórico $T^{\text{II}}$ .
6	Encontramos	$\square$	e	Esta obtenção se dá através de OLVs. Não se pode utilizar nenhum enunciado da outra $T^{\text{II}}$ mas se pode utilizar de $T^{\text{I}}$ e de $T$ .
7	Construímos	$\triangle Z \square$	W	Neste novo campo teórico nós supomos $\triangle$ e, utilizando a técnica do MDD, construímos a subjunção.
8	Afirmamos	$\square$	W	Citados os passos onde são encontradas a disjunção e as duas subjunções, justifica-se com a sigla MDC. Exemplo: x, y, z, MDC. Na verdade o método, automaticamente, aplica sucessivamente o “s-int” nos enunciados supracitados e com a conjunção resultante aplica o Modus Ponens no Axioma 12.

Vamos agora praticar na lista de exercícios.

## 4ª LISTA DE EXERCÍCIOS RESOLVIDOS

LEGENDA	
Sup. = Suponha	P. I. = Princípio da Identidade
MDD = Método da Dedução Direta	MDI = Método da Dedução Indireta
MDC = Método da Dedução por Casos	MIL = Método de Indução Lógica
MP = Modus Ponens	s -el. = e - eliminação
s -int. = e - introdução	h -int. = ou - introdução
q = Teoria T	w = Campo Teórico Experimental T índice 1
def.h = definição do “ou”	def. b = definição do “...se e somente se...”
RA = Resultado Anterior	h -el. = ou - eliminação

**D) Demonstrar o valor lógico dos enunciados a seguir, através dos Métodos de Prova:**

- 1)  $q \rightarrow p \wedge h \wedge q \wedge b \wedge q \wedge h \wedge p$       2)  $q \rightarrow p \wedge h \wedge q \wedge d \wedge a \wedge (p \wedge s \wedge q) \wedge x \wedge p \wedge s \wedge a \wedge q \wedge j \wedge q \wedge s \wedge a \wedge p$   
3)  $q \wedge q \wedge d \wedge p \wedge h \wedge r \wedge x \wedge q \wedge s \wedge r \wedge j \wedge p$       4)  $q \wedge a \wedge (p \wedge z \wedge q) \wedge h \wedge r \wedge z \wedge a \wedge q \wedge h \wedge r$   
5)  $q \wedge (p \wedge z \wedge r) \wedge s \wedge (q \wedge z \wedge s) \wedge d \wedge p \wedge h \wedge q \wedge x \wedge r \wedge h \wedge s$       6)  $q \wedge (p \wedge z \wedge r) \wedge s \wedge (q \wedge z \wedge s) \wedge x \wedge p \wedge h \wedge q \wedge z \wedge r \wedge h \wedge s$   
7)  $q \wedge (p \wedge z \wedge r) \wedge s \wedge (q \wedge z \wedge s) \wedge x \wedge a \wedge r \wedge h \wedge a \wedge s \wedge z \wedge a \wedge p \wedge h \wedge a \wedge q$   
8)  $q \wedge (p \wedge z \wedge q \wedge s \wedge r) \wedge s \wedge (q \wedge h \wedge s \wedge z \wedge t) \wedge x \wedge s \wedge h \wedge p \wedge z \wedge t$   
9)  $q \wedge (p \wedge z \wedge q) \wedge s \wedge (q \wedge z \wedge r) \wedge d \wedge t \wedge z \wedge s \wedge f \wedge p \wedge h \wedge t \wedge c \wedge r \wedge h \wedge s$   
10)  $q \wedge p \wedge h \wedge (q \wedge h \wedge r) \wedge b \wedge (p \wedge h \wedge q) \wedge h \wedge r$       11)  $q \wedge p \wedge h \wedge (q \wedge s \wedge r) \wedge b \wedge (p \wedge h \wedge q) \wedge s \wedge (p \wedge h \wedge r)$   
12)  $q \wedge p \wedge s \wedge (q \wedge h \wedge r) \wedge b \wedge (p \wedge s \wedge q) \wedge h \wedge (p \wedge s \wedge r)$       13)  $q \wedge p \wedge b \wedge q \wedge n \wedge (p \wedge s \wedge q) \wedge h \wedge (a \wedge p \wedge s \wedge a \wedge q)$

## 4ª LISTA DE EXERCÍCIOS RESOLVIDOS - SOLUÇÃO

ATENÇÃO! MUITO CUIDADO! A lista é para ser feita e não somente lida. O estudante que somente procede à leitura, mesmo que “tenha entendido”, não está apto a realizar uma verificação de aprendizagem. Entender é condição para fazer, mas não é fazer. Copie os enunciados, resolva e depois confira pacientemente.

**D) Demonstrar o valor lógico dos enunciados a seguir, através dos Métodos de Prova:**

- 1)  $q \rightarrow p \wedge h \wedge q \wedge b \wedge q \wedge h \wedge p$

Solução: (Esta propriedade é denominada “h -comutativa”)

	TESE		q	p	h	q	b	q	h	p
(z )	Sup.		1	w		p	h	q		
	1, Sup.		2	e		p				
	2, h -int.		3	e		q	h	p		
	2, 3, MDD		4	w		p	z	q	h	p
	1, Sup.		5	e		q				
	5, h -int.		6	e		q	h	p		

5, 6, MDD	7	w	q z q h p
1, 4, 7, MDC	8	w	q h p
1, 8, MDD	9	q	p h q z q h p
(i) Sup.	10	w	q h p
10, Sup.	11	e	q
11, h-int.	12	e	p h q
11, 12, MDD	13	w	q z p h q
10, Sup.	14	e	p
14, h-int.	15	e	p h q
14, 15, MDD	16	w	p z p h q
10, 13, 16, MDC	17	w	p h q
10, 17, MDD	18	q	q h p z p h q
9, 18, s-int.	19	q	p h q z q h p d q h p z p h q
19, def. b	20	q	p h q b q h p

2) q p h q d a (p s q) x p s a q j q s a p

Solução: (Pode ser utilizado o 1º ou o 2º “ou”).

TESE	q	p h q d a (p s q) x p s a q j q s a p	
Sup.	1	w	p h q d a (p s q)
1, s -el.	2	w	p h q
1, s -el.	3	w	a (p s q)
3, RA	4	w	a p h a q
2, Sup.	5	e	p
4, 5, h -el.	6	e	a q
5, 6, s -int.	7	e	p s a q
7, h-int.	8	e	p s a q j q s a p
5, 8, MDD	9	w	p x p s a q j q s a p
2, Sup.	10	e	q
4, 10, h -el.	11	e	a p
10, 11, s -int.	12	e	q s a p
12, h-int.	13	e	p s a q j q s a p
10, 13, MDD	14	w	q x p s a q j q s a p
2, 9, 14, MDC	15	w	p s a q j q s a p
1, 15, MDD	16	q	p h q d a (p s q) x p s a q j q s a p

a (p s q)b a p h a q
----------------------

3) q q d p h r x q s r j p

Solução:

TESE	q	q d p h r x q s r j p	
Sup.	1	w	q d p h r
1, s -el.	2	w	q
1, s -el.	3	w	p h r
3, Sup.	4	e	p

4, h-int.	5	e	qsrj p
4, 5, MDD	6	w	p x qsrj p
3, Sup.	7	e	r
2, 7, s-int.	8	e	qsr
8, h-int.	9	e	qsrj p
7, 9, MDD	10	w	r x qsrj p
3, 6, 10, MDC	11	w	qsrj p
1, 11, MDD	12	q	q d ph r x qsrj p

4) q a (p z q)h r z a qh r

Solução:

TESE		q	a (p z q)h r z a qh r
Sup.	1	w	a (p z q)h r
1, Sup.	2	e	a (p z q)
2, RA	3	e	p s a q
3, s-el.	4	e	a q
4, h-int.	5	e	a qh r
2, 5, MDD	6	w	a (p z q)z a qh r
1, Sup.	7	e	r
7, h-int.	8	e	a qh r
7, 8, MDD.	9	w	r z a qh r
1, 6, 9, MDC	10	w	a qh r
1, 10, MDD	11	q	a (p z q)h r z a qh r

a (p z q) b p s a q
---------------------

5) q (p z r)s (q z s) d ph q x rh s

Solução:

TESE		q	(p z r)s (q z s) d ph q x rh s
Sup.	1	w	(p z r)s (q z s) d ph q
1, s-el.	2	w	(p z r)s (q z s)
1, s-el.	3	w	ph q
2, s-el.	4	w	p z r
2, s-el.	5	w	q z s
3, Sup.	6	e	p
4, 6, MP	7	e	r
7, h-int.	8	e	rh s
6, 8, MDD	9	w	p z rh s
3, Sup.	10	e	q
5, 10, MP	11	e	s
11, h-int.	12	e	rh s
10, 12, MDD	13	w	q z rh s
3, 9, 13, MDC	14	w	rh s
1, 14, MDD	15	q	(p z r)s (q z s) d ph q x rh s

6) q (p z r)s (q z s) x ph q z rh s

Solução: (variação do exercício anterior)

TESE		q	(p z r)s (q z s) x	ph q z	rh s
Sup.		1	w	(p z r)s (q z s)	
1, s -el.		2	w	p z r	
1, s -el.		3	w	q z s	
Sup.		4	e	ph q	
4, Sup.		5	r	p	
2, 5, MP		6	r	r	
6, h -int.		7	r	rh s	
5, 7, MDD		8	e	p z rh s	
4, Sup.		9	r	q	
3, 9, MP		10	r	s	
10, h -int.		11	r	rh s	
9, 11, MDD		12	e	q z rh s	
4, 8, 12, MDC		13	e	rh s	
4, 13, MDD		14	w	ph q z rh s	
1, 14, MDD		15	q	(p z r)s (q z s) x	ph q z rh s

7) q (p z r)s (q z s) x a r h a s z a p h a q

Solução:

TESE		q	(p z r)s (q z s) x	a r h a s z	a p h a q
Sup.		1	w	(p z r)s (q z s)	
1, s -el.		2	w	p z r	
1, s -el.		3	w	q z s	
Sup.		4	e	a r h a s	
4, Sup.		5	r	a r	
2, CP		6	r	a r z a p	
6, 5, MP		7	r	a p	
7, h -int.		8	r	a p h a q	
5, 8, MDD		9	e	a r z a p h a q	
4, Sup.		10	r	a s	
3, CP		11	r	a s z a q	
11, 10, MP		12	r	a q	
12, h -int.		13	r	a p h a q	
10, 13, MDD		14	e	a s z a p h a q	
4, 9, 14, MDC		15	e	a p h a q	
4, 15, MDD		16	w	a r h a s z a p h a q	
1, 16, MDD		17	q	(p z r)s (q z s) x	a r h a s z a p h a q

8) q (p z q s r)s (q h s z t) x sh p z t

Solução:

TESE		q	(p z q s r)s	(q h s z t)	x	sh p z t
Sup.	1	w	(p z q s r)s	(q h s z t)		
1, s -el.	2	w	p z q s r			
1, s -el.	3	w	q h s z t			
Sup.	4	e	sh p			
4, Sup.	5	r	s			
5, h -int.	6	r	q h s			
3, 6, MP	7	r	t			
5, 7, MDD	8	e	s z t			
4, Sup.	9	r	p			
2, 9, MP	10	r	q s r			
10, s -el.	11	r	q			
11, h -int.	12	r	q h s			
3, 12, MP	13	r	t			
9, 13, MDD	14	e	p z t			
4, 8, 14, MDC	15	e	t			
4, 15, MDD	16	w	sh p z t			
1, 16, MDD	17	q	(p z q s r)s	(q h s z t)	x	sh p z t

9) q (p z q)s (q z r) d t z s f p h t c r h s

Solução:

TESE		q	(p z q)s	(q z r)	d t z	s f p h t c	r h s
Sup.	1	w	(p z q)s	(q z r)	d t z	s f p h t	
1, s -el.	2	w	(p z q)s	(q z r)	d t z	s	
1, s -el.	3	w	p h t				
2, s -el.	4	w	(p z q)s	(q z r)			
2, s -el.	5	w	t z s				
4, s -el.	6	w	p z q				
4, s -el.	7	w	q z r				
3, Sup.	8	e	p				
6, 8, MP	9	e	q				
7, 9, MP	10	e	r				
10, h -int.	11	e	r h s				
8, 11, MDD	12	w	p z r h s				
3, Sup.	13	e	t				
5, 13, MP	14	e	s				
14, h -int.	15	e	r h s				
13, 15, MDD	16	w	t z r h s				
3, 12, 16, MDC	17	w	r h s				
1, 17, MDD	18	q	(p z q)s	(q z r)	d t z	s f p h t c	r h s

10)  $q \text{ ph } (qh \text{ r}) \text{ b } (ph \text{ q})h \text{ r}$

Solução: (A denominação ancestral deste teorema é Lei da Associação e a nossa é h -associativa).

	TESE		q	ph (qh r) b	(ph q)h r
(z )	Sup.	1	w	ph (qh r)	
	1, Sup.	2	e	p	
	2, h -int.	3	e	ph q	
	3, h -int.	4	e	(ph q)h r	
	2, 4, MDD	5	w	p z (ph q)h r	
	1, Sup.	6	e	qh r	
	6, Sup.	7	r	q	
	7, h -int.	8	r	ph q	
	8, h -int.	9	r	(ph q)h r	
	7, 9, MDD	10	e	q z (ph q)h r	
	6, Sup.	11	r	r	
	11, h -int.	12	r	(ph q)h r	
	11, 12, MDD	13	e	r z (ph q)h r	
6, 10, 13, MDC		14	e	(ph q)h r	
	6, 14, MDD	15	w	qh r z (ph q)h r	
1, 5, 15, MDC		16	w	(ph q)h r	
	1, 16, MDD	17	q	ph (qh r) z (ph q)h r	
(i )	Sup.	18	w	(ph q)h r	
	18, Sup.	19	e	ph q	
	19, Sup.	20	r	p	
	20, h -int.	21	r	ph (qh r)	
	20, 21, MDD	22	e	p z ph (qh r)	
	19, Sup.	23	r	q	
	23, h -int.	24	r	qh r	
	24, h -int.	25	r	ph (qh r)	
	23, 25, MDD	26	e	q z ph (qh r)	
19, 22,26,MDC		27	e	ph (qh r)	
	19, 27, MDD	28	w	ph q z ph (qh r)	
	18, Sup.	29	e	r	
	29, h -int.	30	e	qh r	
	30, h -int.	31	e	ph (qh r)	
	29, 31, MDD	32	w	r z ph (qh r)	
18, 28,32,MDC		33	w	ph (qh r)	
	18, 33, MDD	34	q	(ph q)h r z ph (qh r)	
17, 34, s -int.		35	q	ph (qh r) z (ph q)h r d (ph q)h r z ph (qh r)	
	35, def. b	36	q	ph (qh r) b (ph q)h r	

11)  $q \text{ ph (qs r) b (ph q)s (ph r)}$

Solução: (A denominação ancestral deste teorema é Lei da Distribuição)

	TESE		q	ph (qs r) b (ph q)s (ph r)
(z )	Sup.	1	w	ph (qs r)
	1, Sup.	2	e	p
	2, h -int.	3	e	ph q
	2, h -int.	4	e	ph r
	3, 4, s -int.	5	e	(ph q)s (ph r)
	2, 5, MDD	6	w	p z (ph q)s (ph r)
	1, Sup.	7	e	qs r
	7, s -el.	8	e	q
	7, s -el.	9	e	r
	8, h -int.	10	e	ph q
	9, h -int.	11	e	ph r
	10, 11, s -int.	12	e	(ph q)s (ph r)
	7, 12, MDD	13	w	qs r z (ph q)s (ph r)
	1, 6, 13, MDC	14	w	(ph q)s (ph r)
	1, 14, MDD	15	q	ph (qs r) z (ph q)s (ph r)
(i )	Sup.	16	w	(ph q)s (ph r)
	16, s -el.	17	w	ph q
	16, s -el.	18	w	ph r
	Sup. Abs.	19	e	a (ph (qs r))
	19, RA	20	e	a p s a (qs r)
	20, s -el.	21	e	a p
	20, s -el.	22	e	a (qs r)
	17, 21, h -el.	23	e	q
	18, 21, h -el.	24	e	r
	23, 24, s -int.	25	e	(qs r)
	22, 25, s -int.	26	e	a (qs r) s (qs r)
	19, 26, MDI	27	w	ph (qs r)
	16, 27, MDD	28	q	(ph q)s (ph r)z ph (qs r)
	15, 28, s -int.	29	q	ph (qs r)z (ph q)s (ph r) d (ph q)s (ph r)z ph (qs r)
	29, def. b	30	q	ph (qs r) b (ph q)s (ph r)

a (ph q) b a ps a q
---------------------

12)  $q \text{ ps (qh r) b (ps q)h (ps r)}$

Solução: (A denominação ancestral deste teorema é Lei da Distribuição)

	TESE		q	ps (qh r) b (ps q)h (ps r)
(z )	Sup.	1	w	ps (qh r)
	1, s -el.	2	w	p
	1, s -el.	3	w	qh r
	3, Sup.	4	e	q
	2, 4, s -int.	5	e	ps q

	5, h -int.	6   e	(ps q)h (ps r)	
	4, 6, MDD	7   w	q z (ps q)h (ps r)	
	3, Sup.	8   e	r	
	2, 8, s -int.	9   e	ps r	
	9, h -int.	10   e	(ps q)h (ps r)	
	8, 10, MDD	11   w	r z (ps q)h (ps r)	
	3, 7, 11, MDC	12   w	(ps q)h (ps r)	
	1, 12, MDD	13   q	ps (qh r) z (ps q)h (ps r)	
(i )	Sup.	14   w	(ps q)h (ps r)	
	14, Sup.	15   e	ps q	
	15, s -el.	16   e	p	
	15, s -el.	17   e	q	a (ps q) b a ph a q
	17, h -int.	18   e	qh r	
	16, 18, s -int.	19   e	ps (qh r)	
	15, 19, MDD	20   w	ps q z ps (qh r)	
	14, Sup.	21   e	ps r	
	21, s -el.	22   e	p	
	21, s -el.	23   e	r	
	23, h -int.	24   e	qh r	
	22, 24, s -int.	25   e	ps (qh r)	
	21, 25, MDD	26   w	ps r z ps (qh r)	
	14, 20, 26, MDC	27   w	ps (qh r)	
	14, 27, MDD	28   q	(ps q)h (ps r) z ps (qh r)	
	13, 28, s -int.	29   q	ps (qh r)z (ps q)h (ps r) d (ps q)h (ps r)z ps (qh r)	
	29, def. b	30   q	ps (qh r) b (ps q)h (ps r)	

13) q p b q n (ps q) h (a ps a q)

Solução: (A denominação ancestral deste teorema é Lei da Equivalência

Material)

	TESE	q p b q n (ps q) h (a ps a q)		
(z )	Sup.	1   w	p b q	
	1, def. b	2   w	p z q d q z p	
	2, s -el.	3   w	p z q	a (ph q) b a ps a q
	2, s -el.	4   w	q z p	
	Sup.Abs.	5   e	a ((ps q) h (a ps a q))	
	5, RA	6   e	a (ps q) s a (a ps a q)	
	6, s -el.	7   e	a (ps q)	
	6, s -el.	8   e	a (a ps a q)	
	7, RA	9   e	a ph a q	a (ps q) b a ph a q
	8, RA	10   e	ph q	
	10, Sup.Abs.	11   r	p	
	3, 11, MP	12   r	q	

9, 12, h -el.	13   r		a p	
11, 13, s -int.	14   r		ps a p	
11, 14, MDI	15   e	a p		
10, Sup.Abs.	16   r		q	
4, 16, MP	17   r		p	
9, 17, h -el.	18   r		a q	
16, 18, s -int.	19   r		qs a q	
16, 19, MDI	20   e	a q		
15, 20, s -int.	21   e	a ps a q		
21, RA	22   e	a (ph q)		
10, 22, s -int.	23   e	(ph q) s a (ph q)		
5, 23, MDI	24   w	(ps q) h (a ps a q)		
1, 24, MDD	25   q	p b q x (ps q) h (a ps a q)		
(i ) Sup.	26   w	(ps q) h (a ps a q)		
(z ) Sup.	27   e	p		
Sup.Abs.	28   r		a q	
28, h -int.	29   r		a ph a q	
29, RA	30   r		a (ps q)	
26, 30, h -el.	31   r		a ps a q	
31, s -el.	32   r		a p	
27, 32, s -int.	33   r		ps a p	
28, 33, MDI	34   e	q		
27, 34, MDD	35   w	p z q		
(i ) Sup.	36   e	q		
Sup.Abs.	37   r		a p	
37, h -int.	38   r		a ph a q	
38, RA	39   r		a (ps q)	
26, 39, h -el.	40   r		a ps a q	
40, s -el.	41   r		a q	
36, 41, s -int.	42   r		qs a q	
37, 42, MDI	43   e	p		
36, 43, MDD	44   w	q z p		
35, 44, s -int.	45   w	p z q d q z p		
45, def. b	46   w	p b q		
26, 46, MDD	47   q	(ps q) h (a ps a q) x p b q		
25, 47, s -int.	48   q	pb qx (ps q)h (a ps a q)f (ps q)h (a ps a q)x p b q		
48, def. b	49   q	p b q n (ps q) h (a ps a q)		

a (ps q)b a ph a q
--------------------

## EXERCÍCIOS DE REVISÃO

**II) Demonstrar o valor lógico dos enunciados a seguir, através dos Métodos de Prova:**

$$1) q \text{ ps } (qs \text{ r}) \text{ b } (ps \text{ q})s \text{ r}$$

Solução: (A denominação ancestral deste teorema é Lei da Associação. Nossa denominação é “S – associativa”)

	TESE		q	ps (qs r) b (ps q)s r
(z )	Sup.	1	w	ps (qs r)
	1, s -el.	2	w	p
	1, s -el.	3	w	qs r
	3, s -el.	4	w	q
	3, s -el.	5	w	r
	2, 4, s -int.	6	w	ps q
	6, 5, s -int	7	w	(ps q)s r
	1, 7, MDD	8	q	ps (qs r) z (ps q)s r
(i )	Sup.	9	w	(ps q)s r
	9, s -el.	10	w	ps q
	9, s -el.	11	w	r
	10, s -el.	12	w	p
	10, s -el.	13	w	q
	13, 11, s -int.	14	w	qs r
	12, 14, s -int.	15	w	ps (qs r)
	9, 15, MDD	16	q	(ps q)s r z ps (qs r)
	8, 16, s -int.	17	q	ps (qs r) z (ps q)s r d (ps q)s r z ps (qs r)
	17, def. b	18	q	ps (qs r) b (ps q)s r

$$2) q \text{ (pz q) b } (a \text{ ph q})$$

Solução: (A denominação ancestral deste teorema é Lei da Implicação Material)

	TESE		q	(pz q) b (a ph q)
(z )	Sup.	1	w	pz q
	Sup. Abs.	2	e	a (a ph q)
	2, RA	3	e	ps a q
	3, s -el.	4	e	p
	3, s -el.	5	e	a q
	1, 4, MP	6	e	q
	5, 6, s -int	7	e	a qs q
	2, 7, MDI	8	w	a ph q
	1, 8, MDD	9	q	(pz q) z (a ph q)
(i )	Sup.	10	w	a ph q
	Sup.	11	e	p
	10, 11, h -el.	12	e	q
	11, 12, MDD	13	w	pz q

$a \text{ (ph q) b } a \text{ ps a q}$
--

10, 13, MDD	14	q	(a ph q) z (pz q)
9, 14, s-int.	15	q	(pz q) z (a ph q) d (a ph q) z (pz q)
15, def. b	16	q	(pz q) b (a ph q)

3) q (ps q) z r b pz (qz r)

Solução: (A denominação ancestral deste teorema é Lei da Importação/Exportação)

	TESE	q	(ps q) z r b pz (qz r)
(z )	Sup.	1	w (ps q) z r
	Sup.	2	e p
	Sup.	3	r q
2, 3, s-int.	4	r	ps q
1, 4, MP	5	r	r
3, 5, MDD	6	e	qz r
2, 6, MDD	7	w	pz (qz r)
1, 7, MDD	8	q	(ps q) z r x pz (qz r)
(i )	Sup.	9	w pz (qz r)
	Sup.	10	e ps q
10, s-el.	11	e	p
10, s-el.	12	e	q
9, 11, MP	13	e	qz r
13, 12, MP	14	e	r
10, 14, MDD	15	w	ps qz r
9, 15, MDD	16	q	pz (qz r) x ps qz r
8, 16, s-int.	17	q	(ps q)z r x pz (qz r) f pz (qz r) x ps qz r
17, def. b	18	q	(ps q)z r b pz (qz r)

4) q pz qsr n pz qd pz r

Solução: Observe-se que toda vez que se quer construir um Z iniciamos o MDD.

	TESE	q	pz qsr n pz qd pz r
(z )	Sup.	1	w pz qsr
	Sup.	2	e p
1, 2, MP	3	e	qsr
3, s-el.	4	e	q
2, 4, MDD	5	w	pz q
	Sup.	6	e p
1, 6, MP	7	e	qsr
7, s-el.	8	e	r
6, 8, MDD	9	w	pz r
5, 9, s-int.	10	w	pz qd pz r
1, 10, MDD	11	q	pz qsr x pz qd pz r
(i )	Sup.	12	w pz qd pz r
12, s-el.	13	w	pz q

12, s -el.	14	w	p z r
Sup.	15	e	p
13, 15, MP	16	e	q
14, 15, MP	17	e	r
16, 17, s -int.	18	e	q s r
15, 18, MDD	19	w	p z q s r
12, 19, MDD	20	q	p z q d p z r x p z q s r
11, 20, s -int.	21	q	p z q s r x p z q d p z r f p z q d p z r x p z q s r
21, def. b	22	q	p z q s r n p z q d p z r

5)  $q a (p z q) b p s a q$

Solução: (A denominação ancestral deste teorema é Lei da Transposição. A nossa denominação é “N - Z ”ou RA).

OBS: Este é um exercício realmente mais difícil e requer uma habilidade maior do estudante. Assim sendo, introduziremos a prática do rascunho, que é um dos segredos de realizar operações de maior sofisticação e que é largamente utilizada na prática científica.

Rasc:  $a (p z q) z p s a q n a (p s a q) z (p z q)$  (contra-positiva da ida)

	TESE		q	a (p z q) b p s a q
(z )	Sup.	1	w	a (p s a q)
	Sup.	2	e	p
	Sup. Abs.	3	r	a q
	2, 3, s -int.	4	r	p s a q
	1, 4, s -int.	5	r	a (p s a q) d p s a q
	3, 5, MDI	6	e	q
	2, 6, MDD	7	w	p z q
	1, 7, MDD	8	q	a (p s a q) z (p z q)
	8, CP	9	q	a (p z q) z p s a q
(i )	Sup.	10	w	p s a q
	10, s -el.	11	w	p
	10, s -el.	12	w	a q
	Sup. Abs.	13	e	p z q
	13, 11, MP	14	e	q
	12, 14, s -int.	15	e	a q s q
	13, 15, MDI	16	w	a (p z q)
	10, 16, MDD	17	q	p s a q z a (p z q)
	9, 17, s -int.	18	q	a (p z q) z p s a q d p s a q z a (p z q)
	18, def. b	19	q	a (p z q) b p s a q

6)  $q \wedge p \wedge s \wedge b \wedge a \wedge (a \wedge p \wedge h \wedge a \wedge q)$

Solução: (A denominação ancestral deste teorema é Lei de De Morgan)

Rasc. Volta:  $a \wedge (a \wedge p \wedge h \wedge a \wedge q) \wedge p \wedge s \wedge q$

( $p \wedge z \wedge q \wedge s \wedge r \wedge n \wedge p \wedge z \wedge q \wedge d \wedge p \wedge z \wedge r$  (exercício 4))

$a \wedge (a \wedge p \wedge h \wedge a \wedge q) \wedge p \wedge s \wedge q \wedge n \wedge a \wedge (a \wedge p \wedge h \wedge a \wedge q) \wedge p \wedge d \wedge a \wedge (a \wedge p \wedge h \wedge a \wedge q) \wedge q$

	TESE		q	( $p \wedge s \wedge q$ ) $b \wedge a \wedge (a \wedge p \wedge h \wedge a \wedge q)$
(z )	Sup.	1	w	$p \wedge s \wedge q$
	1, s -el.	2	w	$p$
	1, s -el.	3	w	$q$
	Sup. Abs.	4	e	$a \wedge p \wedge h \wedge a \wedge q$
	4, 2, h -el.	5	e	$a \wedge q$
	3, 5, s -int.	6	e	$q \wedge s \wedge a \wedge q$
	4, 6, MDI	7	w	$a \wedge (a \wedge p \wedge h \wedge a \wedge q)$
	1, 7, MDD	8	q	$p \wedge s \wedge q \wedge z \wedge a \wedge (a \wedge p \wedge h \wedge a \wedge q)$
(i )	Sup.	9	w	$a \wedge (a \wedge p \wedge h \wedge a \wedge q)$
	Sup. Abs.	10	e	$a \wedge p$
	10, h -int.	11	e	$a \wedge p \wedge h \wedge a \wedge q$
	9, 11, s -int.	12	e	$a \wedge (a \wedge p \wedge h \wedge a \wedge q) \wedge s \wedge (a \wedge p \wedge h \wedge a \wedge q)$
	10, 12, MDI	13	w	$p$
	9, 13, MDD	14	q	$a \wedge (a \wedge p \wedge h \wedge a \wedge q) \wedge z \wedge p$
	Sup.	15	w	$a \wedge (a \wedge p \wedge h \wedge a \wedge q)$
	Sup. Abs.	16	e	$a \wedge q$
	16, h -int.	17	e	$a \wedge p \wedge h \wedge a \wedge q$
	15, 17, s -int.	18	e	$a \wedge (a \wedge p \wedge h \wedge a \wedge q) \wedge s \wedge (a \wedge p \wedge h \wedge a \wedge q)$
	15, 18, MDI	19	w	$q$
	15, 19, MDD	20	q	$a \wedge (a \wedge p \wedge h \wedge a \wedge q) \wedge z \wedge q$
	14, 20, s -int.	21	q	$a \wedge (a \wedge p \wedge h \wedge a \wedge q) \wedge z \wedge p \wedge d \wedge a \wedge (a \wedge p \wedge h \wedge a \wedge q) \wedge z \wedge q$
	21, Ex.4	22	q	$a \wedge (a \wedge p \wedge h \wedge a \wedge q) \wedge z \wedge p \wedge s \wedge q$
	8, 22, s -int.	23	q	$p \wedge s \wedge q \wedge z \wedge a \wedge (a \wedge p \wedge h \wedge a \wedge q) \wedge d \wedge a \wedge (a \wedge p \wedge h \wedge a \wedge q) \wedge z \wedge p \wedge s \wedge q$
	23, def. b	24	q	$p \wedge s \wedge q \wedge b \wedge a \wedge (a \wedge p \wedge h \wedge a \wedge q)$

7)  $q \wedge p \wedge h \wedge q \wedge b \wedge a \wedge (a \wedge p \wedge s \wedge a \wedge q)$

Solução: (A denominação ancestral deste teorema é Lei de De Morgan)

Rasc. Volta:  $a \wedge (a \wedge p \wedge s \wedge a \wedge q) \wedge p \wedge h \wedge q \wedge n \wedge a \wedge (p \wedge h \wedge q) \wedge z \wedge a \wedge p \wedge s \wedge a \wedge q$  (contrapositiva da volta)

( $p \wedge z \wedge q \wedge s \wedge r \wedge n \wedge p \wedge z \wedge q \wedge d \wedge p \wedge z \wedge r$  (exercício 4))

$a \wedge (p \wedge h \wedge q) \wedge z \wedge a \wedge p \wedge s \wedge a \wedge q \wedge n \wedge a \wedge (p \wedge h \wedge q) \wedge z \wedge a \wedge p \wedge d \wedge a \wedge (p \wedge h \wedge q) \wedge z \wedge a \wedge q$

	TESE		q	$p \wedge h \wedge q \wedge b \wedge a \wedge (a \wedge p \wedge s \wedge a \wedge q)$
(z )	Sup.	1	w	$p \wedge h \wedge q$
	Sup. Abs.	2	e	$a \wedge p \wedge s \wedge a \wedge q$
	2, s -el.	3	e	$a \wedge p$
	2, s -el.	4	e	$a \wedge q$

	3, 1, h -el.	5   e	q
	4, 5, s -int.	6   e	a q s q
	2, 6, MDI	7   w	a (a p s a q)
	1, 7, MDD	8   q	ph q z a (a p s a q)
(i)	Sup.	9   w	a (p h q)
	Sup. Abs.	10   e	p
	10, h -int.	11   e	p h q
	9, 11, s -int.	12   e	a (p h q) s (p h q)
	10, 12, MDI	13   w	a p
	9, 13, MDD	14   q	a (p h q) z a p
	Sup.	15   w	a (p h q)
	Sup. Abs.	16   e	q
	16, h -int.	17   e	p h q
	15, 17, s -int.	18   e	a (p h q) s (p h q)
	16, 18, MDI	19   w	a q
	15, 19, MDD	20   q	a (p h q) z a q
	14, 20, s -int.	21   q	a (p h q) z a p d a (p h q) z a q
	21, Ex.4	22   q	a (p h q) z a p s a q
	22, CP	23   q	a (a p s a q) z p h q
	8, 23, s -int.	24   q	ph q z a (a p s a q) d a (a p s a q) z p h q
	24, def. b	25   q	ph q b a (a p s a q)

8)  $q a (p s q) b a p h a q$

Solução: (A denominação ancestral deste teorema é Lei de De Morgan. Nossa denominação é “N - S” ou RA)

Rasc Ida:  $a (p s q) z a p h a q n a (a p h a q) z p s q$  (Contra-Positiva)

Rasc Volta:  $a p h a q z a (p s q) n p s q z a (a p h a q)$  (Contra-Positiva)

$p s q z a (a p h a q) d a (a p h a q) z p s q$

( Exercício 6:  $p s q b a (a p h a q)$  )

	TESE	q	a (p s q) b a p h a q
	Ex. 6	1   q	p s q b a (a p h a q)
	1, def. b	2   q	p s q z a (a p h a q) d a (a p h a q) z p s q
	2, s -el.	3   q	p s q z a (a p h a q)
	2, s -el.	4   q	a (a p h a q) z p s q
	3, CP	5   q	a p h a q z a (p s q)
	4, CP	6   q	a (p s q) z a p h a q
	6, 5, s -int.	7   q	a (p s q) z a p h a q d a p h a q z a (p s q)
	7, def. b	8   q	a (p s q) b a p h a q

9)  $q \wedge a \wedge (p \wedge h \wedge q) \wedge b \wedge a \wedge p \wedge s \wedge a \wedge q$

Solução: (A denominação ancestral deste teorema é Lei de De Morgan. Nossa denominação é “N - h ” ou RA)

Rasc Ida:  $a \wedge (p \wedge h \wedge q) \wedge z \wedge a \wedge p \wedge s \wedge a \wedge q \wedge n \wedge a \wedge (a \wedge p \wedge s \wedge a \wedge q) \wedge z \wedge p \wedge h \wedge q$  (Contra-Positiva)

Rasc Volta:  $a \wedge p \wedge s \wedge a \wedge q \wedge z \wedge a \wedge (p \wedge h \wedge q) \wedge n \wedge p \wedge h \wedge q \wedge z \wedge a \wedge (a \wedge p \wedge s \wedge a \wedge q)$  (Contra-Positiva)

$p \wedge h \wedge q \wedge z \wedge a \wedge (a \wedge p \wedge s \wedge a \wedge q) \wedge d \wedge a \wedge (a \wedge p \wedge s \wedge a \wedge q) \wedge z \wedge p \wedge h \wedge q$

( Exercício 7:  $p \wedge h \wedge q \wedge b \wedge a \wedge (a \wedge p \wedge s \wedge a \wedge q)$  )

TESE		q		a	(	p	∧	h	∧	q)	∧	b	∧	a	∧	p	∧	s	∧	a	∧	q																						
Ex. 7		1		q		p	∧	h	∧	q	∧	b	∧	a	∧	(	a	∧	p	∧	s	∧	q)																					
1, def. b		2		q		p	∧	h	∧	q	∧	z	∧	a	∧	(	a	∧	p	∧	s	∧	q)	∧	d	∧	a	∧	(	a	∧	p	∧	s	∧	q)	∧	z	∧	p	∧	h	∧	q
2, s -el.		3		q		p	∧	h	∧	q	∧	z	∧	a	∧	(	a	∧	p	∧	s	∧	q)																					
2, s -el.		4		q		a	∧	(	a	∧	p	∧	s	∧	q)	∧	z	∧	p	∧	h	∧	q																					
4, CP		5		q		a	∧	(	p	∧	h	∧	q)	∧	z	∧	a	∧	p	∧	s	∧	q																					
3, CP		6		q		a	∧	p	∧	s	∧	q	∧	z	∧	a	∧	(	p	∧	h	∧	q)																					
5, 6, s -int.		7		q		a	∧	(	p	∧	h	∧	q)	∧	z	∧	a	∧	p	∧	s	∧	q	∧	d	∧	a	∧	p	∧	s	∧	q	∧	z	∧	a	∧	(	p	∧	h	∧	q)
7, def. b		8		q		a	∧	(	p	∧	h	∧	q)	∧	b	∧	a	∧	p	∧	s	∧	q																					

## CAPÍTULO VI

### 6. OS QUANTIFICADORES

Existem diversas estratégias para a introdução dos quantificadores. Adotamos aquela que julgamos mais conveniente e que, ao mesmo tempo, não necessite de uma introdução prévia da Axiomática de Peano.

Naturalmente que, no desenvolver de nossas idéias, percebe-se que estas dependem, direta ou indiretamente, de um conjunto de conhecimentos que são pré-lógicos. A tal forma de organização do pensamento, onde ainda não se encontram os métodos da Lógica, daremos o nome de **sistemática**. Isto é, a Lógica seria um tipo de sistemática. Os orientais são sistemáticos e não são lógicos. Mas todo lógico é sistemático. Nessa sistemática pré-lógica estão razoavelmente estabelecidas certas idéias que serão re-vistas por esta nova forma de sistemática, a Lógica, também de uma maneira nova. Mas seria impossível construir a Lógica sem essa sistemática base. Outras lógicas, que não a Crisp, também são formas especiais de sistemática, como exemplo a Lógica Fuzzy<sup>1</sup>. Na sistemática geral, aquela que denominamos pré-lógica, as idéias de conjunto, elemento e pertinência estão bem estabelecidas, assim como a contagem. Ficou claro que, ao menos indiretamente, apelamos a estas idéias quando apresentamos os Métodos de Prova com os campos teóricos experimentais. Usando um ditado popular, “pode-se chamar tangerina de mexerica, mas essa continua sendo tangerina”.

Assim sendo, posto a nu o que de fato se desenrola, uma das superlativizações alternativas da sistemática geral (uma das lógicas), iremos apresentar sem pudor os quantificadores. Porém, antes destes, iniciaremos com a rotulação:

#### 6.1 ROTULAÇÃO

Ao definirmos as operações do Cálculo Proposicional (também denominado de Cálculo dos Enunciados), demos um nome, **um rótulo**, a estas operações. São exemplos de rótulos: o “S -introdução”, a “def. b ”, o “*Modus Ponens*”, etc.. Alguns mecanismos são oriundos das definições, outros dos axiomas de extensionalidade, outros dos axiomas de combinabilidade e outros de teoremas, isto é, de enunciados que

demonstramos, ao longo de nossas considerações anteriores. Ou ainda, para podermos fluir linguisticamente e manter sob controle nossas considerações, e até mesmo porque nossa unidade de discurso é o enunciado e não o termo, precisamos de um mecanismo de rotulação, uma operação para nomear coisas. Vejamos.

### ROTULAÇÃO (Seja):

Toda vez que precisamos nomear um enunciado, ou exibir um termo que satisfaça uma dada condição (tal como tornar verdadeiro um outro enunciado) em nosso discurso, utilizaremos esse mecanismo, que terá como sigla de justificação: “Seja”. Observem que, no ato de rotular, caso tenhamos a necessidade de nomear um termo, transformaremos este juntamente com o termo designativo num enunciado atômico. Caso a necessidade seja de rotular um enunciado, transformamos o todo num enunciado molecular.

Exemplos: (à esquerda fica o termo designativo)

i.  $\delta = \min \{ \delta_1, \delta_2 \};$

ii.  $\delta = \varepsilon/2;$

*comentário:* os dois exemplos acima são típicos no Cálculo Diferencial e Integral.

iii. E(S(n)) b.  $S(n) + 1 = 1 + S(n);$

*comentário:* o exemplo acima é usual em Matemática Discreta, onde muito se utiliza o Método de Indução Lógica (também denominado de Método de Indução Finita).

iv. p: Cintia é uma advogada

*comentário:* o exemplo acima foi utilizado por nós na definição dos juntores.

Critério:

Não utilizar como termo designativo algum termo utilizado na coisa designada.

- Esta prática não acontece na linguagem Matemática. Nosso exemplo (iii) acima não comete tal erro. Apenas se utiliza do termo  $S(n)$  para compor o termo designativo  $E(S(n))$  que é distinto do primeiro. Boa parte das rotulações matemáticas trabalha com números índices: definição 5, teorema 10 etc. .
- Já, na Literariedade Filosófica, este erro é bastante comum, causando dubiedades e acrescentando dificuldades às naturais dificuldades já existentes. Mesmo Platão o faz. Para definir a justiça, utiliza o termo “justiça”, isto é,

utiliza o rótulo na composição do conceito. O hábito, melhor dizendo, o vício, deve ser afastado. O que é bastante difícil, pois se encontra muito entranhado em nossa cultura.

## 6.2 O QUANTIFICADOR UNIVERSAL

Identificado com o símbolo @, representa a expressão “Qualquer que seja” ou a expressão “Para todo”. Deve-se ter muito cuidado com a utilização do quantificador universal, pois o mesmo acarreta a generalização. É muito comum produzir erros em generalizações. Para demonstrar um erro numa generalização, isto é, em enunciados que utilizam o quantificador universal, basta apresentar uma contra-prova.

### Definição

$\forall x (P_x) \Leftrightarrow$  Qualquer que seja  $x$ ,  $x$  obedece à propriedade  $P$ .

14:

Assim sendo, o símbolo @ pode ser lido como: “Qualquer que seja” ou como “Para todo”.

Exemplos:

- 1) Todos os alunos desta sala são altos.

Contra-prova: basta exibir um aluno da sala de baixa estatura.

- 2) Qualquer que seja o cisne, o cisne será branco.

Contra-prova: basta exibir um cisne negro ou de qualquer outra cor diferente da afirmada.

### Operações Associadas ao @:

#### 1) @-int. (Generalização):

Critérios:

- i. indução: critério mais utilizado nas ciências empíricas. Seja a indução elementar associada à simples enumeração, seja associada à indução probabilística, deve-se entender que o mecanismo ou OLV não está provado e sim corroborado<sup>2</sup>, até aquele momento, pela experiência, ou por experimentos.

Apesar de alguns não gostarem da indução, sem ela não haveria ciência empírica. Isto é, tudo se passaria apenas nas linguagens (Matemática e Filosofia) e haveria uma necrose do pensamento. Estes mecanismos, ou OLVs, deverão ser periodicamente testados e todos os enunciados dele derivados deverão ser a eles indexados, para se manter um controle da teoria.<sup>3</sup>

- ii. dedução: pode haver uma dedução onde se conclui um certo enunciado generalizado. Tal coisa, em geral, se dá na linguagem. Exemplo: Qualquer que seja o número par maior que 2, este número não é primo.
- iii. cautela: apesar de parecer um critério fraco, é um dos mais utilizados. É comum eliminarmos provisoriamente o quantificador universal, para operarmos com mais tranquilidade, e depois novamente introduzi-lo. Deve-se proceder com cautela, verificando-se se nenhuma peculiaridade foi atribuída à variável em questão. Caso contrário não se poderá introduzir o @.
- iv. exaustão: é um mecanismo parecido com a indução, só que a quantidade de coisas a se verificar é finita no tempo e no espaço, o que permite factualmente o esgotamento da coleção a ser analisada.

## 2) @-el. (Especialização):

Critério: Se vale para todos, deve valer para qualquer um que se tome em particular. O nome da operação é concentração (no Direito) ou especialização (nas demais áreas). O nome ancestral é Silogismo Dedutivo.

Exemplo: Tem-se que: Todo homem é mortal.

Sabe-se que: Sócrates é homem.

Afirma-se que: Sócrates é mortal.

Após a apresentação das operações associadas, percebe-se claramente que não se fez recurso ao arcabouço lógico que anteriormente desenvolvemos. Na apresentação acima, apesar de aparentar uma “lógica” (na má acepção da palavra), fizemos apenas uma certa sistematização de procedimentos. Ou seja, nesta primeira apresentação dos quantificadores, estaremos estabelecendo apenas elementos da sistemática geral. Na medida em que formos avançando, seja pela combinação dos

quantificadores com os jutores, seja pela introdução da Axiomática de Peano (isto é, com a presença do conjunto dos Naturais), haverá uma re-leitura dos quantificadores pela ótica da Lógica. Desta forma, esta parte da sistemática geral está na sombra do arcabouço lógico, e na re-leitura pelos procedimentos lógicos as coisas acabam se confundindo (no sentido de confusão jurídica ou fusão nas demais áreas). Assim sendo, o famoso Silogismo Dedutivo de Aristóteles, pretense “Pai da Lógica”, não é bem lógica<sup>4</sup>.

### 6.3 O QUANTIFICADOR EXISTENCIAL

Neste quantificador, as dificuldades e facilidades estão invertidas com relação ao anterior. Para verificar a veracidade de um enunciado contendo o quantificador existencial, basta **exibir** um elemento.

#### Definição 15:

$\exists x (P_x) \text{ b}$  Existe pelo menos um  $x$ , tal que  $x$  obedece à propriedade  $P$ .

Exemplos:

- Existe pelo menos um ser humano na sala, tal que este ser humano é do sexo feminino. (Basta exibir uma aluna, para comprovar a veracidade do enunciado).
- Existe pelo menos um ser humano na sala, tal que este ser humano não é aluno regularmente inscrito na turma. (Basta exibir o professor).
- Existe pelo menos um ente pensante. (Basta refletir sobre o fato de que alguém está pensando este pensamento, assim o fez Descartes).

Já, para negar que existe pelo menos um, é quase tão difícil quanto provar o existencial.

Em vista de que:

Não é verdade que para todo  $x$ ,  $x$  obedece à propriedade  $P$   
equivale a dizer que

Existe pelo menos um  $x$ , tal que  $x$  não obedece à propriedade  $P$

Ou ainda:

Não é verdade que existe pelo menos um  $x$ , tal que  $x$  obedece à propriedade  $P$   
equivale a dizer que

Para todo  $x$ ,  $x$  não obedece à propriedade  $P$

Escrevendo em símbolos:

**Axiomas 13, 14:** Axiomas da Combinabilidade da Definição do Juntor “NÃO” e das Definições dos Quantificadores Universal e Existencial:

$$a \rightarrow x (P_x) \rightarrow b \quad \rightarrow x (a \rightarrow P_x)$$

$$a \rightarrow x (P_x) \rightarrow b \quad \rightarrow x (a \rightarrow P_x)$$

Exemplos:

- a) Não é verdade que exista pelo menos um aluno, tal que este aluno possua três metros de altura.
- Para garantirmos a veracidade do enunciado, deveremos provar que: Qualquer que seja o aluno, este aluno não possui três metros de altura.
    - ◆ Se o conjunto for finito no tempo e no espaço, tal como a “turma  $y$ ” formada no “semestre  $z$ ”, basta criar um mecanismo de medida e com um processo de exaustão resolver a questão.
    - ◆ Se houver uma informação adicional, tal como: a sala possui 2,50 m e todos entram normalmente andando. Podemos deduzir que ninguém possui três metros.
    - ◆ Se não houver limitação no tempo e no espaço, deveremos analisar se homens muito altos foram alunos, mesmo onde pairam dúvidas da existência real, tal como o Golias de Davi. Caso nenhum dos casos estudados tenha três metros, dizemos que o enunciado está **corroborado**, e não provado, mas o utilizamos normalmente (e de preferência o indexamos a outras conclusões, para controlar possíveis erros).
    - ◆ Em todos os casos anteriores a cautela é uma receita permanente. E mesmo no processo de exaurimento, o mais confiável de todos, o mecanismo, que poderia ser “uma simples olhadela na turma”, deve ser cauteloso.
- b) Não é verdade que exista pelo menos um número, tal que este número seja um par maior do que dois e que este número seja primo.
- Para garantirmos a veracidade do enunciado, deveremos provar que: Qualquer que seja o número, número par maior do que dois não é primo.

- ◆ Neste caso, o critério da dedução é o aconselhável. Pois, sendo a cardinalidade do conjunto dos números naturais infinito, o exaurimento é impossível.

### Operações Associadas ao \$:

#### 1) “\$-el.”:

Critério: Se existe pelo menos um algo (termo ou enunciado) que satisfaça a propriedade P, ao eliminarmos de um enunciado o quantificador existencial, devemos exibir concretamente um termo ou um enunciado que satisfaça a propriedade em tela.

#### 2) “\$-int.”:

Critério: Se existe concretamente pelo menos um termo (ou enunciado) que satisfaça a propriedade P, podemos introduzir o quantificador existencial.

## 6.4 O QUANTIFICADOR EXISTENCIAL ESPECIAL

Neste quantificador as dificuldades são ainda maiores:

- i. Se existe, devemos exibir. Entretanto, também devemos provar que nenhum outro existe.
- ii. Se isto não é verdade, deveremos:
  - a. Exibir que dois ao menos existem, ou;
  - b. Provar que nenhum existe.

### Definição 16:

$\$! x (P_x) b$  Existe um único x, tal que x obedece à propriedade P.

**Axioma 15:** Axioma da Combinabilidade da Definição do Juntor “NÃO” e da Definição do Quantificador Existencial Especial:

$a \$! x (P_x) m \quad \$ x_1 (P_x) s \quad \$ x_2 (P_x) d \quad x_1 \setminus x_2 k \quad @x (a P_x)$

## Operações Associadas ao $\exists$ :

### 1) “&-el.”:

Critério: Se existe um único (termo ou enunciado) que satisfaça a propriedade P, ao eliminarmos de um enunciado o quantificador existencial especial, devemos exibir concretamente o termo ou o enunciado que satisfaça a propriedade em tela.

### 2) “&-int.”:

Critério: Se existe concretamente um único termo (ou enunciado) que satisfaça a propriedade P, podemos introduzir o quantificador existencial especial. Entretanto, deveremos provar que nenhum outro termo ou enunciado satisfaz a propriedade P. Para isso deveremos utilizar os critérios já enumerados no quantificador universal.

Já pudemos perceber que, ao utilizarmos os quantificadores, também lançamos mão dos juntores. Isto é, no Cálculo Quantificacional não podemos prescindir do Cálculo Proposicional. Infelizmente, no desenvolvimento da Lógica houve sérios equívocos e costuma-se denominar o Cálculo Quantificacional de Cálculo de Predicados. Mesmo que o termo “Cálculo de Predicados” fosse corrigido para “Cálculo de Predicativos”, ainda assim, existiriam diferenças de objetivos entre o Cálculo Quantificacional e o Cálculo de Predicativos (este último semelhante aos objetivos de um programa em PROLOG). Deixaremos para praticar o Cálculo Quantificacional, tal como o entendemos, no âmbito da Matemática. Faremos aqui somente alguns exemplos:

- i.  $a @x (P_x \text{ s } Q_x) b \quad \exists x (a (P_x \text{ s } Q_x)) b \quad \exists x (a P_x \text{ h } a Q_x)$
- ii.  $a @x (P_x \text{ h } Q_x) b \quad \exists x (a (P_x \text{ h } Q_x)) b \quad \exists x (a P_x \text{ s } a Q_x)$
- iii.  $a @x (P_x \text{ z } Q_x) b \quad \exists x (a (P_x \text{ z } Q_x)) b \quad \exists x (P_x \text{ s } a Q_x)$
- iv.  $a \exists x (P_x \text{ s } Q_x) b \quad @x (a (P_x \text{ s } Q_x)) b \quad @x (a P_x \text{ h } a Q_x)$
- v.  $a \exists x (P_x \text{ h } Q_x) b \quad @x (a (P_x \text{ h } Q_x)) b \quad @x (a P_x \text{ s } a Q_x)$
- vi.  $a \exists x (P_x \text{ z } Q_x) b \quad @x (a (P_x \text{ z } Q_x)) b \quad @x (P_x \text{ s } a Q_x)$
- vii.  $a \exists!x (P_x) m \quad \exists x_1 (P_{x_1}) \text{ s } \exists x_2 (P_{x_2}) \text{ d } x_1 \setminus x_2 \text{ k } @x (a P_x)$
- viii.  $a \exists!x (P_x \text{ s } Q_x) m \quad \exists x_1 (P_{x_1} \text{ s } Q_{x_1}) \text{ s } \exists x_2 (P_{x_2} \text{ s } Q_{x_2}) \text{ d } x_1 \setminus x_2 \text{ k } @x (a (P_x \text{ s } Q_x))$
- ix.  $a \exists!x (P_x \text{ h } Q_x) m \quad \exists x_1 (P_{x_1} \text{ h } Q_{x_1}) \text{ s } \exists x_2 (P_{x_2} \text{ h } Q_{x_2}) \text{ d } x_1 \setminus x_2 \text{ k } @x (a (P_x \text{ h } Q_x))$
- x.  $a \exists!x (P_x \text{ z } Q_x) m \quad \exists x_1 (P_{x_1} \text{ z } Q_{x_1}) \text{ s } \exists x_2 (P_{x_2} \text{ z } Q_{x_2}) \text{ d } x_1 \setminus x_2 \text{ k } @x (a (P_x \text{ z } Q_x))$
- xi.  $a \exists!x (P_x \text{ z } Q_x) m \quad \exists x_1 (P_{x_1} \text{ z } Q_{x_1}) \text{ s } \exists x_2 (P_{x_2} \text{ z } Q_{x_2}) \text{ d } x_1 \setminus x_2 \text{ k } @x (P_x \text{ s } a Q_x)$

## CAPÍTULO VII

### 7. TEORIA ELEMENTAR DOS CONJUNTOS

Iniciaremos agora nosso estudo acerca dos conjuntos. A chamada Matemática Moderna caracteriza-se pelo fato de ter seus fundamentos alicerçados na Teoria dos Conjuntos. Esta forma de construir a Matemática teve início no século XIX e demorou algum tempo para chegar ao Brasil. Ainda hoje, nas salas de aula do Ensino Fundamental e do Ensino Médio e incredibilissimamente também no ensino superior, a Teoria dos Conjuntos é apresentada de uma forma ingênua e fica desconectada dos demais tópicos. Por exemplo, se perguntarmos ao recém chegado à universidade o que uma função do tipo seno, ou do tipo polinomial, tem a ver com conjuntos, este não saberá responder (salvo raríssimas exceções). Não obstante, o estudante aprende conjuntos, gosta, porém acha que não serve para nada.

Deixando agora os problemas do ensino de massa e iniciando nossas considerações propriamente ditas, já comentamos que ao menos uma forma ingênua ou intuitiva de conjuntos já fazia parte da sistemática pré-lógica. Idéias como relações biunívocas na contagem remontam a períodos muito antigos. Cremos que vários conceitos intuitivos, algumas operações e mesmo algumas relações possam ser colocadas no âmbito da sistemática. Aqui iremos desenvolver a Teoria dos Conjuntos, baseando-nos naquilo que anteriormente vimos em Lógica.

#### 7.1 CONCEITOS OSTENSIVOS OU INTUITIVOS

Da mesma forma que nos munimos dos conceitos de termo e enunciado intuitivamente (a partir de sensações), iremos nos munir dos conceitos de elemento e conjunto. Os jogadores de um time de futebol formam uma equipe. Esta equipe é o conjunto de jogadores que possui um rótulo: Flamengo, Palmeiras, Vasco, Cruzeiro, Corinthians, Grêmio, etc.. Cada jogador é um elemento do conjunto. O vínculo que cada jogador possui com sua equipe, ou o vínculo que cada elemento possui com seu conjunto é a pertinência. Assim temos:

Jogador (termo) é um elemento.  
Equipe (termo) é um conjunto.

O jogador pertence a sua equipe (enunciado).

Desta forma, temos que certos elementos **pertencem** a certos conjuntos.

Convenção 10: Para rotular elementos, utilizaremos letra minúsculas do nosso alfabeto.

Convenção 11: Para rotular conjuntos, utilizaremos letras maiúsculas de nosso alfabeto.

Convenção 12: Para designar a pertinência entre elemento e conjunto, utilizaremos o símbolo (predicado): A

Convenção 13: Para designar a não pertinência entre elemento e conjunto, utilizaremos o símbolo (predicado): S

**Axiomas 17, 18:** Axiomas da Combinabilidade da Definição do Juntor “NÃO” e das Convenções dos Predicados “A” e “S”:

$$a (xAA) b \quad xSA$$

$$a (xSA) b \quad xAA$$

## 7.2 TIPOS DE REPRESENTAÇÕES EM TEORIA DOS CONJUNTOS

Na teoria dos Conjuntos é habitual representar os elementos dos conjuntos das seguintes formas:

- i. Tabular ou Enumerativa;
- ii. Propriedade;
- iii. Diagrama.

Veremos agora estas formas individualmente.

### 7.2.1 TABULAÇÃO OU ENUMERAÇÃO

Caso nos interesse representar coletivamente as vogais de nosso alfabeto, podemos escrever as mesmas entre chaves e rotular o conjunto com uma letra maiúscula:

$$A = \{a,e,i,o,u\}$$

Assim sendo, temos que: aAA, iAA, xSA, uAA, zSA.

No caso em tela, nossa representação tabular exibiu cada um dos elementos do conjunto das vogais. Algumas vezes, entretanto, essa total representação torna-se desnecessária ou cansativa. Vejamos o caso de quisermos representar os 51 primeiros números Naturais. Podemos então proceder da seguinte maneira:

$$B = \{0,1,2,3,4,\dots,49,50\}$$

Ao atentarmos para a representação, percebemos que os 3 pontinhos entre vírgulas estão por representar os 44 naturais faltantes. Percebe-se, ainda, que não haveria dificuldade de se imaginar o próximo a ser representado depois do 4 e tampouco o anterior ao 49. Esta técnica de representação obriga, entretanto, uma “ordem” que não é obrigatória normalmente neste tipo de representação.

$$C = \{1,2,3,4\} = \{4,3,2,1\} = \{1,3,2,4\} = \{4,2,3,1\}$$

Se tentássemos fazer o mesmo com os pontinhos, isso não seria possível:

$$B = \{0,1,2,3,4,\dots,49,50\} \setminus \{50,1,3,49,\dots,4,2,0\} = D$$

O conjunto **D** percebe-se ininteligível, ou seja, os pontinhos não indicam precisamente quem seriam os elementos. Assim sendo, a técnica de suprimir elementos e substituir por pontinhos deve ser utilizada com cautela, não havendo possibilidade de dubiedades ou qualquer outro tipo de querela.

Desde que não haja nenhuma querela, podemos inclusive representar conjuntos onde seria impossível listar exaustivamente os elementos<sup>1</sup>:

$$E = \{1,2,3,\dots, 10^{100}\}$$

$$F = \{1,2,3,\dots\}$$

No primeiro exemplo, temos um número muito grande de elementos, o último elemento (que nesse caso específico também serve como quantidade de elementos do conjunto em tela) possui um nome esquisito: **gugolplex**, ou ainda, 10 elevado a  $10^{100}$ , ou 10 elevado a um **gugol**. Quando iniciamos nosso curso de Matemática no início dos anos 80, nossa curiosidade aguçada levou-nos a certas curiosidades matemáticas. Eis que agora as aproveitamos em textos mais sérios. Este conjunto **E** levaria algumas gerações para ser representado por enumeração, tal como feito no conjunto **A**. Escrever 1 bilhão de números ( $1.000.000.000 = 10^9$ ), a maioria com mais de 4 dígitos, deve dar um trabalhão. Imaginem escrever  $10^{100}$ . Isto é, um gugol de números. Imaginem agora escrever um gugolplex de números.

No segundo exemplo, temos um conjunto **F**, representado com pontinhos ao final. Isto significa que não há um maior número e o conjunto não possui um referencial final à direita (à esquerda este referencial é 1). Dizemos que o conjunto não possui um

limite à direita, o que, no caso, significa que ele aumenta indefinidamente sua quantidade de elementos, isto é, é um conjunto infinito<sup>2</sup>. As questões de representação nos catapultaram a estes conceitos de infinito, finito, limitado e ilimitado. Porém, deixaremos um tratamento mais preciso para outros textos e aqui ficaremos com essas noções mais intuitivas, em face do pouco instrumental que dispomos ao iniciarmos a Teoria dos Conjuntos. Fica porém a curiosidade do leitor aguçada. Finalizando, o conjunto **F**, que utiliza pontinhos em sua representação tabular, está representado de forma satisfatória para os objetivos em curso.

### 7.2.2 PROPRIEDADE

Podemos, ao invés de representar enumerativamente os elementos de um conjunto, caracterizá-los através de enunciados abertos. Vejamos os conjuntos já anteriormente descritos:

$$A = \{a,e,i,o,u\} \quad b \quad A = \{x \text{ A Alfabeto Latino} \mid x \text{ é uma vogal}\}$$

(Lê-se: **A** é o conjunto dos elementos do tipo  $x$ , pertencentes ao conjunto de letras do Alfabeto Latino, tal que  $x$  é uma vogal.)<sup>3</sup>

$$B = \{0,1,2,3,4,\dots,49,50\} \quad b \quad B = \{x \in \mathbb{N} \mid x \leq 50\}$$

(Lê-se: **B** é o conjunto dos elementos do tipo  $x$ , pertencentes ao conjunto dos números Naturais, tal que  $x$  é menor ou igual a 50.)

Dessa forma, os elementos do conjunto serão todos aqueles que tornam o enunciado aberto num enunciado verdadeiro (e conseqüentemente fechado).

$$C = \{1,2,3,4\} \quad b \quad C = \{x \in \mathbb{N} \mid 1 \leq x \leq 4\}$$

(Lê-se: **C** é o conjunto dos elementos do tipo  $x$ , pertencentes ao conjunto dos números Naturais, tal que  $x$  é maior ou igual a 1 e  $x$  é menor ou igual a 4).

$$D = \{50,1,3,49,\dots,4,2,0\}$$

O conjunto **D** parece ser um conjunto formado de números naturais. Porém, esta forma de representação errônea, acima apresentada, não permite formular uma lei de formação adequada e precisa. Sendo assim, não se pode representar algo que minimamente não se conhece.

$$E = \{1,2,3,\dots, 10^{100}\} \quad b \quad E = \{x \in \mathbb{N} \mid 1 \leq x \leq 10^{100}\}$$

O conjunto acima, apesar de ser muito grande, nessa forma de representação não difere em absoluto do conjunto **C**.

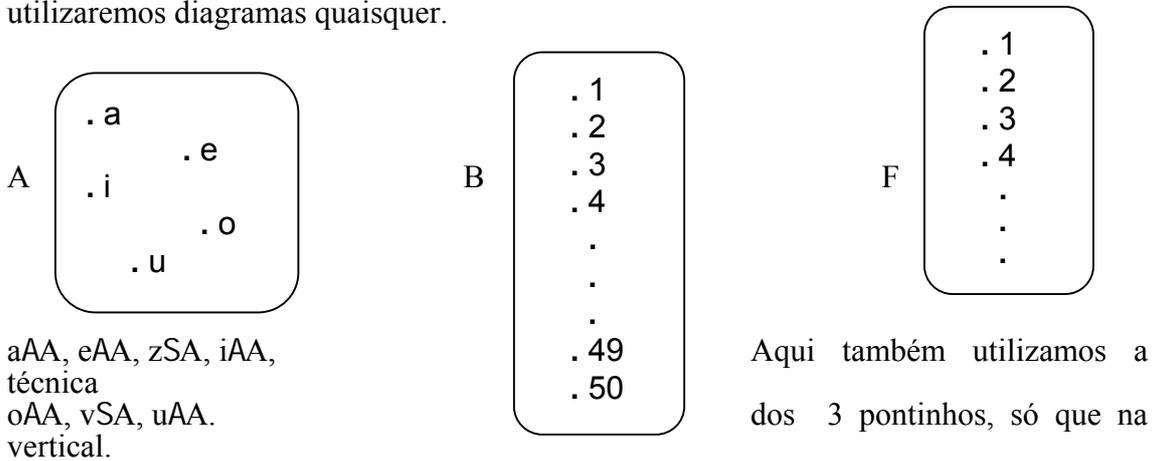
$$F = \{1,2,3,\dots\} \text{ b } F = \{x \in \mathbb{N} \mid x \geq 1\}$$

(Lê-se: **F** é o conjunto dos elementos do tipo  $x$ , pertencentes ao conjunto dos números Naturais, tal que  $x$  é maior ou igual a 1.)

Também o último exemplo, motivo de comentários na forma de representação enumerativa, não apresentou nenhuma dificuldade na forma de representação por propriedade.

### 7.2.3 DIAGRAMAS

Existem diversas formas de diagramas. Quando na forma de circunferência, denomina-se diagrama de Euler-Venn (em homenagem a dois matemáticos). Aqui utilizaremos diagramas quaisquer.



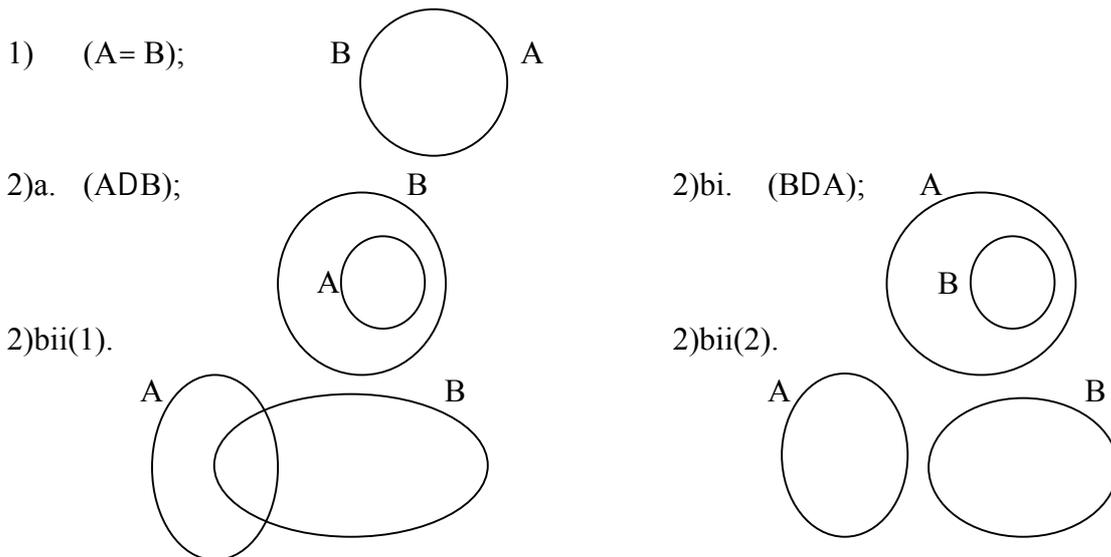
### 7.3 COMPARAÇÃO DE CONJUNTOS

Na teoria dos Conjuntos podem-se comparar dois conjuntos, qualitativamente ou quantitativamente. Para compararmos dois conjuntos quantitativamente precisamos de uma técnica de contagem, coisa que no momento ainda não dispomos. Assim sendo, a comparação que faremos neste momento é a qualitativa. Nesta comparação qualitativa, devemos comparar nos conjuntos quem são os elementos de um e de outro conjunto. Dois conjuntos podem ser iguais ou diferentes. No caso de serem diferentes, por vezes utilizaremos os predicados **D** (está contido) e **F** (não está contido), e as explicações abaixo nos farão compreender os casos de seu uso. Tomemos abstratamente **A** e **B** como conjuntos:

- 1)  $A = B$ ; isto é, possuem exatamente os mesmos elementos.
- 2)  $A \setminus B$ ; isto é, não possuem exatamente os mesmos elementos.

- a)  $A \subset B$  (e  $B \supset A$ ); isto é, todos os elementos de  $A$  encontram-se também em  $B$ . Mas o inverso não ocorre (caso contrário seriam iguais)<sup>4</sup>. Alguns autores escrevem  $A \subset B$ .
- b)  $A \not\subset B$ ; isto é, não é o caso de todos os elementos de  $A$  estarem também em  $B$ .
- i)  $B \subset A$  (e  $A \supset B$ ); isto é, todos os elementos de  $B$  encontram-se também em  $A$ . Mas o inverso não ocorre (caso contrário seriam iguais). Alguns autores escrevem  $B \subset A$ .
- ii)  $B \not\subset A$  (e  $A \not\subset B$ ); isto é, não é o caso de todos os elementos de  $B$  estarem também em  $A$ .
- (1) Possuem alguns elementos em comum.
- (2) Não possuem nenhum elemento em comum. Neste caso são ditos conjuntos disjuntos.

Como forma de auxílio para o raciocínio, façamos diagramas representando as situações acima:



Percebam que, para fazer as comparações acima, não precisamos fazer recurso à Lógica. Só precisamos ser um pouco sistemáticos em nossos procedimentos<sup>5</sup>. Entretanto, a partir de agora iremos usar Lógica ao deitarmos nossos olhos nos casos 2a e 1, de forma que, nesta nova forma de representação que engendramos, seja possível um posterior tratamento pelos métodos de dedução. Em ambos os casos supracitados estaremos, respectivamente, usando os predicados  $\subset$  e  $=$ . Desta forma, estaremos transformando os termos  $A$  e  $B$ , rótulos de dois conjuntos abstratos, nos enunciados  $A \subset B$  e  $A = B$ .

### 7.3.1 INCLUSÃO DE CONJUNTOS

Sejam A e B rótulos (nomes) de dois conjuntos quaisquer.

**Definição 16:**

$$A \subseteq B \text{ b } (@x)(x \in A \supset x \in B)$$

A **Definição 16** pode ser lida das seguintes formas<sup>6</sup>:

- i. Dizer que A está contido em B, equivale a dizer que, para todo elemento x, se x pertencer a A, então x pertence a B.
- ii. A estará contido em B, se e somente se, para todo elemento x, se x pertencer a A, então x pertence a B.

**Axioma 19:** Axioma da Combinabilidade da Definição do Juntor “NÃO” e da Definição de “D”:

$$a (A \subseteq B) \text{ b } A \subseteq B$$

### 7.3.2 IGUALDADE DE CONJUNTOS

Sejam A e B rótulos (nomes) de dois conjuntos quaisquer<sup>7</sup>.

**DEFINIÇÃO 17:**

$$A = B \text{ b } (@x)(x \in A \text{ b } x \in B)$$

A **Definição 17** pode ser lida das seguintes formas:

- i. Dizer que A é igual a B, equivale a dizer que, para todo elemento x, x pertencerá a A, se e somente se, x pertencer a B.
- ii. A será igual a B, se e somente se, para todo elemento x, x pertencer a A, se e somente se, x pertencer a B.

**Axioma 20:** Axioma da Combinabilidade da Definição do Juntor “NÃO” e da Definição de “=”:

$$a (A = B) \text{ b } A \subseteq B$$

Em nosso método semiótico-estruturado é fundamental que o procedimento da leitura se faça de forma fluente. Aqueles que perceberem que possuem uma maior dificuldade façam uma encenação e finjam que estão explicando a um outro, de forma que esta explicação seja justamente a leitura.

A palavra chave associada a toda equivalência lógica é “REESCREVER”. Isto é, Reescreve-se  $A = B$  no formato  $(@x) (x \in A \leftrightarrow x \in B)$ .

## 7.4 CONJUNTOS ESPECIAIS

Um conjunto  $A$  qualquer (em abstrato) poderá se encontrar em certas situações limites com relação a quantidades de elementos. Tais situações especiais não necessitam de uma estrutura de contagem, bastando as idéias qualitativas de quantificação anteriormente desenvolvidas. Estas situações são a de não possuir nenhum objeto como elemento (não há elementos) e a de possuir todos objetos como seus elementos.

### 7.4.1 CONJUNTO VAZIO

É o conjunto que não possui nenhum elemento.

**DEFINIÇÃO 18:**

$$A = \emptyset \leftrightarrow (@x) (x \notin A)$$

A **Definição 18** pode ser lida das seguintes formas:

- i. Dizer que  $A$  é igual a vazio, equivale a dizer que, para todo elemento  $x$ ,  $x$  não pertence a  $A$ .
- ii.  $A$  será igual a vazio, se e somente se, para todo elemento  $x$ ,  $x$  não pertencer a  $A$ .

**Axioma 21:** Axioma da Extensionalidade da Definição de Vazio.

$$(@x) (x \in \emptyset \leftrightarrow x \in \emptyset)$$

### 7.4.2 CONJUNTO UNIVERSO

É o conjunto que possui todos objetos como elementos. Entretanto, podemos utilizar o conceito de Universo num âmbito mais local, tal como: o universo dos times de futebol, o universo dos termos, o universo dos enunciados, o universo dos alunos de Lógica, o universo dos brinquedos, etc.. Quando caracterizamos estes universos, tal como agora fizemos, podemos chamá-los de classes ou categorias. Mas

esta discussão deixaremos para quando viermos a discutir uma Teoria da Classificação em outro livro.

**DEFINIÇÃO 19:**

$$A = U \text{ b } (@x) (x \in A)$$

A **Definição 19** pode ser lida das seguintes formas:

- i. Dizer que  $A$  é igual a universo, equivale a dizer que, para todo elemento  $x$ ,  $x$  pertence a  $A$ .
- ii.  $A$  será igual a universo, se e somente se, para todo elemento  $x$ ,  $x$  pertence a  $A$ .

**Axioma 22:** Axioma da Extensionalidade da Definição de Universo.

$$(@x) (x \in A \cup B \text{ b } x \in A \text{ e } x \in B)$$

## 7.5 OPERAÇÕES COM CONJUNTOS

Agora que já comparamos dois conjuntos quaisquer  $A$  e  $B$ , vamos aprender as operações básicas com conjuntos: intersecção, união (ou reunião) e diferença. Na diferença de conjuntos dedicaremos um item para a situação especial de diferença denominada de complementar. Tal distinção é motivada pela aplicabilidade desta operação na Teoria das Probabilidades.

### 7.5.1 INTERSECÇÃO

Sejam  $A$  e  $B$  rótulos (nomes) de dois conjuntos quaisquer.

A operação de **intersecção** opera da seguinte forma sobre os conjuntos  $A$  e  $B$ : ela seleciona apenas os elementos comuns a  $A$  e a  $B$  e forma com esses um novo conjunto que possui por rótulo " $A \cap B$ ".

O símbolo " $\cap$ ", que representa na linguagem a operação de intersecção, transforma os termos primos  $A$  e  $B$  no termo molecular  $A \cap B$  que representa o conjunto resultante da operação intersecção anteriormente descrita.

**DEFINIÇÃO 20:**

$$A \cap B = \{x \mid x \in A \text{ e } x \in B\}$$

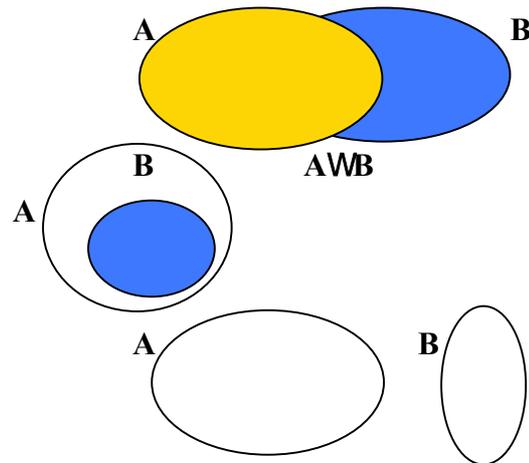
A **Definição 20** pode ser lida da seguinte forma: “A interseção B é o conjunto dos elementos do tipo x, tal que, x pertença a A e x pertença a B”.

Exemplos:

a)  $A = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ ,  $B = \{4, 5, 6, 7\}$   
 $A \cap B = \{4, 5\}$

b)  $A = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ ,  $B = \{1, 2, 3\}$   
 $A \cap B = \{1, 2, 3\}$

c)  $A = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ ,  $B = \{6, 7, 8\}$   
 $A \cap B = \emptyset$



**Axioma 23:** Axioma da Extensionalidade da Definição de Intersecção:

$$x \in A \cap B \iff x \in A \wedge x \in B$$

O **Axioma 23** pode ser lido das seguintes formas:

- Dizer que x **pertence** a  $A \cap B$ , equivale a dizer que, x pertence a A e que x pertence a B;
- x **pertencerá** a  $A \cap B$ , se e somente se, x pertencer a A e x pertencer a B.

## 7.5.2 UNIÃO OU REUNIÃO

Sejam A e B rótulos (nomes) de dois conjuntos quaisquer.

A operação de união opera da seguinte forma, sobre os conjuntos A e B: ela seleciona todos os elementos de A e de B, comuns ou não comuns, e forma com esses um novo conjunto que possui por rótulo “ $A \cup B$ ”<sup>8</sup>.

O símbolo Q que representa na linguagem a operação de união, transforma os termos primos A e B no termo molecular  $A \cup B$ , que representa o conjunto resultante da operação intersecção anteriormente descrita.

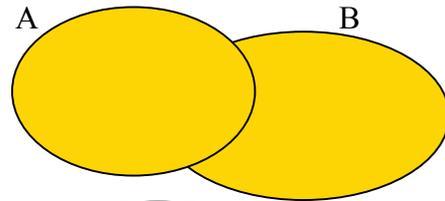
**DEFINIÇÃO 21:**

$$A \cup B = \{x \mid x \in A \vee x \in B\}$$

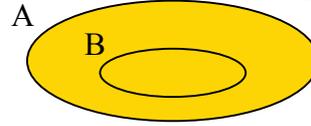
A **Definição 21** pode ser lida da seguinte forma: “A união B é o conjunto dos elementos do tipo x, tal que, x pertença a A, ou x pertença a B”.

Exemplos:

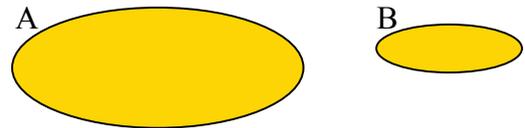
a)  $A = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ ,  $B = \{4, 5, 6, 7\}$   
 $A \cup B = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}$



b)  $A = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ ,  $B = \{1, 2, 3\}$   
 $A \cup B = \{1, 2, 3, 4, 5\}$



c)  $A = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ ,  $B = \{6, 7, 8\}$   
 $A \cup B = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8\}$



**Axioma 24:** Axioma da Extensionalidade da Definição de União:

$$x \in A \cup B \iff x \in A \vee x \in B$$

O **Axioma 24** pode ser lido das seguintes formas:

- i. Dizer que  $x$  **pertence** a  $A \cup B$ , equivale a dizer que,  $x$  pertence a  $A$  **ou** que  $x$  pertence a  $B$ ;
- ii.  $x$  **pertencerá** a  $A \cup B$ , se e somente se,  $x$  pertencer a  $A$  **ou**  $x$  pertencer a  $B$ .

### 7.5.3 DIFERENÇA

Sejam  $A$  e  $B$  rótulos (nomes) de dois conjuntos quaisquer.

A operação de **diferença** opera da seguinte forma sobre os conjuntos  $A$  e  $B$ : ela seleciona todos os elementos de  $A$  e, destes já selecionados, elimina os que estiverem também em  $B$ . Isto é, são os elementos de  $A$  excetuando-se os comuns a  $A$  e  $B$ . Forma-se com esses um novo conjunto que possui por rótulo “ $A \setminus B$ ”.

O símbolo “ $\setminus$ ” que representa na linguagem a operação de diferença, transforma os termos primos  $A$  e  $B$  no termo molecular  $A \setminus B$ , que representa o conjunto resultante da operação diferença anteriormente descrita.

**DEFINIÇÃO 22:**  $A \setminus B = \{x \mid x \in A \wedge x \notin B\}$

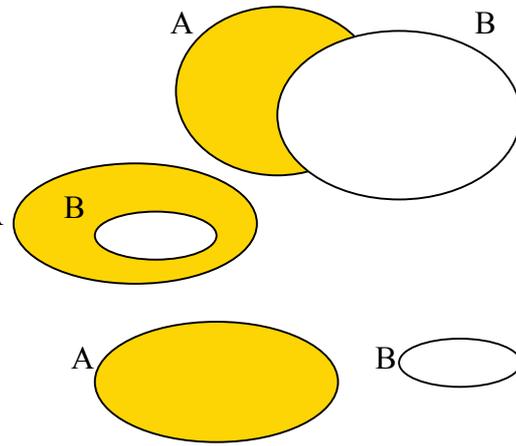
A **Definição 22** pode ser lida da seguinte forma: “ $A$  menos  $B$  é o conjunto dos elementos do tipo  $x$ , tal que,  $x$  pertença a  $A$  e  $x$  não pertença a  $B$ ”.

Exemplos:

a)  $A = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ ,  $B = \{4, 5, 6, 7\}$   
 $A \setminus B = \{1, 2, 3\}$

b)  $A = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ ,  $B = \{1, 2, 3\}$   
 $A \setminus B = \{4, 5\}$

c)  $A = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ ,  $B = \{6, 7, 8\}$   
 $A \setminus B = \{1, 2, 3, 4, 5\}$



**Axioma 25:** Axioma da Extensionalidade da Definição de Diferença:

$$x \in A \setminus B \iff x \in A \wedge x \notin B$$

O **Axioma 25** pode ser lido das seguintes formas:

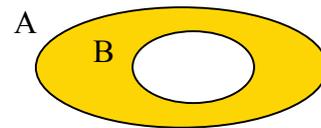
- i. Dizer que  $x$  **pertence** a  $A \setminus B$ , equivale a dizer que,  $x$  pertence a  $A$  e que  $x$  não pertence a  $B$ ;
- ii.  $x$  **pertencerá** a  $A \setminus B$ , se e somente se,  $x$  pertencer a  $A$  e  $x$  não pertencer a  $B$ .

**7.5.3.1 COMPLEMENTAR**

Como antes afirmamos, um dos casos de diferença de conjuntos assumiu, por causa de desdobramentos posteriores, uma importância extra. Isso faz com que fixemos um olhar mais atento sobre a diferença de conjuntos. Vejamos:

Neste caso, por exemplo,  $B \subseteq A$ .

A diferença  $A \setminus B$  é o conjunto dos elementos que são de  $A$  e que não são de  $B$  (representados no diagrama). Quando tivermos  $B \subseteq A$ , como hipótese, e estivermos representando  $A \setminus B$ , escrevemos  $Z$ .



**DEFINIÇÃO 23:**

$$B \subseteq A \implies Z = A \setminus B = \{x \mid x \in A \wedge x \notin B\}$$

A **Definição 23** pode ser lida da seguinte forma: “Se  $B$  está contido em  $A$ , então o Complementar de  $B$  em  $A$  é o conjunto dos elementos do tipo  $x$ , tal que  $x$  pertença a  $A$  e  $x$  não pertença a  $B$ ”.

**Axioma 26:** Axioma da Extensionalidade da Definição de Complementar<sup>9</sup>.

$$B \subseteq A \iff x \in A \iff \neg(x \in B)$$

O **Axioma 26** pode ser lido das seguintes formas:

- i. Se **B está contido** em A, então, dizer que x pertence ao  $Z$ , **equivale a dizer** que, x pertence a A e que x não pertence a B;
- ii. Se **B está contido** em A, então x pertencerá ao  $Z$ , **se e somente se**, x pertencer a A e x não pertencer a B.

Convenção 14:  $B = N = \{ \dots \}$

Convenção 15:  $x \in A \iff \neg(x \in SA) \iff x \in AU \iff \neg(x \in AN) \iff x \in SA$

É possível utilizar sem prejuízo a segunda equivalência da Convenção 15, em face de que, a qualquer momento, podemos re-inserir  $x \in AU$  através do Axioma da Extensionalidade da Definição de Universo (aonde  $(@x) (x \in AU)$ ) e naturalmente  $ADU$ .

## 7.6 PROPRIEDADES DOS CONJUNTOS

Existem diversas propriedades associadas à comparação, aos conjuntos especiais e às operações que anteriormente vimos. Listaremos tais propriedades e deixaremos todas as demonstrações para a lista de exercícios que segue o capítulo.

1) $q \ A \subseteq A$	2) $q \ A \subseteq B \subseteq C \iff A \subseteq C$
3) $q \ A = A$	4) $q \ A \subseteq B \subseteq A \iff A = B$
5) $q \ A = B \subseteq C \iff A = C$	6) $q \ O \subseteq O$
7) $q \ O \subseteq A$	8) $q \ A \subseteq U$
9) $q \ O \subseteq U$	10) $q \ A \subseteq A = A$
11) $q \ A \subseteq B \subseteq A \iff A = B$	12) $q \ (A \subseteq B) \subseteq C \iff A \subseteq (B \subseteq C)$
13) $q \ C \subseteq A \subseteq B \iff C \subseteq A \subseteq B$	14) $q \ B \subseteq A \subseteq B \iff A = B$
15) $q \ A \subseteq O = O$	16) $q \ O \subseteq O = O$
17) $q \ A \subseteq U = A$	18) $q \ U \subseteq U = U$
19) $q \ A \subseteq A = A$	20) $q \ A \subseteq B = B \subseteq A$
21) $q \ (A \subseteq B) \subseteq C \iff A \subseteq (B \subseteq C)$	22) $q \ A \subseteq A \subseteq B$

23) q $A D C s B D C z A Q B D C$	24) q $A D B z A Q B = B$
25) q $A Q O = A$	26) q $O Q O = O$
27) q $A Q U = U$	28) q $U Q U = U$
29) q $A Q B = O$ b $A = O$ s $B = O$	30) q $A Q B = A W B$ b $A = B$
31) q $A W (B Q C) = (A W B) Q (A W C)$	32) q $A Q (B W C) = (A Q B) W (A Q C)$
33) q $A Q (A W B) = A$	34) q $A W (A Q B) = A$
35) q $A D B z B W (A Q C) = (B W C) Q A$	36) q $A E B D A Q B$
37) q $A E A = O$	38) q $A E O = A$
39) q $O E A = O$	40) q $A W B = O$ z $A E B = A$
41) q $A E B = A E (A W B)$	42) q $A E (A E B) = A W B$
43) q $(A E B) W B = O$	44) q $A D B z A E B = O$
45) q $(A Q B) E A = B E A$	46) q $(A Q B) E (A W B) = (A E B) Q (B E A)$
47) q $Z D A$	48) q $Z W B = O$
49) q $Z Q B = A$	50) a: $2 = O$
51) a: $3 = A$	52) a: $5 = Z Q X$
53) a: $6 = B$	54) a: $4 = Z W X$
55) q $? = U$	56) q $A W N = O$
57) q $A Q N = U$	58) q $A D B b M D N$
59) q $: (N) = A$	60) q $A W B = O$ b $A D M$
61) q $A W B = O$ z $A Q N = M$	62) q $A D B b A W M = O$
63) q $A W X = O$ s $A Q X = U$ z $X D N$	64) q $A = B$ b $(A W M) Q (N W B) = O$
65) q $A E B = A W N$	66) q $: (A E B) = N Q B$
67) a: $(A W B) = N Q N$	

## 5ª LISTA DE EXERCÍCIOS RESOLVIDOS

ATENÇÃO! MUITO CUIDADO! A lista é para ser feita e não somente lida. O estudante que somente procede à leitura, mesmo que “tenha entendido”, não está apto a realizar uma verificação de aprendizagem. Entender é condição para fazer, mas não é fazer. Copie os enunciados, resolva e depois confira pacientemente.

<b>LEGENDA</b>	
q = Teoria T	W = Campo Teórico Experimental T índice 1
Sup. = Suponha	Sup. Abs. = Suponha por Absurdo
MDD = Método da Dedução Direta	MDI = Método da Dedução Indireta
MDC = Método da Dedução por Casos	MRA = Método da Redução ao Absurdo
MIL = Método de Indução Lógica	P. I. = Princípio da Identidade
RA = Resultado Anterior	Seja = Rotulação
MP = Modus Ponens	CP = Contra-Positiva
S -int. = e - introdução	S -el. = e - eliminação
h -el. = ou - eliminação	h -int. = ou - introdução
def.h = definição do “ou”	def. b = definição do “...se e somente
@ -el. = @ - eliminação	@ -int. = @ - introdução
\$ -el. = \$ - eliminação	\$ -int. = \$ - introdução
\$! -el. = \$! - eliminação	\$! -int. = \$! - introdução
def.D = Definição da Inclusão	def.= = definição da Igualdade
def.O = Definição de Vazio	def.U = Definição de Universo
AEDO = Axioma da Ext. da Def. de Vazio	AEDU = Axioma da Ext. da Def. de Universo
def.W = Axioma da Ext. da Def. de Intersecção	def.Q = Axioma da Ext. da Def. de União
def.E = Axioma da Ext. da Def. de Diferença	def.: = Axioma da Ext. da Def. de Complementar

**I) Demonstrar o valor lógico dos enunciados a seguir, através dos Métodos de Prova:**

1)  $q \ A \ D \ A$ 

Solução: (Esta propriedade é denominada “Reflexiva da Inclusão”)

Rascunho:  $(@x) (xAA \ z \ xAA)$

TESE		q	A D A
Sup.		1	w xAA
1, P.I.		2	w xAA
1, 2, MDD		3	q xAA z xAA
3, @-int.		4	q $(@x) (xAA \ z \ xAA)$
4, def.D		5	q A D A

Comentários: Existem basicamente 2 tipos de demonstração em Teoria dos Conjuntos. Este é o caso onde não aparece juntor explícito no enunciado. Fazemos então um rascunho da tese. Havendo neste rascunho uma subjunção (se...então...), olhamos para o núcleo do rascunho (enunciado sem quantificação) e supomos o antecedente.

2)  $q \ ADB \ s \ BDC \ z \ ADC$ 

Solução: (Esta propriedade é denominada “Transitiva da Inclusão”)

Rascunho:  $(@x) (xAA \ z \ xAC)$

TESE		q	ADB s BDC z ADC
Sup.		1	w ADB s BDC
1, s -el.		2	w ADB
1, s -el.		3	w BDC
2, def.D		4	w $(@x) (xAA \ z \ xAB)$
3, def.D		5	w $(@x) (xAB \ z \ xAC)$
4, @-el.		6	w xAA z xAB
5, @-el.		7	w xAB z xAC
Sup.		8	e xAA
6, 8, MP		9	e xAB
7, 9, MP		10	e xAC
8, 10, MDD		11	w xAA z xAC
11, @-int.		12	w $(@x) (xAA \ z \ xAC)$
12, def.D		13	w ADC
1, 13, MDD		14	q ADB s BDC z ADC

Comentário: Este é o outro caso, onde aparece juntor explícito no enunciado. Fazemos então somente o rascunho do conseqüente.

3)  $q \ A = A$ 

Solução: (Esta propriedade é denominada “Reflexiva da Igualdade”)

Rascunho:  $(@x) (xAA \ b \ xAA)$

TESE		q	A = A
Sup.		1	w xAA
1, P.I.		2	w xAA
1, 2, MDD		3	q xAA z xAA
3, P.I.		4	q xAA z xAA
3, 4, s -int.		5	q xAA z xAA d xAA z xAA
5, def. b		6	q xAA b xAA
6, @-int.		7	q $(@x) (xAA \ b \ xAA)$
7, def.=		8	q A = A

4)  $q \text{ ADB } s \text{ BDA } b \text{ A} = \text{B}$

Solução: (Esta propriedade é denominada “Anti-Simétrica”)

Rascunho:  $(@x) (xAA \text{ b } xAB)$

	TESE		q	ADB s BDA b A = B
(z )	Sup.	1	w	ADB s BDA
	1, s -el.	2	w	ADB
	1, s -el.	3	w	BDA
	2, def.D	4	w	$(@x) (xAA \text{ z } xAB)$
	3, def.D	5	w	$(@x) (xAB \text{ z } xAA)$
	4, @ -el.	6	w	$xAA \text{ z } xAB$
	5, @ -el.	7	w	$xAB \text{ z } xAA$
	6, 7, s -int.	8	w	$xAA \text{ z } xAB \text{ d } xAB \text{ z } xAA$
	8, def. b	9	w	$xAA \text{ b } xAB$
	9, @ -int.	10	w	$(@x) (xAA \text{ b } xAB)$
	10, def.=	11	w	$A = B$
	1, 11, MDD	12	q	ADB s BDA z A = B
(i )	Sup.	13	w	$A = B$
	13, def.=	14	w	$(@x) (xAA \text{ b } xAB)$
	14, @ -el.	15	w	$xAA \text{ b } xAB$
	15, def. b	16	w	$xAA \text{ z } xAB \text{ d } xAB \text{ z } xAA$
	16, s -el.	17	w	$xAA \text{ z } xAB$
	16, s -el.	18	w	$xAB \text{ z } xAA$
	17, @ -int.	19	w	$(@x) (xAA \text{ z } xAB)$
	18, @ -int.	20	w	$(@x) (xAB \text{ z } xAA)$
	19, def.D	21	w	ADB
	20, def.D	22	w	BDA
	21, 22, s -int.	23	w	ADB s BDA
	13, 23, MDD	24	q	$A = B \text{ z } ADB \text{ s } BDA$
	12, 24, s -int.	25	q	ADB s BDA z A = B d A = B z ADB s BDA
	25, def. b	26	q	ADB s BDA b A = B

5)  $q \text{ A} = \text{B } s \text{ B} = \text{C } z \text{ A} = \text{C}$

Solução: (Esta propriedade é denominada “Transitiva da Igualdade”)

Rascunho:  $(@x) (xAA \text{ b } xAC)$

	TESE		q	A = B s B = C z A = C
	Sup.	1	w	$A = B \text{ s } B = C$
	1, s -el.	2	w	$A = B$
	1, s -el.	3	w	$B = C$
	2, def.=	4	w	$(@x) (xAA \text{ b } xAB)$
	3, def.=	5	w	$(@x) (xAB \text{ b } xAC)$
	4, @ -el.	6	w	$xAA \text{ b } xAB$
	5, @ -el.	7	w	$xAB \text{ b } xAC$
	6, def. b	8	w	$xAA \text{ z } xAB \text{ d } xAB \text{ z } xAA$
	7, def. b	9	w	$xAB \text{ z } xAC \text{ d } xAC \text{ z } xAB$

8, s -el.	10   w	xAA z xAB
8, s -el.	11   w	xAB z xAA
9, s -el.	12   w	xAB z xAC
9, s -el.	13   w	xAC z xAB
(z ) Sup.	14   e	xAA
10, 14, MP	15   e	xAB
12, 15, MP	16   e	xAC
14, 16, MDD	17   w	xAA z xAC
(i ) Sup.	18   e	xAC
13, 18, MP	19   e	xAB
11, 19, MP	20   e	xAA
18, 20, MDD	21   w	xAC z xAA
17, 21, s -int.	22   w	xAA z xAC d xAC z xAA
22, def. b	23   w	xAA b xAC
23, @-int.	24   w	(@x) (xAA b xAC)
24, def.=	25   w	A= C
1, 25, MDD	26   q	A= B s B= C z A= C

6) q O D O

Solução:

Rascunho: (@x) (xAO z xAO )		
TESE	q	O D O
Sup.Abs.	1   w	a (xAO z xAO )
1, RA	2   w	xAO s xSO
1, 2, MDI	3   q	xAO z xAO
3, @-int.	4   q	(@x) (xAO z xAO )
4, def.D	5   q	O D O

a (pz q) b ps a q
-------------------

7) q O D A

Solução:

Rascunho: (@x) (xAO z xAA)		
TESE	q	O D A
Sup.Abs.	1   w	a (xAO z xAA)
1, RA	2   w	xAO s xSA
2, s -el.	3   w	xAO
AEDO	4   w	(@x) (xSO )
4, @-el.	5   w	xSO
3, 5, s -int.	6   w	xAO s xSO
1, 6, MDI	7   q	xAO z xAA
7, @-int.	8   q	(@x) (xAO z xAA)
8, def.D	9   q	O D A

Comentário: Se a suposição tivesse seguido a praxe, isto é, tivesse sido feita normalmente, teríamos suposto de início um absurdo (xAO ).

a (pz q) b ps a q
-------------------

8)  $q$  A D U

Solução:

Rascunho:  $(@x) (xAA z xAU)$ 

TESE			q	A D U
Sup.	1		w	xAA
AEDU	2		w	$(@x) (xAU)$
2, @-el.	3		w	xAU
1, 3, MDD	4		q	xAA z xAU
4, @-int.	5		q	$(@x) (xAA z xAU)$
5, def. D	6		q	A D U

9)  $q$  O D U

Solução:

Rascunho:  $(@x) (xAO z xAU)$ 

TESE			q	O D U
Sup.Abs.	1		w	a (xAO z xAU)
1, RA	2		w	xAO s xSU
2, s -el.	3		w	xAO
AEDO	4		w	$(@x) (xSO)$
4, @-el.	5		w	xSO
3, 5, s -int.	6		w	xAO s xSO
1, 6, MDI	7		q	xAO z xAU
7, @-int.	8		q	$(@x) (xAO z xAU)$
8, def. D	9		q	O D U

a (pz q) b ps a q
-------------------

10)  $q$  AWA = A

Solução:

Rascunho:  $(@x) (xAAWA b xAA)$ 

(z )	TESE			q	AWA = A
	Sup.	1		w	xAAWA
	1, def.W	2		w	xAA s xAA
	2, s -el.	3		w	xAA
	1, 3, MDD	4		q	xAAWA z xAA
(i )	Sup.	5		w	xAA
	5, P.I.	6		w	xAA
	5, 6, s -int.	7		w	xAA s xAA
	7, def.W	8		w	xAAWA
	5, 8, MDD	9		q	xAA z xAAWA
	4, 9, s -int.	10		q	xAAWA z xAA d xAA z xAAWA
	10, def. b	11		q	xAAWA b xAA
	11, @-int.	12		q	$(@x) (xAAWA b xAA)$
	12, def.=	13		q	AWA = A

11)  $q \text{ AWB} = \text{BWA}$

Solução: (Esta propriedade é denominada “Comutativa da Intersecção”)

Rascunho: (@x) (xAAWB b xABWA)

	TESE		q	AWB = BWA
(z )	Sup.	1	w	xAAWB
	1, def.W	2	w	xAA s xAB
	2, s -el.	3	w	xAA
	2, s -el.	4	w	xAB
	4, 3, s -int.	5	w	xAB s xAA
	5, def.W	6	w	xABWA
	1, 6, MDD	7	q	xAAWB z xABWA
(i )	Sup.	8	w	xABWA
	8, def.W	9	w	xAB s xAA
	9, s -el.	10	w	xAB
	9, s -el.	11	w	xAA
	11, 10, s -int.	12	q	xAA s xAB
	12, def.W	13	w	xAAWB
	8, 13, MDD	14	q	xABWA z xAAWB
	7, 14, s -int.	15	q	xAAWB z xABWA d xABWA z xAAWB
	15, def. b	16	q	xAAWB b xABWA
	16, @-int.	17	q	(@x) (xAAWB b xABWA)
	17, def.=	18	q	AWB = BWA

12)  $q \text{ (AWB)WC} = \text{AW(BWC)}$

Solução:

Rascunho: (@x) (x A (AWB)WC b x A AW(BWC))

	TESE		q	(AWB)WC = AW(BWC)
(z )	Sup.	1	w	x A (AWB)WC
	1, def.W	2	w	x A AWB s x A C
	2, s -el.	3	w	x A AWB
	2, s -el.	4	w	x A C
	3, def.W	5	w	x A A s x A B
	5, s -el.	6	w	x A A
	5, s -el.	7	w	x A B
	7, 4, s -int.	8	w	xAB s xAC
	8, def.W	9	w	x A BWC
	6, 9, s -int.	10	w	xAA s x A BWC
	10, def.W	11	w	x A AW(BWC)
	1, 11, MDD	12	q	x A (AWB)WC z x A AW(BWC)
(i )	Sup.	13	w	x A AW(BWC)
	13, def.W	14	w	x A A s x A BWC
	14, s -el.	15	w	xAA
	14, s -el.	16	w	x A BWC
	16, def.W	17	w	x A B s x A C

17, s -el.	18   w	x A B
17, s -el.	19   w	x A C
15, 18, s -int.	20   w	xAA s xAB
20, def.W	21   w	x A AWB
21, 19, s -int.	22   w	x A AWB s x A C
22, def.W	23   w	x A (AWB)WC
13, 23, MDD	24   q	x A AW(BWC) z x A (AWB)WC
12, 24, s -int.	25   q	xA(AWB)WCz xAAW(BWC)d xAAW(BWC)z xA(AWB)WC
25, def. b	26   q	x A (AWB)WC b x A AW(BWC)
26, @-int.	27   q	(@x) (x A (AWB)WC b x A AW(BWC))
27, def.=	28   q	(AWB)WC= AW(BWC)

13) q C D A s C D B z C D AWB

Solução:

Rascunho: (@x) (xAC z xAAWB)

TESE	q	C D A s C D B z C D AWB
Sup.	1   w	C D A s C D B
1, s -el.	2   w	C D A
1, s -el.	3   w	C D B
2, def.D	4   w	(@x) (xAC z xAA)
3, def.D	5   w	(@x) (xAC z xAB)
4, @-el.	6   w	xAC z xAA
5, @-el.	7   w	xAC z xAB
Sup.	8   e	xAC
6, 8, MP	9   e	xAA
7, 8, MP	10   e	xAB
9, 10, s -int.	11   e	xAA s xAB
11, def.W	12   e	xAAWB
8, 12, MDD	13   w	xAC z xAAWB
13, @-int.	14   w	(@x) (xAC z xAAWB)
14, def.D	15   w	C D AWB
1, 15, MDD	16   q	C D A s C D B z C D AWB

14) q B D A b AWB = B

Solução:

Rascunho: (@x) (x A AWB b xAB) / (@x) (xAB z xAA)

TESE	q	B D A b AWB = B
(z ) Sup.	1   w	B D A
1, def.D	2   w	(@x) (xAB z xAA)
2, @-el.	3   w	xAB z xAA
(z ) Sup.	4   e	xAAWB
4, def.W	5   e	xAA s xAB
5, s -el.	6   e	xAB
4, 6, MDD	7   w	xAAWB z xAB

(i )	Sup.	8	e	xAB
	3, 8, MP	9	e	xAA
	9, 8, s -int.	10	e	xAA s xAB
	10, def.W	11	e	xAAWB
	8, 11, MDD	12	w	xAB z xAAWB
	7, 12, s -int.	13	w	xAAWB z xAB d xAB z xAAWB
	13, def. b	14	w	xAAWB b xAB
	14, @-int.	15	w	(@x) (xAAWB b xAB)
	15, def.=	16	w	AWB= B
	1, 16, MDD	17	q	B D A z AWB = B
(i )	Sup.	18	w	AWB= B
	18, def.=	19	w	(@x) (xAAWB b xAB)
	19, @-el.	20	w	xAAWB b xAB
	20, def. b	21	w	xAAWB z xAB d xAB z xAAWB
	21, s -el.	22	w	xAB z xAAWB
	Sup.	23	e	xAB
	22, 23, MP.	24	e	xAAWB
	24, def.W	25	e	xAA s xAB
	25, s -el.	26	e	xAA
	23, 26, MDD	27	w	xAB z xAA
	27, @-int.	28	w	(@x) (xAB z xAA)
	28, def.D	29	w	BDA
	18, 29, MDD	30	q	AWB= B z BDA
	17, 30, s -int.	31	q	B D A z AWB = B d AWB= B z BDA
	31, def. b	32	q	B D A b AWB = B

15) q AWO = O

Solução:

Rascunho: (@x) (x S AWO )

TESE	q	AWO = O
Sup.Abs.	1   w	x A AWO
1, def.W	2   w	xAA s xAO
2, s -el.	3   w	xAO
AEDO	4   w	(@x) (xSO )
4, @-el.	5   w	xSO
3, 5, s -int.	6   w	xAO s xSO
1, 6, MDI	7   q	x S AWO
7, @-int.	8   q	(@x) (x S AWO )
8, def.O	9   q	AWO = O

Comentário: Julgamos oportuno utilizar a def.O no Rascunho.

16) q O WO = O

Solução:

Rascunho: (@x) (x S O WO )

TESE	q	O WO = O
------	---	----------

Comentário: Julgamos oportuno utilizar a def.O no Rascunho.

Sup.Abs		1		w		x A O WO
1, def.W		2		w		xAO s xAO
2, s -el.		3		w		xAO
AEDO		4		w		(@x) (xSO )
4, @-el.		5		w		xSO
3, 5, s -int.		6		w		xAO s xSO
1, 6, MDI		7		q		x S O WO
7, @-int.		8		q		(@x) (x S O WO )
8, def.O		9		q		O WO = O

17) q AWU = A

Solução:

Rascunho: (@x) (x A AWU b x A A)

TESE		q		AWU = A		
(z ) Sup.		1		w		x A AWU
1, def.W		2		w		xAA s xAU
2, s -el.		3		w		xAA
1, 3, MDD		4		q		x A AWU z xAA
(i ) Sup.		5		w		xAA
AEDU		6		w		(@x) (xAU )
6, @-el.		7		w		xAU
5, 7, s -int.		8		w		xAA s xAU
8, def.W		9		w		x A AWU
5, 9, MDD		10		q		x A A z x A AWU
4, 10, s -int.		11		q		x A AWU z xAA d x A A z x A AWU
11, def. b		12		q		x A AWU b xAA
12, @-int.		13		q		(@x) (x A AWU b xAA)
13, def.=		14		q		AWU = A

18) q U WU = U

Solução:

Rascunho: (@x) (x A U WU )

TESE		q		U WU = U		
Sup.Abs		1		w		x S U WU
1, RA		2		w		a ( x A U WU )
2, def.W		3		w		a ( x A U s x A U )
3, RA		4		w		x S U h x S U
AEDU		5		w		(@x) (xAU )
5, @-el.		6		w		x AU
4, 6, h -el.		7		w		x SU
6, 7, s -int.		8		w		x AU s x SU
1, 8, MDI		9		q		x A U WU
9, @-int.		10		q		(@x) (x A U WU )
10, def.U		11		q		U WU = U

a (ps q) b a ph a q
---------------------

19)  $q \text{ AQA} = \text{A}$ 

Solução:

Rascunho:  $(@x) (x \text{ A AQA } b \text{ } x \text{ A A})$ 

	TESE		q	AQA = A
(z )	Sup.	1	w	x A AQA
	1, def.Q	2	w	xAA h xAA
	2, Sup.	3	e	xAA
	3, P.I.	4	e	xAA
	3, 4, MDD	5	w	xAA z xAA
	2, Sup.	6	e	xAA
	6, P.I.	7	e	xAA
	6, 7, MDD	8	w	xAA z xAA
	2, 5, 8, MDC	9	w	xAA
	1, 9, MDD	10	q	x A AQA z x A A
(i )	Sup.	11	w	xAA
	11, h-int.	12	w	xAA h xAA
	12, def.Q.	13	w	x A AQA
	11, 13, MDD	14	q	x A A z x A AQA
	10, 14, s-int.	15	q	x A AQA z x A A d x A A z x A AQA
	15, def. b	16	q	x A AQA b x A A
	16, @-int.	17	q	$(@x) (x \text{ A AQA } b \text{ } x \text{ A A})$
	17, def.=	18	q	AQA = A

20)  $q \text{ AQB} = \text{BQA}$ 

Solução: (Esta propriedade é denominada “Comutativa da União”)

Rascunho:  $(@x) (x \text{ A AQB } b \text{ } x \text{ A BQA})$ 

	TESE		q	AQB = BQA
(z )	Sup.	1	w	x A AQB
	1, def.Q	2	w	xAA h xAB
	2, Sup.	3	e	xAA
	3, h-int.	4	e	x A B h x A A
	4, def.Q	5	e	x A BQA
	3, 5, MDD	6	w	x A A z x A BQA
	2, Sup.	7	e	xAB
	7, h-int.	8	e	x A B h x A A
	8, def.Q	9	e	x A BQA
	7, 9, MDD	10	w	x A B z x A BQA
	2, 6, 10, MDC	11	w	x A BQA
	1, 11, MDD	12	q	x A AQB z x A BQA
(i )	Sup.	13	w	x A BQA
	13, def.Q	14	w	xAB h xAA
	14, Sup.	15	e	xAB
	15, h-int.	16	e	x A A h x A B
	16, def.Q	17	e	x A AQB

15, 17, MDD	18	w	x A B z x A AQB
14, Sup.	19	e	xAA
19, h-int.	20	e	x A A h x A B
20, def.Q	21	e	x A AQB
19, 21, MDD	22	w	x A A z x A AQB
14, 18,22,MDC	23	w	x A AQB
13, 23, MDD	24	q	x A BQA z x A AQB
12, 24, s-int.	25	q	x A AQB z x A BQA d x A BQA z x A AQB
25, def. b	26	q	x A AQB b x A BQA
26, @-int.	27	q	(@x) (x A AQB b x A BQA)
27, def.=	28	q	AQB = BQA

21) q (AQB)QC= AQ(BQC)

Solução: (Esta propriedade é denominada “Associativa da União”)

Rascunho: (@x) (x A (AQB)QC b x A AQ(BQC))

	TESE	q	(AQB)QC= AQ(BQC)	
(z )	Sup.	1	w	x A (AQB)QC
	1, def.Q	2	w	x A (AQB) h x A C
	2, Sup.	3	e	x A AQB
	3, def.Q	4	e	x A A h x A B
	4, Sup.	5	r	x A A
	5, h-int.	6	r	x A A h x A BQC
	6, def.Q	7	r	x A AQ(BQC)
	5, 7, MDD	8	e	x A A z x A AQ(BQC)
	4, Sup.	9	r	x A B
	9, h-int.	10	r	x A B h x A C
	10, def.Q	11	r	x A BQC
	11, h-int.	12	r	x A A h x A BQC
	12, def.Q	13	r	x A AQ(BQC)
	9, 13, MDD	14	e	x A B z x A AQ(BQC)
	4, 8, 14, MDC	15	e	x A AQ(BQC)
	3, 15, MDD	16	w	x A AQB z x A AQ(BQC)
	2, Sup.	17	e	xAC
	17, h-int.	18	e	x A B h x A C
	18, def.Q	19	e	x A BQC
	19, h-int.	20	e	x A A h x A BQC
	20, def.Q	21	e	x A AQ(BQC)
	17, 21, MDD	22	w	x A C z x A AQ(BQC)
	2, 16, 22, MDC	23	w	x A AQ(BQC)
	1, 23, MDD	24	q	x A (AQB)QC z x A AQ(BQC)
(i )	Sup.	25	w	x A AQ(BQC)
	25, def.Q	26	w	x A A h x A BQC
	26, Sup.	27	e	x A A
	27, h-int.	28	e	x A A h x A B
	28, def.Q	29	e	x A AQB

29, h -int.	30   e	x A AQB h x A C
30, def.Q	31   e	x A (AQB)QC
27, 31, MDD	32   w	x A A z x A (AQB)QC
26, Sup.	33   e	x A BQC
33, def.Q	34   e	x A B h x A C
34, Sup.	35   r	x A B
35, h -int.	36   r	x A A h x A B
36, def.Q	37   r	x A AQB
37, h -int.	38   r	x A AQB h x A C
38, def.Q	39   r	x A (AQB)QC
35, 39, MDD	40   e	x A B z x A (AQB)QC
34, Sup.	41   r	x A C
41, h -int.	42   r	x A AQB h x A C
42, def.Q	43   r	x A (AQB)QC
41, 43, MDD	44   e	x A C z x A (AQB)QC
34, 40,44,MDC	45   e	x A (AQB)QC
33, 45, MDD	46   w	x A BQC z x A (AQB)QC
26, 32,46,MDC	47   w	x A (AQB)QC
25, 47, MDD	48   q	x A AQ(BQC) z x A (AQB)QC
24, 48, s -int.	49   q	xA(AQB)QCz xAAQ(BQC) d xAAQ(BQC)z xA(AQB)QC
49, def. b	50   q	x A (AQB)QC b x A AQ(BQC)
50, @-int.	51   q	(@x) (x A (AQB)QC b x A AQ(BQC))
51, def.=	52   q	(AQB)QC = AQ(BQC)

22) q A D AQB

Solução:

Rascunho: (@x) (x A A z x A AQB)

TESE	q	A D AQB
Sup.	1   w	x A A
1, h -int.	2   w	x A A h x A B
2, def.Q	3   w	x A AQB
1, 3, MDD	4   q	x A A z x A AQB
4, @-int.	5   q	(@x) (x A A z x A AQB)
5, def.D	6   q	A D AQB

23) q A D C s B D C z AQB D C

Solução:

Rascunho: (@x) (xAAQB z xAC)

TESE	q	A D C s B D C z AQB D C
Sup.	1   w	ADC s BDC
1, s -el.	2   w	ADC
1, s -el.	3   w	BDC
2, def.D	4   w	(@x) (xAA z xAC)
3, def.D	5   w	(@x) (xAB z xAC)

4, @-el.	6	w	xAA z xAC
5, @-el.	7	w	xAB z xAC
Sup.	8	e	xAAQB
8, def.Q	9	e	x A A h x A B
9, Sup.	10	r	x A A
6, 10, MP	11	r	x A C
10, 11, MDD	12	e	xAA z xAC
10, 11, MDD	12	e	xAA z xAC
9, Sup.	13	r	x A B
7, 13, MP	14	r	x A C
13, 14, MDD	15	e	xAB z xAC
9, 12, 15, MDC	16	e	xAC
8, 16, MDD	17	w	xAAQB z xAC
17, @-int.	18	w	(@x) (xAAQB z xAC)
18, def.D	19	w	AQB D B
1, 19, MDD	20	q	A D C s B D C z AQB D C

24) q A D B z AQB = B

Solução:

Rascunho: (@x) (xAAQB b xAB)

TESE		q	A D B z AQB = B
Sup.	1	w	ADB
1, def.D	2	w	(@x) (xAA z xAB)
2, @-el.	3	w	xAA z xAB
(z ) Sup.	4	e	xAAQB
4, def.Q	5	e	x A A h x A B
5, Sup.	6	r	x A A
3, 6, MP	7	r	x A B
6, 7, MDD	8	e	xAA z xAB
5, Sup.	9	r	x A B
9, P.I.	10	r	x A B
9, 10, MDD	11	e	xAB z xAB
5, 8, 11, MDC	12	e	xAB
4, 12, MDD	13	w	xAAQB z xAB
(i ) Sup.	14	e	xAB
14, h -int.	15	e	x A A h x A B
15, def.Q	16	e	x A AQB
14, 16, MDD	17	w	xAB z x A AQB
13, 17, s -int.	18	w	xAAQB z xAB d xAB z xAAQB
18, def. b	19	w	xAAQB b xAB
19, @-int.	20	w	(@x) (xAAQB b xAB)
20, def.=	21	w	AQB = B
1, 21, MDD	22	q	ADB z AQB = B

25) q A Q O = A

Solução:

Rascunho: (@x) (xAAQO b xAA)

	TESE		q	A Q O = A
(z )	Sup.	1	w	xAAQO
	1, def.Q.	2	w	x A A h x A O
	Sup.Abs.	3	e	x S A
	2, 3, h -el.	4	e	x A O
	AEDO	5	e	(@x) (xSO)
	5, @-el.	6	e	xSO
	4, 6, s -int.	7	e	xAO s xSO
	3, 7, MDI	8	w	xAA
	1, 8, MDD	9	q	xAAQO z xAA
(i )	Sup.	10	w	xAA
	10, h -int.	11	w	x A A h x A O
	11, def.Q	12	w	xAAQO
	10, 12, MDD	13	q	xAA z xAAQO
	9, 13, s -int.	14	q	xAAQO z xAA d xAA z xAAQO
	14, def. b	15	q	xAAQO b xAA
	15, @-int.	16	q	(@x) (xAAQO b xAA)
	16, def.=	17	q	A Q O = A

26) q O Q O = O

Solução:

Rascunho: (@x) (x A O Q O b x A O )

	TESE		q	O Q O = O
(z )	Sup.	1	w	x A O Q O
	1, def.Q	2	w	xAO h xAO
	2, Sup.	3	e	x A O
	3, P.I.	4	e	x A O
	3, 4, MDD	5	w	x A O z x A O
	2, Sup.	6	e	x A O
	6, P.I.	7	e	x A O
	6, 7, MDD	8	w	x A O z x A O
	2, 5, 8, MDC	9	w	x A O
	1, 9, MDD	10	q	x A O Q O z x A O
(i )	Sup.	11	w	x A O
	11, h -int.	12	w	x A O h x A O
	12, def.Q	13	w	x A O Q O
	11, 13, MDD	14	q	x A O z x A O Q O
	10, 14, s -int.	15	q	x A O Q O z x A O d x A O z x A O Q O
	15, def. b	16	q	x A O Q O b x A O
	16, @-int.	17	q	(@x) (x A O Q O b x A O )
	17, def.=	18	q	O Q O = O

Comentário: Julgamos oportuno utilizar a def.=, porém, o exercício poderia ter sido realizado com a def.O. Sugerimos que façam também da outra forma.

27)  $q \text{ AQU} = U$ 

Solução:

Rascunho:  $(@x)(x \text{ A AQU})$ 

TESE			$q \text{ AQU} = U$
Sup.Abs.	1	w	$a(x \text{ A AQU})$
1, def.Q	2	w	$a(x \text{ A A h } x \text{ AU})$
2, RA	3	w	$x \text{ S A s } x \text{ SU}$
3, s -el.	4	w	$x \text{ SU}$
AEDU	5	w	$(@x)(x \text{ AU})$
5, @-el.	6	w	$x \text{ AU}$
4, 6, s -int.	7	w	$x \text{ SU s } x \text{ AU}$
1, 7, MDI	8	q	$x \text{ A AQU}$
8, @-int.	9	q	$(@x)(x \text{ A AQU})$
9, def.U	10	q	$\text{AQU} = U$

28)  $q \text{ U QU} = U$ 

Solução:

Rascunho:  $(@x)(x \text{ A U QU})$ 

TESE			$q \text{ U QU} = U$
Sup.Abs.	1	w	$a(x \text{ A U QU})$
1, def.Q	2	w	$a(x \text{ A U h } x \text{ AU})$
2, RA	3	w	$x \text{ S U s } x \text{ SU}$
3, s -el.	4	w	$x \text{ SU}$
AEDU	5	w	$(@x)(x \text{ AU})$
5, @-el.	6	w	$x \text{ AU}$
4, 6, s -int.	7	w	$x \text{ SU s } x \text{ AU}$
1, 7, MDI	8	q	$x \text{ A U QU}$
8, @-int.	9	q	$(@x)(x \text{ A U QU})$
9, def.U	10	q	$\text{U QU} = U$

29)  $q \text{ AQB} = O \text{ b } A = O \text{ s } B = O$ 

Solução:

Rascunho:  $(@x)(x \text{ S A}) \text{ s } (@x)(x \text{ S B}) \text{ / } (@x)(x \text{ S AQB})$ 

TESE			$q \text{ AQB} = O \text{ b } A = O \text{ s } B = O$
(z ) Sup.	1	w	$\text{AQB} = O$
1, def.O	2	w	$(@x)(x \text{ S AQB})$
2, @-el., RA	3	w	$a(x \text{ A AQB})$
3, def. Q	4	w	$a(x \text{ A A h } x \text{ AB})$
4, RA	5	w	$x \text{ S A s } x \text{ S B}$
5, s -el.	6	w	$x \text{ S A}$
5, s -el.	7	w	$x \text{ S B}$
6, @-int.	8	w	$(@x)(x \text{ S A})$
7, @-int.	9	w	$(@x)(x \text{ S B})$
8, def.O	10	w	$A = O$

	9, def.O	11	w	$B = 0$
	10, 11, s -int.	12	w	$A = 0 \text{ s } B = 0$
	1, 12, MDD	13	q	$AQB = 0 \text{ z } A = 0 \text{ s } B = 0$
(i )	Sup.	14	w	$A = 0 \text{ s } B = 0$
	14, s -el.	15	w	$A = 0$
	14, s -el.	16	w	$B = 0$
	15, def.O	17	w	$(@x) (x S A)$
	16, def.O	18	w	$(@x) (x S B)$
	17, @-el.	19	w	$x S A$
	18, @-el.	20	w	$x S B$
	19, 20, s -int.	21	w	$x S A \text{ s } x S B$
	21, RA	22	w	$a (x A A h x A B)$
	22, def. Q	23	w	$a (x A AQB)$
	23, RA	24	w	$(x S AQB)$
	24, @-int.	25	w	$(@x) (x S AQB)$
	25, def.O	26	w	$AQB = 0$
	14, 26, MDD	27	q	$A = 0 \text{ s } B = 0 \text{ z } AQB = 0$
	13, 27, s -int.	28	q	$AQB=0 \text{ z } A=0 \text{ s } B=0 \text{ d } A=0 \text{ s } B=0 \text{ z } AQB=0$
	28, def. b	29	q	$AQB = 0 \text{ b } A = 0 \text{ s } B = 0$

30) q  $AQB = AWB$  b  $A = B$

Solução:

Rascunho:  $(@x) (x A A b \text{ x } A B) / (@x) (x A AQB b \text{ x } A AWB)$

	TESE	q	$AQB = AWB$ b $A = B$	
(z )	Sup.	1	w	$AQB = AWB$
	1, def.=	2	w	$(@x) (x A AQB b \text{ x } A AWB)$
	2, @-el.	3	w	$x A AQB b \text{ x } A AWB$
	3, def. b	4	w	$x A AQB \text{ z } x A AWB \text{ d } x A AWB \text{ z } x A AQB$
	4, s -el.	5	w	$x A AQB \text{ z } x A AWB$
	4, s -el.	6	w	$x A AWB \text{ z } x A AQB$
(z )	Sup.	7	e	$x A A$
	7, h -int.	8	e	$x A A h x A B$
	8, def. Q	9	e	$x A AQB$
	5, 9, MP	10	e	$x A AWB$
	10, def. W	11	e	$x A A s x A B$
	11, s -el.	12	e	$x A B$
	7, 12, MDD	13	w	$x A A \text{ z } x A B$
(i )	Sup.	14	e	$x A B$
	14, h -int.	15	e	$x A A h x A B$
	15, def. Q	16	e	$x A AQB$
	5, 16, MP	17	e	$x A AWB$
	17, def. W	18	e	$x A A s x A B$
	18, s -el.	19	e	$x A A$
	14, 19, MDD	20	w	$x A B \text{ z } x A A$
	13, 20, s -int.	21	w	$x A A \text{ z } x A B \text{ d } x A B \text{ z } x A A$

21, def. b	22	w	$x A A b \ x AB$
22, @-int.	23	w	$(@x) (x A A b \ x AB)$
23, def.=	24	w	$A = B$
1, 24, MDD	25	q	$AQB = AWB \ z \ A = B$
(i ) Sup.	26	w	$A = B$
26, def.=	27	w	$(@x) (x A A b \ x AB)$
27, @-el.	28	w	$x A A b \ x AB$
28, def. b	29	w	$x A A z \ x AB d \ x AB z \ x AA$
29, s -el.	30	w	$x A A z \ x AB$
29, s -el.	31	w	$x AB z \ x AA$
(z ) Sup.	32	e	$x A AQB$
32, def. Q	33	e	$x A A h \ x AB$
33, Sup.	34	r	$x A A$
30, 34, MP	35	r	$x AB$
34, 35, s -int.	36	r	$x A A s \ x AB$
36, def. W	37	r	$x A AWB$
34, 37, MDD	38	e	$x A A z \ x A AWB$
33, Sup.	39	r	$x AB$
31, 39, MP	40	r	$x AA$
40, 39, s -int.	41	r	$x A A s \ x AB$
41, def. W	42	r	$x A AWB$
39, 42, MDD	43	e	$x AB z \ x A AWB$
33,38,43,MDC	44	e	$x A AWB$
32, 44, MDD	45	w	$x A AQB z \ x A AWB$
(i ) Sup.	46	e	$x A AWB$
46, def. W	47	e	$x A A s \ x AB$
47, s -el.	48	r	$x AA$
48, h -int.	49	e	$x A A h \ x AB$
49, def. Q	50	e	$x A AQB$
46, 50, MDD	51	w	$x A AWB z \ x A AQB$
45, 51, s -int.	52	w	$x A AQB z \ x A AWB d \ x A AWB z \ x A AQB$
52, def. b	53	w	$x A AQB b \ x A AWB$
53, @-int.	54	w	$(@x) (x A AQB b \ x A AWB)$
54, def.=	55	w	$AQB = AWB$
26, 55, MDD	56	q	$A = B \ z \ AQB = AWB$
25, 56, s -int.	57	q	$AQB = AWB \ z \ A = B \ d \ A = B \ z \ AQB = AWB$
57, def. b	58	q	$AQB = AWB \ b \ A = B$

31) q  $AW(BQC) = (AWB)Q(AWC)$

Solução:

Rascunho:  $(@x) (x A AW(BQC) b \ x A (AWB)Q(AWC))$

TESE	q	$AW(BQC) = (AWB)Q(AWC)$	
(z ) Sup.	1	w	$x A AW(BQC)$
1, def.W	2	w	$x A A s \ x A BQC$
2, s -el.	3	w	$x AA$

2, s -el.	4	w	$x A B Q C$
4, def.Q	5	w	$x A B h x A C$
5, Sup.	6	e	$x A B$
3, 6, s -int.	7	e	$x A A s x A B$
7, def. W	8	e	$x A A W B$
8, h -int.	9	e	$x A A W B h x A A W C$
9, def. Q	10	e	$x A (A W B) Q (A W C)$
6, 10, MDD	11	w	$x A B z x A (A W B) Q (A W C)$
5, Sup.	12	e	$x A C$
3, 12, s -int.	13	e	$x A A s x A C$
13, def. W	14	e	$x A A W C$
14, h -int.	15	e	$x A A W B h x A A W C$
15, def. Q	16	e	$x A (A W B) Q (A W C)$
12, 16, MDD	17	w	$x A C z x A (A W B) Q (A W C)$
5, 11, 17, MDC	18	w	$x A (A W B) Q (A W C)$
1, 18, MDD	19	q	$x A A W (B Q C) z x A (A W B) Q (A W C)$
(i) Sup.	20	w	$x A (A W B) Q (A W C)$
20, def.Q	21	w	$x A (A W B) h x A (A W C)$
21, Sup.	22	e	$x A A W B$
22, def. W	23	e	$x A A s x A B$
23, s -el.	24	e	$x A A$
23, s -el..	25	e	$x A B$
25, h -int.	26	e	$x A B h x A C$
26, def. Q	27	e	$x A B Q C$
24, 27, s -int.	28	e	$x A A s x A B Q C$
28, def. W	29	e	$x A A W (B Q C)$
22, 29, MDD	30	w	$x A A W B z x A A W (B Q C)$
21, Sup.	31	e	$x A A W C$
31, def. W	32	e	$x A A s x A C$
32, s -el.	33	e	$x A A$
32, s -el.	34	e	$x A C$
34, h -int.	35	e	$x A B h x A C$
35, def. Q	36	e	$x A B Q C$
33, 36, s -int.	37	e	$x A A s x A B Q C$
37, def. W	38	e	$x A A W (B Q C)$
31, 38, MDD	39	w	$x A A W C z x A A W (B Q C)$
21, 30,39,MDC	40	w	$x A A W (B Q C)$
20, 40, MDD	41	q	$x A (A W B) Q (A W C) z x A A W (B Q C)$
19, 41, s -int.	42	q	$x A A W (B Q C) z x A (A W B) Q (A W C)$
			d
			$x A (A W B) Q (A W C) z x A A W (B Q C)$
42, def. b	43	q	$x A A W (B Q C) b x A (A W B) Q (A W C)$
43, @-int.	44	q	$(@x) (x A A W (B Q C) b x A (A W B) Q (A W C))$
44, def.=	45	q	$A W (B Q C) = (A W B) Q (A W C)$

32) q  $AQ(BWC) = (AQB)W(AQC)$

Solução:

Rascunho: (@x) (x A AQ(BWC) b x A (AQB)W(AQC))

	TESE		q	$AQ(BWC) = (AQB)W(AQC)$
(z )	Sup.	1	w	$x A AQ(BWC)$
	1, def. Q	2	w	$x A A h x A BWC$
	2, Sup.	3	e	$x A A$
	3, h-int.	4	e	$x A A h x A B$
	3, h-int.	5	e	$x A A h x A C$
	4, def. Q	6	e	$x A AQB$
	5, def. Q	7	e	$x A AQC$
	6, 7, s-int.	8	e	$x A AQB s x A AQC$
	8, def. W	9	e	$x A (AQB)W(AQC)$
	3, 9, MDD	10	w	$x A A z x A (AQB)W(AQC)$
	2, Sup.	11	e	$x A BWC$
	11, def. W	12	e	$x A B s x A C$
	12, s-el.	13	e	$x A B$
	12, s-el.	14	e	$x A C$
	13, h-int.	15	e	$x A A h x A B$
	14, h-int.	16	e	$x A A h x A C$
	15, def. Q	17	e	$x A AQB$
	16, def. Q	18	e	$x A AQC$
	17, 18, s-int.	19	e	$x A AQB s x A AQC$
	19, def. W	20	e	$x A (AQB)W(AQC)$
	11, 20, MDD	21	w	$x A BWC z x A (AQB)W(AQC)$
	2, 10, 21, MDC	22	w	$x A (AQB)W(AQC)$
	1, 22, MDD	23	q	$x A AQ(BWC) z x A (AQB)W(AQC)$
(i )	Sup.	24	w	$x A (AQB)W(AQC)$
	24, def. W	25	w	$x A (AQB) s x A (AQC)$
	25, s-el.	26	w	$x A AQB$
	25, s-el.	27	w	$x A AQC$
	26, def. Q	28	w	$x A A h x A B$
	27, def. Q	29	w	$x A A h x A C$
	Sup. Abs.	30	e	$a (x A AQ(BWC))$
	30, def. Q	31	e	$a (x A A h x A BWC)$
	31, RA	32	e	$a (x A A) s a (x A BWC)$
	32, s-el., RA	33	e	$x S A$
	32, s-el.	34	e	$a (x A BWC)$
	34, def. W	35	e	$a (x A B s x A C)$
	35, RA	36	e	$x S B h x S C$
	36, Sup. Abs.	37	r	$x S B$
	28, 37, h-el.	38	r	$x A A$
	33, 38, s-int.	39	r	$x S A s x A A$
	37, 39, MDI	40	e	$x A B$
	36, Sup. Abs.	41	r	$x S C$

a (ph q) b a ps a q

a (ps q) b a ph a q

Comentário: Quando dentro de uma estrutura de “demonstração por absurdo” (MDI ou MRA) temos um “ou” e partimos dentro deste entorno para o MDC, surge uma situação especialíssima e bela que denominamos “falso MDC”. Ela é uma combinação harmoniosa de dois métodos.

29, 41, h -el..	42	r		$x A A$
33, 42, s -int.	43	r		$x S A s x A A$
41, 43, MDI	44	e		$x A C$
40, 44, s -int.	45	e		$x A B s x A C$
45, def. W	46	e		$x A B W C$
34, 46, s -int.	47	e		$a (x A B W C) s x A B W C$
30, 47, MDI	48	w		$x A A Q (B W C)$
24, 48, MDD	49	q	$x A (A Q B) W (A Q C) z$	$x A A Q (B W C)$
23, 49, s -int.	50	q	$x A A Q (B W C) z$	$x A (A Q B) W (A Q C)$
				$d$
			$x A (A Q B) W (A Q C) z$	$x A A Q (B W C)$
50, def. b	51	q	$x A A Q (B W C) b$	$x A (A Q B) W (A Q C)$
51, @-int.	52	q	$(@x) (x A A Q (B W C) b$	$x A (A Q B) W (A Q C))$
52, def.=	53	q	$A Q (B W C) =$	$(A Q B) W (A Q C)$

33) q  $AQ(AWB) = A$

Solução:

Rascunho:  $(@x) (x A A Q (A W B) b x A A)$

	TESE		q	$AQ(AWB) = A$
(z )	Sup.	1	w	$x A A Q (A W B)$
	1, def. Q	2	w	$x A A h x A A W B$
	2, Sup.	3	e	$x A A$
	3, P.I.	4	e	$x A A$
	3, 4, MDD	5	w	$x A A z x A A$
	2, Sup.	6	e	$x A A W B$
	6, def. W	7	e	$x A A s x A B$
	7, s -el.	8	e	$x A A$
	6, 8, MDD	9	w	$x A A W B z x A A$
	2, 5, 9, MDC	10	w	$x A A$
	1, 10, MDD	11	q	$x A A Q (A W B) z x A A$
(i )	Sup.	12	w	$x A A$
	12, h -int.	13	w	$x A A h x A A W B$
	13, def. Q	14	w	$x A A Q (A W B)$
	12, 14, MDD	15	q	$x A A z x A A Q (A W B)$
	11, 15, s -int.	16	q	$x A A Q (A W B) z x A A d x A A z x A A Q (A W B)$
	16, def. b	17	q	$x A A Q (A W B) b x A A$
	17, @-int.	18	q	$(@x) (x A A Q (A W B) b x A A)$
	18, def.=	19	q	$AQ(AWB) = A$

34) q  $AW(AQB) = A$

Solução:

Rascunho:  $(@x) (x A A W (A Q B) b x A A)$

	TESE		q	$AW(AQB) = A$
(z )	Sup.	1	w	$x A A W (A Q B)$
	1, def. W	2	w	$x A A s x A A Q B$

	2, s -el.	3	w	$x A A$
	1, 3, MDD	4	q	$x A A W(AQB) z x A A$
(i)	Sup.	5	w	$x A A$
	5, h -int.	6	w	$x A A h x A B$
	6, def. Q	7	w	$x A A Q B$
	5, 7, s -int.	8	w	$x A A s x A A Q B$
	8, def. W	9	w	$x A A W(AQB)$
	5, 9, MDD	10	q	$x A A z x A A W(AQB)$
	4, 10, s -int.	11	q	$x A A W(AQB) z x A A d x A A z x A A W(AQB)$
	11, def. b	12	q	$x A A W(AQB) b x A A$
	12, @ -int.	13	q	$(@x) (x A A W(AQB) b x A A)$
	13, def.=	14	q	$A W(AQB) = A$

35) q A D B z BW(AQC) = (BWC)QA

Solução:

Rascunho:  $(@x) (x A B W(AQC) b x A (BWC)QA)$

	TESE	q	A D B z BW(AQC) = (BWC)QA	
	Sup.	1	w	$A D B$
	1, def.D	2	w	$(@x) (x A A z x A B)$
	2, @ -el.	3	w	$x A A z x A B$
(z)	Sup.	4	e	$x A B W(AQC)$
	4, def.W	5	e	$x A B s x A A Q C$
	5, s -el.	6	e	$x A B$
	5, s -el.	7	e	$x A A Q C$
	7, def.Q	8	e	$x A A h x A C$
	8, Sup.	9	r	$x A A$
	9, h -int.	10	r	$x A (BWC) h x A A$
	10, def.Q	11	r	$x A (BWC)QA$
	9, 11, MDD	12	e	$x A A z x A (BWC)QA$
	8, Sup.	13	r	$x A C$
	6, 13, s -int.	14	r	$x A B s x A C$
	14, def.W	15	r	$x A B W C$
	15, h -int.	16	r	$x A (BWC) h x A A$
	16, def.Q	17	r	$x A (BWC)QA$
	13, 17, MDD	18	e	$x A C z x A (BWC)QA$
8,	12, 18, MDC	19	e	$x A (BWC)QA$
	4, 19, MDD	20	w	$x A B W(AQC) z x A (BWC)QA$
(i)	Sup.	21	e	$x A (BWC)QA$
	21, def.Q	22	e	$x A (BWC) h x A A$
	22, Sup.	23	r	$x A B W C$
	23, def.W	24	r	$x A B s x A C$
	24, s -el.	25	r	$x A B$
	24, s -el.	26	r	$x A C$
	26, h -int.	27	r	$x A A h x A C$
	27, def.Q	28	r	$x A A Q C$

25, 28, s -int.	29	r	$x A B s x A A Q C$
29, def.W	30	r	$x A B W(A Q C)$
23, 30, MDD	31	e	$x A B W C z x A B W(A Q C)$
22, Sup.	32	r	$x A A$
32, h -int.	33	r	$x A A h x A C$
33, def.Q	34	r	$x A A Q C$
3, 32, MP	35	r	$x A B$
35, 34, s -int.	36	r	$x A B s x A A Q C$
36, def.W	37	r	$x A B W(A Q C)$
32, 37, MDD	38	e	$x A A z x A B W(A Q C)$
22, 31,38,MDC	39	e	$x A B W(A Q C)$
21, 39, MDD	40	w	$x A (B W C) Q A z x A B W(A Q C)$
20, 40, s -int.	41	w	$x A B W(A Q C) z x A (B W C) Q A$ d
			$x A (B W C) Q A z x A B W(A Q C)$
41, def. b	42	w	$x A B W(A Q C) b x A (B W C) Q A$
42, @-int.	43	w	$(@x) (x A B W(A Q C) b x A (B W C) Q A)$
43, def.=	44	w	$B W(A Q C) = (B W C) Q A$
1, 44, MDD	45	q	$A D B z B W(A Q C) = (B W C) Q A$

36) q AE B D AQB

Solução:

Rascunho:  $(@x) (x A A E B z x A A Q B)$

TESE		q	AE B D AQB
Sup.		1	w $x A A E B$
1, def.E		2	w $x A A s x S B$
2, s -el.		3	w $x A A$
3, h -int.		4	w $x A A h x A B$
4, def.Q		5	w $x A A Q B$
1, 5, MDD		6	q $x A A E B z x A A Q B$
6, @-int.		7	q $(@x) (x A A E B z x A A Q B)$
7, def. D		8	q AE B D AQB

37) q AE A = O

Solução:

Rascunho:  $(@x) (x S A E A)$

TESE		q	AE A = O
Sup. Abs.		1	w $x A A E A$
1, def.E		2	w $x A A s x S A$
1, 2, MDI		3	q $x S A E A$
3, @-int.		4	q $(@x) (x S A E A)$
4, def. O		5	q AE A = O

38)  $q \text{ AE O} = \text{A}$ 

Solução:

Rascunho:  $(@x) (x \text{ A AE O b } x \text{ A A})$ 

	TESE		q	AE O = A
(z )	Sup.	1	w	$x \text{ A AE O}$
	1, def.E	2	w	$x \text{ A A s } x \text{ S O}$
	2, s -el.	3	w	$x \text{ A A}$
	1, 3, MDD	4	q	$x \text{ A AE O z } x \text{ A A}$
(i )	Sup.	5	w	$x \text{ A A}$
	AEDO	6	w	$(@x) (x \text{ S O})$
	6, @-el.	7	w	$x \text{ S O}$
	5, 7, s -int.	8	w	$x \text{ A A s } x \text{ S O}$
	8, def.E	9	w	$x \text{ A AE O}$
	5, 9, MDD	10	q	$x \text{ A A z } x \text{ A AE O}$
	4, 10, s -int.	11	q	$x \text{ A AE O z } x \text{ A A d } x \text{ A A z } x \text{ A AE O}$
	11, def. b	12	q	$x \text{ A AE O b } x \text{ A A}$
	12, @-int.	13	q	$(@x) (x \text{ A AE O b } x \text{ A A})$
	13, def.=	14	q	$\text{AE O} = \text{A}$

39)  $q \text{ O E A} = \text{O}$ 

Solução:

Rascunho:  $(@x) (x \text{ S O E A})$ 

	TESE		q	O E A = O
	Sup. Abs.	1	w	$x \text{ A O E A}$
	1, def.E	2	w	$x \text{ A O s } x \text{ S A}$
	2, s -el.	3	w	$x \text{ A O}$
	AEDO	4	w	$(@x) (x \text{ S O})$
	4, @-el.	5	w	$x \text{ S O}$
	3, 5, s -int.	6	w	$x \text{ A O s } x \text{ S O}$
	1, 6, MDI	7	q	$x \text{ S O E A}$
	7, @-int.	8	q	$(@x) (x \text{ S O E A})$
	8, def. O	9	q	$\text{O E A} = \text{O}$

40)  $q \text{ AWB} = \text{O z } \text{AE B} = \text{A}$ 

Solução:

Rascunho:  $(@x) (x \text{ A AE B b } x \text{ A A})$ 

	TESE		q	AWB = O z AE B = A
	Sup.	1	w	$\text{AWB} = \text{O}$
	1, def. O	2	w	$(@x) (x \text{ S AWB})$
	2, @-el., RA	3	w	$a (x \text{ A AWB})$
	3, def. W	4	w	$a (x \text{ A A s } x \text{ A B})$
	4, RA	5	w	$x \text{ S A h } x \text{ S B}$
(z )	Sup.	6	e	$x \text{ A AE B}$
	6, def. E	7	e	$x \text{ A A s } x \text{ S B}$

	7, s -el.	8   e	$x A A$
	6, 8, MDD	9   w	$x A A E B z x A A$
(i )	Sup.	10   e	$x A A$
	5, 10, h -el.	11   e	$x S B$
	10, 11, s -int.	12   e	$x A A s x S B$
	12, def. E	13   e	$x A A E B$
	10, 13, MDD	14   w	$x A A z x A A E B$
	9, 14, s -int.	15   w	$x A A E B z x A A d x A A z x A A E B$
	15, def. b	16   w	$x A A E B b x A A$
	16, @-int.	17   w	$(@x) (x A A E B b x A A)$
	17, def.=	18   w	$A E B = A$
	1, 18, MDD	19   q	$A W B = O z A E B = A$

41) q  $A E B = A E$  (AWB)

Solução:

Rascunho:  $(@x) (x A A E B b x A A E (AWB))$   
 $x A A s a (x A A W B)$   
 $x A A s a (x A A s x A B)$   
 $x A A s (x S A h x S B)$

$x A A s x S B$

	TESE	q	$A E B = A E$ (AWB)
(z )	Sup.	1   w	$x A A E B$
	1, def. E	2   w	$x A A s x S B$
	2, s -el.	3   w	$x A A$
	2, s -el.	4   w	$x S B$
	4, h -int.	5   w	$x S A h x S B$
	5, RA	6   w	$a (x A A s x A B)$
	6, def.W	7   w	$a (x A A W B)$
	3, 7, s -int.	8   w	$x A A s a (x A A W B)$
	8, def.E	9   w	$x A A E (AWB)$
	1, 9, MDD	10   q	$x A A E B z x A A E (AWB)$
(i )	Sup.	11   w	$x A A E (AWB)$
	11, def. E	12   w	$x A A s a (x A A W B)$
	12, s -el.	13   w	$x A A$
	12, s -el.	14   w	$a (x A A W B)$
	14, def.W	15   w	$a (x A A s x A B)$
	15, RA	16   w	$x S A h x S B$
	16, 13, h -el.	17   w	$x S B$
	13, 17, s -int.	18   w	$x A A s x S B$
	18, def. E	19   w	$x A A E B$
	11, 19, MDD	20   q	$x A A E (AWB) z x A A E B$
	10, 20, s -int.	21   q	$x A A E B z x A A E (AWB) d x A A E (AWB) z x A A E B$
	21, def. b	22   q	$x A A E B b x A A E (AWB)$
	22, @-int.	23   q	$(@x) (x A A E B b x A A E (AWB))$
	23, def.=	24   q	$A E B = A E (AWB)$

$$42) q \quad AE (AE B) = AWB$$

Solução:

$$\text{Rascunho: } (@x) (x A AE (AE B) b \quad x A AWB))$$

$$\begin{aligned} & x AA s a (x A AE B) \\ & x AA s a (x AA s x SB) \\ & x AA s (x SA h x AB) \end{aligned}$$

	TESE		q	AE (AE B) = AWB
(z )	Sup.	1	w	$x A AE (AE B)$
	1, def. E	2	w	$x AA s a (x A AE B)$
	2, s -el.	3	w	$x A A$
	2, s -el.	4	w	$a (x A AE B)$
	4, def. E	5	w	$a (x AA s x SB)$
	5, RA	6	w	$x SA h x AB$
	6, 3, h -el.	7	w	$x A B$
	3, 7, s -int.	8	w	$x AA s x AB$
	8, def.W	9	w	$x A AWB$
	1, 9, MDD	10	q	$x A AE (AE B) z \quad x A AWB$
(z )	Sup.	11	w	$x A AWB$
	11, def.W	12	w	$x AA s x AB$
	12, s -el.	13	w	$x A A$
	12, s -el.	14	w	$x AB$
	14, h -int.	15	w	$x SA h x AB$
	15, RA	16	w	$a (x AA s x SB)$
	16, def. E	17	w	$a (x A AE B)$
	13, 17, s -int.	18	w	$x AA s a (x A AE B)$
	18, def. E	19	w	$x A AE (AE B)$
	11, 19, MDD	20	q	$x A AWB z \quad x A AE (AE B)$
	10, 20, s -int.	21	q	$x A AE (AE B) z \quad x A AWB d \quad x A AWB z \quad x A AE (AE B)$
	21, def. b	22	q	$x A AE (AE B) b \quad x A AWB$
	22, @-int.	23	q	$(@x) (x A AE (AE B) b \quad x A AWB)$
	23, def.=	24	q	$AE (AE B) = AWB$

$$43) q \quad (AE B)WB = O$$

Solução:

$$\text{Rascunho: } (@x) (x S (AE B)WB)$$

	TESE		q	(AE B)WB = O
	Sup. Abs.	1	w	$x A (AE B)WB$
	1, def.W	2	w	$x A (AE B)s \quad x A B$
	2, s -el.	3	w	$x A AE B$
	2, s -el.	4	w	$x A B$
	3, def.E	5	w	$x A A s \quad x S B$
	5, s -el.	6	w	$x S B$
	4, 6, s -int.	7	w	$x A B s \quad x S B$

1, 7, MDI | 8 | q x S (AE B)WB  
 8, @-int. | 9 | q (@x) (x S (AE B)WB)  
 9, def. O | 10 | q (AE B)WB = O

44) q A D B z AE B = O

Solução:

Rascunho: (@x) (x S (AE B))

TESE		q	A D B z AE B = O
Sup.		1   w	A D B
1, def.D		2   w	(@x) (xAA z xAB)
2, @-el.		3   w	xAA z xAB
Sup. Abs.		4   e	x A AE B
4, def.E		5   e	x A A s x S B
5, s -el.		6   e	x A A
5, s -el.		7   e	x S B
3, 6, MP		8   e	x A B
7, 8, s -int.		9   e	x S B s x A B
4, 9, MDI		10   w	x S (AE B)
10, @-int.		11   w	(@x) (x S AE B)
11, def. O		12   w	(AE B) = O
1, 12, MDD		13   q	A D B z AE B = O

45) q (AQB)E A= BE A

Solução:

Rascunho: (@x) (x A (AQB)E A b x A BE A)  
 x AB s x SA

			x AAQB s x SA
			(x AA h x AB) s x SA
	TESE		q (AQB) E A= BE A
(z )	Sup.		1   w x A (AQB)E A
	1, def. E		2   w x AAQB s x SA
	2, s -el.		3   w x AAQB
	2, s -el.		4   w x SA
	3, def.Q		5   w x A A h x A B
	5, 4, h -el.		6   w x A B
	6, 4, s -int.		7   w x A B s x S A
	7, def. E		8   w x A BE A
	1, 8, MDD		9   q x A (AQB)E A z x A BE A
(z )	Sup.		10   w x A BE A
	10, def.E		11   w x A B s x S A
	11, s -el.		12   w x A B
	11, s -el.		13   w x S A
	12, h -int.		14   w x A A h x A B
	14, def.Q		15   w x AAQB
	15, 13, s -int.		16   w x AAQB s x S A

16, def. E	17	w	$x A (AQB) - A$
10, 17, MDD	18	q	$x A B E A z \quad x A (AQB) E A$
9, 18, s-int.	19	q	$x A (AQB) E A z \quad x A B E A d \quad x A B E A z \quad x A (AQB) E A$
19, def. b	20	q	$x A (AQB) E A b \quad x A B E A$
20, @-int.	21	q	$(@x) (x A (AQB) E A b \quad x A B E A)$
21, def.=	22	q	$(AQB) E A = B E A$

46) q (AQB)E (AWB)= (AE B)Q(BE A)

Solução:

Rascunho: (@x) (x A (AQB)E (AWB) b x A (AE B) Q (BE A))  
 $x A (AE B) h \quad x A (BE A)$   
 $(x A A s \quad x S B) h \quad (x A B s \quad x S A)$   
 $x A AQB s a \quad (x A AWB)$   
 $(x A A h \quad x A B) s a \quad (x A A s \quad x A B)$   
 $(x A A h \quad x A B) s \quad (x S A h \quad x S B)$

	TESE	q	(AQB) E (AWB) = (AE B) Q (BE A)
(z )	Sup.	1	w $x A (AQB) E (AWB)$
	1, def. E	2	w $x A AQB s a \quad (x A AWB)$
	2, s-el.	3	w $x A AQB$
	2, s-el.	4	w $a \quad (x A AWB)$
	3, def.Q	5	w $x A A h \quad x A B$
	4, def.W	6	w $a \quad (x A A s \quad x A B)$
	6, RA	7	w $x S A h \quad x S B$
	7, Sup.	8	e $x S A$
	5, 8, h-el.	9	e $x A B$
	9, 8, s-int.	10	e $x A B s \quad x S A$
	10, def.E	11	e $x A (BE A)$
	11, h-int.	12	e $x A (AE B) h \quad x A (BE A)$
	12, def.Q	13	e $x A (AE B) Q (BE A)$
	8, 13, MDD	14	w $x S A z \quad x A (AE B) Q (BE A)$
	7, Sup.	15	e $x S B$
	5, 15, h-el.	16	e $x A A$
	16, 15, s-int.	17	e $x A A s \quad x S B$
	17, def.E	18	e $x A (AE B)$
	18, h-int.	19	e $x A (AE B) h \quad x A (BE A)$
	19, def.Q	20	e $x A (AE B) Q (BE A)$
	15, 20, MDD	21	w $x S B z \quad x A (AE B) Q (BE A)$
	7, 14, 21, MDC	22	w $x A (AE B) Q (BE A)$
	1, 22, MDD	23	q $x A (AQB) E (AWB) z \quad x A (AE B) Q (BE A)$
(i )	Sup.	24	w $x A (AE B) Q (BE A)$
	24, def. Q	25	w $x A (AE B) h \quad x A (BE A)$
	25, Sup.	26	e $x A (AE B)$
	26, def. E	27	e $x A A s \quad x S B$
	27, s-el.	28	e $x A A$

Comentário: É fundamental para o aprendiz que a partir deste ponto se observe o rascunho do conseqüente da ida.

27, s -el.	29	e	$x S B$	<u>Comentário:</u> É fundamental para o aprendiz que a partir deste ponto se observe o rascunho do conseqüente da volta.
28, h -int.	30	e	$x A A h x A B$	
29, h -int.	31	e	$x S A h x S B$	
30, def.Q	32	e	$x A A Q B$	
31, RA	33	e	$a (x A A s x A B)$	
33, def.W	34	e	$a (x A A W B)$	
32, 34, s -int.	35	e	$x A A Q B s a (x A A W B)$	
35, def.E	36	e	$x A (A Q B) E (A W B)$	
26, 36, MDD	37	w	$x A (A E B) z x A (A Q B) E (A W B)$	
25, Sup.	38	e	$x A (B E A)$	
38, def. E	39	e	$x A B s x S A$	
39, s -el.	40	e	$x A B$	
39, s -el.	41	e	$x S A$	
40, h -int.	42	e	$x A A h x A B$	
41, h -int.	43	e	$x S A h x S B$	
42, def.Q	44	e	$x A A Q B$	
43, RA	45	e	$a (x A A s x A B)$	
45, def.W	46	w	$a (x A A W B)$	
44, 46, s -int.	47	e	$x A A Q B s a (x A A W B)$	
47, def.E	48	e	$x A (A Q B) E (A W B)$	
38, 48, MDD	49	w	$x A (B E A) z x A (A Q B) E (A W B)$	
25, 37, 49, MDC	50	w	$x A (A Q B) E (A W B)$	
24, 50, MDD	51	q	$x A (A E B) Q (B E A) z x A (A Q B) E (A W B)$	
23, 51, s -int.	52	q	$x A (A Q B) E (A W B) z x A (A E B) Q (B E A)$ d	
			$x A (A E B) Q (B E A) z x A (A Q B) E (A W B)$	
52, def. b	53	q	$x A (A Q B) E (A W B) b x A (A E B) Q (B E A)$	
53, @-int.	54	q	$(@x) (x A (A Q B) E (A W B) b x A (A E B) Q (B E A))$	
54, def.=	55	q	$(A Q B) E (A W B) = (A E B) Q (B E A)$	

47) q Z D A

Solução: Lembremos que esta notação só pode ser usada se valer como hipótese BDA.

Rascunho:  $(@x) (x A Z z x A A)$

TESE		q	Z D A
Hip.	1	q	BDA
1, def.D	2	q	$(@x) (x A B z x A A)$
2, @-el.	3	q	$x A B z x A A$
Sup.	4	w	$x A Z$
1, 4, def.:	5	w	$x A A s x S B$
5, s -el.	6	w	$x A A$
4, 6, MDD	7	q	$x A Z z x A A$
7, @-int.	8	q	$(@x) (x A Z z x A A)$
8, def.D	9	q	Z D A

Comentário: A hipótese de trabalho é admitida na Teoria T. Deve ser dissecada como feito nos passos 2 e 3. Neste exercício, por exemplo, não foi utilizada (pois  $A E B \not\subseteq A$ ), mas em outros será condição *sine qua non* para se obter o enunciado desejado. Ao aplicarmos a definição de complementar, citamos a hipótese legitimadora.

48)  $q \ Z \ WB = O$

Solução: Lembremos que esta notação só pode ser usada se valer como hipótese BDA.

Rascunho:  $(@x) (x \ S \ Z \ WB)$

TESE		q		$Z \ WB = O$
Hip.		1		q BDA
1, def.D		2		q $(@x) (x \ AB \ z \ x \ AA)$
2, @-el.		3		q $x \ AB \ z \ x \ AA$
Sup. Abs.		4		w $x \ AZ \ WB$
4, def.W		5		w $x \ AZ \ s \ x \ AB$
5, s -el.		6		w $x \ AZ$
5, s -el.		7		w $x \ AB$
1, 6, def.:		8		w $x \ AA \ s \ x \ SB$
8, s -el.		9		w $x \ SB$
7, 9, s -int.		10		w $x \ AB \ s \ x \ SB$
4, 10, MDI		11		q $x \ SZ \ WB$
11, @-int.		12		q $(@x) (x \ SZ \ WB)$
12, def.O		13		q $Z \ WB = O$

49)  $q \ Z \ QB = A$

Solução: Lembremos que esta notação só pode ser usada se valer como hipótese BDA.

Rascunho:  $(@x) (x \ AZ \ QB \ b \ x \ AA)$

				$x \ AZ \ h \ x \ AB$
				$x \ AA \ s \ x \ SB \ k \ x \ AB$
TESE		q		$Z \ QB = A$
Hip.		1		q BDA
1, def.D		2		q $(@x) (x \ AB \ z \ x \ AA)$
2, @-el.		3		q $x \ AB \ z \ x \ AA$
(z ) Sup.		4		w $x \ AZ \ QB$
4, def.Q		5		w $x \ AZ \ h \ x \ AB$
5, Sup.		6		e $x \ AZ$
1, 6, def.:		7		e $x \ AA \ s \ x \ SB$
7, s -el.		8		e $x \ AA$
6, 8, MDD		9		w $x \ AZ \ z \ x \ AA$
5, Sup.		10		e $x \ AB$
3, 10, MP		11		e $x \ AA$
10, 11, MDD		12		w $x \ AB \ z \ x \ AA$
5, 9, 12, MDC		13		w $x \ AA$
4, 13, MDD		14		q $x \ AZ \ QB \ z \ x \ AA$
(i ) Sup.		15		w $x \ AA$
Sup. Abs.		16		e $a (x \ AZ \ QB)$
16, def.Q		17		e $a (x \ AZ \ h \ x \ AB)$
17, RA		18		e $x \ SZ \ s \ x \ SB$
18, s -el.		19		e $x \ SZ$

Comentário: Os Resultados Anteriores não mais serão colocados ao lado, salvo se forem não usuais. Espera-se que a esta altura o aluno já os conheça de forma a não precisar do lembrete.

18, s -el.	20   e	x S B
19, RA	21   e	a (x A Z )
1, 21, def.:	22   e	a (x A A s x S B)
22, RA	23   e	x S A h x A B
23, 15, h -el.	24   e	x A B
20, 24, s -int.	25   e	x S B s x A B
16, 25, MDI	26   w	x A Z Q B
15, 26, MDD	27   q	x A A z x A Z Q B
14, 27, s -int.	28   q	x A Z Q B z x A A d x A A z x A Z Q B
28, def. b	29   q	x A Z Q B b x A A
29, @ -int.	30   q	(@x) (x A Z Q B b x A A)
30, def.=	31   q	Z Q B = A

50) q: 2 = O

Solução: Lembremos que esta notação só pode ser usada se valer como hipótese ADA.

Rascunho: (@x) (x S: 2)

TESE	q	: 2 = O
Hip.	1   q	ADA
Sup. Abs.	2   w	x A: 2
1, 2, def.:	3   w	x A A s x S A
2, 3, MDI	4   q	x S: 2
4, @ -int.	5   q	(@x) (x S: 2)
5, def.O	6   q	: 2 = O

Comentário: Com a prática antecipa-se a necessidade ou não de se desmembrar a hipótese. No caso em tela não é necessário. Além disso, em alguns casos a hipótese é na verdade um teorema já demonstrado na Teoria T, tal como ADA.

51) q: 3 = A

Solução: Lembremos que esta notação só pode ser usada se valer como hipótese ODA.

Rascunho: (@x) (x A: 3b x AA)

TESE	q	: 3 = A
Hip.	1   q	ODA
(z ) Sup.	2   w	x A: 3
1, 2, def.:	3   w	x A A s x S O
3, s -el.	4   w	x A A
2, 4, MDD	5   q	x A: 3z x AA
(i ) Sup.	6   w	x A A
AEDO	7   w	(@x) (x S O )
7, @ -el.	8   w	x S O
6, 8, s -int.	9   w	x A A s x S O
1, 9, def.:	10   w	x A: 3
6, 10, MDD	11   q	x A A z x A: 3
5, 11, s -int.	12   q	x A: 3z x A A d x A A z x A: 3
12, def. b	13   q	x A: 3b x AA
13, @ -int.	14   q	(@x) (x A: 3b x AA)
14, def.=	15   q	: 3 = A

52)  $q: 5 = Z Q X$

Solução: Lembremos que esta notação só pode ser usada se valer como hipótese

**BWC D A, BDA, CDA.**

Rascunho: ( $@x$ ) ( $x A: 5$  b  $x A Z Q X$ )

$x A Z h x A X$

$x A A s x S B k x A A s x S C$

$x A A s a (x A B W C)$

$x A A d a (x A B s x A C)$

$x A A d x S B h x S C$

	TESE		$q: 5 = Z Q X$	
	Hip.	1	$q$ BWC D A	
	Hip.	2	$q$ BDA	
	Hip.	3	$q$ CDA	
	2, def.D	4	$q$ ( $@x$ ) ( $x A B z x A A$ )	
	3, def.D	5	$q$ ( $@x$ ) ( $x A C z x A A$ )	
	4, @-el.	6	$q$ $x A B z x A A$	
	5, @-el.	7	$q$ $x A C z x A A$	
(z )	Sup.	8	w $x A: 5$	
	1, 8, def.:	9	w $x A A s x S B W C$	
	9, s -el.	10	w $x A A$	
	9, s -el., RA	11	w $a (x A B W C)$	
	11, def.W	12	w $a (x A B s x A C)$	
	12, RA	13	w $x S B h x S C$	
	13, Sup.	14	e $x S B$	
	10, 14, s -int.	15	e $x A A s x S B$	
	2, 15, def.:	16	e $x A Z$	
	16, h -int.	17	e $x A Z h x A X$	
	17, def.Q	18	e $x A Z Q X$	
	14, 18, MDD	19	w $x S B z x A Z Q X$	
	13, Sup.	20	e $x S C$	
	10, 20, s -int.	21	e $x A A s x S C$	
	3, 21, def.:	22	e $x A X$	
	22, h -int.	23	e $x A Z h x A X$	
	23, def.Q	24	e $x A Z Q X$	
	20, 24, MDD	25	w $x S C z x A Z Q X$	
	13, 19, 25, MDC	26	w $x A Z Q X$	
	8, 26, MDD	27	q $x A: 5 z x A Z Q X$	
(i )	Sup.	28	w $x A Z Q X$	
	28, def.Q	29	w $x A Z h x A X$	
	29, Sup.	30	e $x A Z$	
	2, 30, def.:	31	e $x A A s x S B$	
	31, s -el.	32	e $x A A$	
	31, s -el.	33	e $x S B$	
	33, h -int.	34	e $x S B h x S C$	
	34, RA	35	e $a (x A B s x A C)$	

Comentário: Enuncie todas as hipóteses e desmembre as que julgar necessário.

35, def.W	36	e	a (x A BWC)
32, 36, s -int.	37	e	x A A s a (x A BWC)
1, 37, def.:	38	e	x A: 5
30, 38, MDD	39	w	x A Z z x A: 5
29, Sup.	40	e	x A X
3, 40, def.:	41	e	x A A s x S C
41, s -el.	42	e	x A A
41, s -el.	43	e	x S C
43, h -int.	44	e	x S B h x S C
44, RA	45	e	a (x A B s x A C)
45, def.W	46	e	a (x A BWC)
42, 46, s -int.	47	e	x A A s a (x A BWC)
1, 47, def.:	48	e	x A: 5
40, 48, MDD	49	w	x A X z x A: 5
29, 39,49,MDC	50	w	x A: 5
28, 50, MDD	51	q	x A Z Q X z x A: 5
27, 51, s -int.	52	q	x A: 5 z x A Z Q X d x A Z Q X z x A: 5
52, def. b	53	q	x A: 5 b x A Z Q X
53, @-int.	54	q	(@x) (x A: 5 b x A Z Q X)
54, def.=	55	q	: 5 = Z Q X

53) q: 6 = B

Solução: Esta notação só pode ser usada se valer como hipótese **BDA** e **ZDA**.

Rascunho: (@x) (x A: 6 b x A B)

x A A s a (x A Z)

x A A s a (x A A s x S B)

x A A d x S A h x A B

TESE | q : 6 = B

Hip. | 1 | q BDA

1, Hip. | 2 | q ZDA

1, def.D | 3 | q (@x) (x A B z x A A)

3, @-el. | 4 | q x A B z x A A

(z ) Sup. | 5 | w x A: 6

2, 5, def.: 6 | w | x A A s a (x A Z) || 6, s -el. | 7 | w | x A A |
6, s -el.	8	w	a (x A Z)
1, 8, def.:	9	w	a (x A A s x S B)
9, RA	10	w	x S A h x A B
10, 7, h -el.	11	w	x A B
5, 11, MDD	12	q	x A: 6 z x A B
(i ) Sup.	13	w	x A B
4, 13, MP	14	w	x A A
13, h -int.	15	w	x S A h x A B
15, RA	16	w	a (x A A s x S B)
1, 16, def.:	17	w	a (x A Z)

Comentário: Enuncie todas as hipóteses e desmembre as que julgar necessário.

14, 17, s -int.	18   w	$x A A s a (x A Z)$
2, 18, def.:	19   w	$x A: 6$
13, 19, MDD	20   q	$x A B z \quad x A: 6$
12, 20, s -int.	21   q	$x A: 6 z \quad x A B d \quad x A B z \quad x A: 6$
21, def. b	22   q	$x A: 6 b \quad x A B$
22, @-int.	23   q	$(@x) (x A: 6 b \quad x A B)$
23, def.=	24   q	$: 6 = B$

54) q:  $4 = Z W X$

Solução: Esta notação só pode ser usada se valer como hipótese **BDA, CDA** e **BQCDA**.

Rascunho:  $(@x) (x A: 4 \quad b \quad x A Z W X)$

$x A Z s x A X$

$x A A s x S B d x A A s x S C$

$x A A s a (x A B Q C)$

$x A A s a (x A B h x A C)$

$x A A d x S B s x S C$

TESE | q:  $4 = Z W X$

Hip. | 1 | q B D A

Hip. | 2 | q C D A

Hip. | 3 | q B Q C D A

1, def.D | 4 | q  $(@x) (x A B z \quad x A A)$

2, def.D | 5 | q  $(@x) (x A C z \quad x A A)$

4, @-el. | 6 | q  $x A B z \quad x A A$

5, @-el. | 7 | q  $x A C z \quad x A A$

(z ) Sup. | 8 | w  $x A: 4$

3, 8, def.:

9 | w  $x A A s a (x A B Q C)$

9, s -el. | 10 | w  $x A A$

9, s -el. | 11 | w  $a (x A B Q C)$

11, def.Q | 12 | w  $a (x A B h x A C)$

12, RA | 13 | w  $x S B s x S C$

13, s -el. | 14 | w  $x S B$

13, s -el. | 15 | w  $x S C$

10, 14, s -int. | 16 | w  $x A A s x S B$

10, 15, s -int. | 17 | w  $x A A s x S C$

1, 16, def.:

18 | w  $x A Z$

2, 17, def.:

19 | w  $x A X$

18, 19, s -int. | 20 | w  $x A Z s x A X$

20, def.W | 21 | w  $x A Z W X$

8, 21, MDD | 22 | q  $x A: 4 z \quad x A Z W X$

(i ) Sup. | 23 | w  $x A Z W X$

23, def.W | 24 | w  $x A Z s x A X$

24, s -el. | 25 | w  $x A Z$

Comentário: Enuncie todas as hipóteses e desmembre as que julgar necessário.

24, s -el.	26   w	x A X	
1, 25, def.:	27   w	x A A s x S B	
2, 26, def.:	28   w	x A A s x S C	
27, s -el.	29   w	x A A	
27, s -el.	30   w	x S B	
28, s -el.	31   w	x S C	
30, 31, s -int.	32   w	x S B s x S C	
32, RA	33   w	a (x A B h x A C)	
33, def.Q	34   w	a (x A B Q C)	
29, 34, s -int.	35   w	x A A s a (x A B Q C)	
3, 35, def.:	36   w	x A: 4	
23, 36, MDD	37   q	x A Z W X z x A: 4	
22, 37, s -int.	38   q	x A: 4 z x A Z W X d x A Z W X z x A: 4	
38, def. b	39   q	x A: 4 b x A Z W X	
39, @-int.	40   q	(@x) (x A: 4 b x A Z W X)	
40, def.=	41   q	: 4 = Z W X	

Comentário: No caso em tela, as hipóteses desmembradas não foram aproveitadas na demonstração. O aluno geralmente não consegue antever se haverá ou não tal uso. Na medida em que sua capacidade no entorno específico aumentar, ele aumentará também sua antevisão.

55) q ? = U

Solução:

Rascunho: (@x) (x A: O )

TESE	q ? = U
Sup. Abs.	1   w a (x A: O )
1, def.:	2   w a (x S O )
2, RA	3   w x A O
AEDO	4   w (@x) (x S O )
4, @-el.	5   w x S O
3, 5, s -int.	6   w x A O s x S O
1, 6, MDI	7   q x A: O
7, @-int.	8   q (@x) (x A: O )
8, def. U	9   q ? = U

56) q A W N = O

Solução:

Rascunho: (@x) (x S A W N)

TESE	q A W N = O
Sup. Abs.	1   w x A A W N
1, def.W	2   w x A A s x A N
2, s -el.	3   w x A A
2, s -el.	4   w x A N
4, def.:	5   w x S A
3, 5, s -int.	6   w x A A s x S A
1, 6, MDI	7   q x S A W N
7, @-int.	8   q (@x) (x S A W N)
8, def. O	9   q A W N = O

57)  $q \text{ A Q N} = U$ 

Solução:

Rascunho:  $(@x) (x \text{ A A Q N})$ 

TESE		q	A Q N = U
Sup. Abs.	1	w	$a (x \text{ A A Q N})$
1, def.Q	2	w	$a (x \text{ A A h x A N})$
2, RA	3	w	$x \text{ S A s x S N}$
3, s -el.	4	w	$x \text{ S A}$
3, s -el., RA	5	w	$a (x \text{ A N})$
5, def.:	6	w	$a (x \text{ S A})$
6, RA	7	w	$x \text{ A A}$
4, 7, s -int.	8	w	$x \text{ S A s x A A}$
1, 8, MDI	9	q	$x \text{ A A Q N}$
9, @-int.	10	q	$(@x) (x \text{ A A Q N})$
10, def. U	11	q	$\text{A Q N} = U$

58)  $q \text{ A D B b MD N}$ 

Solução:

Rascunho:  $(@x) (x \text{ A M z x A N}) / (@x) (x \text{ A A z x A B})$ 

TESE		q	A D B b MD N
(z ) Sup.	1	w	$\text{A D B}$
1, def.D	2	w	$(@x) (x \text{ A A z x A B})$
2, @-el.	3	w	$x \text{ A A z x A B}$
Sup.	4	e	$x \text{ A M}$
4, def.:	5	e	$x \text{ S B}$
Sup. Abs.	6	r	$a (x \text{ A N})$
6, def.:	7	r	$a (x \text{ S A})$
7, RA	8	r	$x \text{ A A}$
3, 8, MP	9	r	$x \text{ A B}$
5, 9, s -int.	10	r	$x \text{ S B s x A B}$
6, 10, MDI	11	e	$x \text{ A N}$
4, 11, MDD	12	w	$x \text{ A M z x A N}$
12, @-int.	13	w	$(@x) (x \text{ A M z x A N})$
13, def. D	14	w	$\text{M D N}$
1, 14, MDD	15	q	$\text{A D B z MD N}$
(i ) Sup.	16	w	$\text{M D N}$
16, def.D	17	w	$(@x) (x \text{ A M z x A N})$
17, @-el.	18	w	$x \text{ A M z x A N}$
Sup.	19	e	$x \text{ A A}$
Sup. Abs.	20	r	$x \text{ S B}$
20, def.:	21	r	$x \text{ A M}$
18, 21, MP	22	r	$x \text{ A N}$
22, def.:	23	r	$x \text{ S A}$
19, 23, s -int.	24	r	$x \text{ A A s x S A}$

20, 24, MDI	25	e	$x A B$
19, 25, MDD	26	w	$x A A z \quad x A B$
26, @-int.	27	w	$(@x) (x A A z \quad x A B)$
27, def. D	28	w	$A D B$
16, 28, MDD	29	q	$M D N z \quad A D B$
15, 29, s-int.	30	q	$A D B z \quad M D N \quad d \quad M D N z \quad A D B$
30, def. b	31	q	$A D B \quad b \quad M D N$

59)  $q : (N) = A$

Solução:

Rascunho:  $(@x) (x A : (N) b \quad x A A)$

	TESE		q	:	$(N) = A$
(z )	Sup.	1	w		$x A : (N)$
	1, def.:	2	w		$x S N$
	2, RA	3	w		$a (x A N)$
	3, def.:	4	w		$a (x S A)$
	4, RA	5	w		$x A A$
	1, 5, MDD	6	q		$x A : (N) z \quad x A A$
(i )	Sup.	7	w		$x A A$
	Sup. Abs.	8	e		$a (x A : (N))$
	8, def.:	9	e		$a (x S N)$
	9, RA	10	e		$x A N$
	10, def.:	11	e		$x S A$
	7, 11, s-int.	12	e		$x A A s \quad x S A$
	8, 12, MDI	13	w		$x A : (N)$
	7, 13, MDD	14	q		$x A A z \quad x A : (N)$
	6, 14, s-int.	15	q		$x A : (N) z \quad x A A \quad d \quad x A A z \quad x A : (N)$
	15, def. b	16	q		$x A : (N) \quad b \quad x A A$
	16, @-int.	17	q		$(@x) (x A : (N) \quad b \quad x A A)$
	17, def.=	18	q		$: (N) = A$

60)  $q \quad A W B = O \quad b \quad A D M$

Solução:

Rascunho:  $(@x) (x A A z \quad x A M) / \quad (@x) (x S A W B)$

	TESE		q		$A W B = O \quad b \quad A D M$
(z )	Sup.	1	w		$A W B = O$
	1, def.O	2	w		$(@x) (x S A W B)$
	2, @-el., RA	3	w		$a (x A A W B)$
	3, def.W	4	w		$a (x A A s \quad x A B)$
	4, RA	5	w		$x S A \quad h \quad x S B$
	Sup.	6	e		$x A A$
	5, 6, h-el.	7	e		$x S B$
	7, def.:	8	e		$x A M$
	6, 8, MDD	9	w		$x A A z \quad x A M$

	9, @-int.	10	w	$(@x)(x A A z \ x A M)$	
	10, def.D	11	w	$A D M$	
	1, 11, MDD	12	q	$A W B = O z \ A D M$	
(i )	Sup.	13	w	$A D M$	
	13, def.D	14	w	$(@x)(x A A z \ x A M)$	
	14, @-el.	15	w	$x A A z \ x A M$	
	Sup. Abs	16	e	$x A A W B$	
	16, def.W	17	e	$x A A s \ x A B$	
	17, s -el.	18	e	$x A A$	
	17, s -el.	19	e	$x A B$	
	15,18, MP	20	e	$x A M$	
	20, def.:	21	e	$x S B$	
	19, 21, s -int.	22	e	$x A B s \ x S B$	
	16, 22, MDI	23	w	$x S A W B$	
	23, @-int.	24	w	$(@x)(x S A W B)$	
	24, def.O	25	w	$A W B = O$	
	13, 25, MDD	26	q	$A D M z \ A W B = O$	
	12, 26, s -int.	27	q	$A W B = O z \ A D M d \ A D M z \ A W B = O$	
	27, def. b	28	q	$A W B = O b \ A D M$	

61) q  $A W B = O z \ A Q M = M$

Solução:

	Rascunho: $(@x)(x A A Q M b \ x A M)$			
	TESE		q	$A W B = O z \ A Q M = M$
	Sup.	1	w	$A W B = O$
	1, def.O	2	w	$(@x)(x S A W B)$
	2, @-el., RA	3	w	$a (x A A W B)$
	3, def.W	4	w	$a (x A A s \ x A B)$
	4, RA	5	w	$x S A h \ x S B$
(z )	Sup.	6	e	$x A A Q M$
	6, def.Q	7	e	$x A A h \ x A M$
	7, Sup.	8	r	$x A A$
	5, 8, h -el.	9	r	$x S B$
	9, def.:	10	r	$x A M$
	8, 10, MDD	11	e	$x A A z \ x A M$
	7, Sup.	12	r	$x A M$
	12, P.I.	13	r	$x A M$
	12, 13, MDD	14	e	$x A M z \ x A M$
	7, 11, 14, MDC	15	e	$x A M$
	6, 15, MDD	16	w	$x A A Q M z \ x A M$
(i )	Sup.	17	e	$x A M$
	17, def.:	18	e	$x S B$
	Sup. Abs.	19	r	$a (x A A Q M)$
	19, def.Q	20	r	$a (x A A h \ x A M)$
	20, RA	21	r	$x S A s \ x S M$

21, s -el., RA	22	r	a (x A M)
22, def.:	23	r	a (x S B)
18, 23, s -int.	24	r	x S B s a (x S B)
19, 24, MDI	25	e	x A A Q M
17, 25, MDD	26	w	x A M z x A A Q M
16, 26, s -int.	27	w	x A A Q M z x A M d x A M z x A A Q M
27, def. b	28	w	x A A Q M b x A M
28, @-int.	29	w	(@x) (x A A Q M b x A M)
29, def.=	30	w	A Q M = M
1, 30, MDD	31	q	A W B = O z A Q M = M

62) q A D B b A W M = O

Solução:

Rascunho: (@x) (x S A W M)		/	(@x) (x A A z x A B)
	TESE	q	A D B b A W M = O
(z )	Sup.	1   w	A D B
	1, def.D	2   w	(@x) (x A A z x A B)
	2, @-el.	3   w	x A A z x A B
	Sup. Abs	4   e	x A A W M
	16, def.W	5   e	x A A s x A M
	5, s -el.	6   e	x A A
	5, s -el.	7   e	x A M
	7, def.:	8   e	x S B
	3, 6, MP	9   e	x A B
	8, 9, s -int.	10   e	x S B s x A B
	4, 10, MDI	11   w	x S A W M
	11, @-int.	12   w	(@x) (x S A W M)
	12, def.O	13   w	A W M = O
	1, 13, MDD	14   q	A D B z A W M = O
(i )	Sup.	15   w	A W M = O
	15, def.O	16   w	(@x) (x S A W M)
	16, @-el., RA	17   w	a (x A A W M)
	17, def.W	18   w	a (x A A s x A M)
	18, RA	19   w	x S A h x S M
	Sup.	20   e	x A A
	19, 20, h -el.	21   e	x S M
	21, RA	22   e	a (x A M)
	22, def.:	23   e	a (x S B)
	23, RA	24   e	x A B
	20, 24, MDD	25   w	x A A z x A B
	25, @-int.	26   w	(@x) (x A A z x A B)
	26, def.D	27   w	A D B
	15, 27, MDD	28   q	A W M = O z A D B
	14, 28, s -int.	29   q	A D B z A W M = O d A W M = O z A D B
	29, def. b	30   q	A D B b A W M = O

63)  $q \text{ AWB} = 0 \text{ s } \text{AQB} = \text{U} \text{ z } \text{BDN}$

Solução:

Rascunho:  $(@x) (x \text{A B z } x \text{A N})$

TESE		q	$\text{AWB} = 0 \text{ s } \text{AQB} = \text{U} \text{ z } \text{BDN}$
Sup.	1	w	$\text{AWB} = 0 \text{ s } \text{AQB} = \text{U}$
1, s -el.	2	w	$\text{AWB} = 0$
1, s -el.	3	w	$\text{AQB} = \text{U}$
2, def.O	4	w	$(@x) (x \text{S AWB})$
3, def.U	5	w	$(@x) (x \text{A AQB})$
4, @-el., RA	6	w	$a (x \text{A AWB})$
5, @-el.	7	w	$x \text{A AQB}$
6, def.W	8	w	$a (x \text{A A s } x \text{A B})$
7, def.Q	9	w	$x \text{A A h } x \text{A B}$
8, RA	10	w	$x \text{S A h } x \text{S B}$
Sup.	11	e	$x \text{A B}$
10, 11, h -el.	12	e	$x \text{S A}$
12, def.:	13	e	$x \text{A N}$
11, 13, MDD	14	w	$x \text{A B z } x \text{A N}$
14, @-int.	15	w	$(@x) (x \text{A B z } x \text{A N})$
15, def.D	16	w	$\text{BDN}$
1, 16, MDD	17	q	$\text{AWB} = 0 \text{ s } \text{AQB} = \text{U} \text{ z } \text{BDN}$

64)  $q \text{ A} = \text{B b } (\text{AWM})\text{Q}(\text{NWB}) = 0$

Solução:

Rascunho:  $(@x) (x \text{S } (\text{AWM})\text{Q}(\text{NWB})) / (@x) (x \text{A A b } x \text{A B})$

TESE		q	$\text{A} = \text{B b } (\text{AWM})\text{Q}(\text{NWB}) = 0$
(z ) Sup.	1	w	$\text{A} = \text{B}$
1, def.=	2	w	$(@x) (x \text{A A b } x \text{A B})$
2, @-el.	3	w	$x \text{A A b } x \text{A B}$
3, def. b	4	w	$x \text{A A z } x \text{A B d } x \text{A B z } x \text{A A}$
4, s -el.	5	w	$x \text{A A z } x \text{A B}$
4, s -el.	6	w	$x \text{A B z } x \text{A A}$
Sup. Abs.	7	e	$x \text{A } (\text{AWM})\text{Q}(\text{NWB})$
7, def.Q	8	e	$x \text{A } (\text{AWM}) \text{ h } x \text{A } (\text{NWB})$
8, Sup. Abs.	9	r	$x \text{A } (\text{AWM})$
9, def.W	10	r	$x \text{A A s } x \text{A M}$
10, s -el.	11	r	$x \text{A A}$
10, s -el.	12	r	$x \text{A M}$
12, def.:	13	r	$x \text{S B}$
5, 11, MP	14	r	$x \text{A B}$
13, 14, s -int.	15	r	$x \text{S B s } x \text{A B}$
9, 15, MDI	16	e	$x \text{S } (\text{AWM})$
8, Sup. Abs.	17	r	$x \text{A } (\text{NWB})$
17, def.W	18	r	$x \text{A N s } x \text{A B}$

18, s -el.	19   r	x A N
18, s -el.	20   r	x A B
19, def.:	21   r	x S A
6, 20, MP	22   r	x A A
21, 22, s -int.	23   r	x S A s x A A
17, 23, MDI	24   e	x S (NWB)
16, 24, s -int.	25   e	x S (AWM) s x S (NWB)
25, RA	26   e	a (x A (AWM) h x A (NWB))
8, 26, s -int.	27   e	(xA(AWM)h xA(NWB))d a (xA(AWM)h xA(NWB))
7, 27, MDI	28   w	x S (AWM)Q(NWB)
28, @-int.	29   w	(@x) (x S (AWM)Q(NWB))
29, def.O	30   w	(AWM)Q(NWB) = O
1, 30, MDD	31   q	A = B z (AWM)Q(NWB)= O
(i ) Sup.	32   w	(AWM)Q(NWB) = O
32, def.O	33   w	(@x) (x S (AWM)Q(NWB))
33, @-el., RA	34   w	a (x A (AWM)Q(NWB))
34, def.Q	35   w	a (x A (AWM) h x A (NWB))
35, RA.	36   w	x S (AWM) s x S (NWB)
36, s -el., RA	37   w	a (x A (AWM))
36, s -el., RA	38   w	a (x A (NWB))
37, def.W	39   w	a (x A A s x A M)
38, def.W	40   w	a (x A N s x A B)
39, RA.	41   w	x S A h x S M
40, RA.	42   w	x S N h x S B
(z ) Sup.	43   e	x A A
41, 43, h -el.	44   e	x S M
44, RA.	45   e	a (x A M)
45, def.:	46   e	a (x S B)
46, RA.	47   e	x A B
43, 47, MDD	48   w	x A A z x A B
(i ) Sup.	49   e	x A B
42, 49, h -el.	50   e	x S N
50, RA.	51   e	a (x A N)
51, def.:	52   e	a (x S A)
52, RA.	53   e	x A A
49, 53, MDD	54   w	x A B z x A A
48, 54, s -int.	55   w	x A A z x A B d x A B z x A A
55, def. b	56   w	x A A b x A B
56, @-int.	57   w	(@x) (x A A b x A B)
57, def.=	58   w	A = B
32, 58, MDD	59   q	(AWM)Q(NWB) = O z A = B
31, 59, s -int.	60   q	A=Bz (AWM)Q(NWB)= O d (AWM)Q(NWB)= O z A=B
60, def. b	61   q	A = B b (AWM)Q(NWB)= O

65)  $q \ A \ E \ B = A \ W \ M$ 

Solução:

Rascunho:  $(@x)(x \ A \ A \ E \ B \ b \ x \ A \ A \ W \ M)$   
 $x \ A \ A \ s \ x \ S \ B$

	TESE		q	A E B = A W M
(z )	Sup.	1	w	$x \ A \ A \ E \ B$
	1, def.E	2	w	$x \ A \ A \ s \ x \ S \ B$
	2, s -el.	3	w	$x \ A \ A$
	2, s -el.	4	w	$x \ S \ B$
	4, def.:	5	w	$x \ A \ M$
	3, 5, s -int.	6	w	$x \ A \ A \ s \ x \ A \ M$
	6, def.W	7	w	$x \ A \ A \ W \ M$
	1, 7, MDD	8	q	$x \ A \ A \ E \ B \ z \ x \ A \ A \ W \ M$
(i )	Sup.	9	w	$x \ A \ A \ W \ M$
	9, def.W	10	w	$x \ A \ A \ s \ x \ A \ M$
	10, s -el.	11	w	$x \ A \ A$
	10, s -el.	12	w	$x \ A \ M$
	12, def.:	13	w	$x \ S \ B$
	11, 13, s -int.	14	w	$x \ A \ A \ s \ x \ S \ B$
	14, def.E	15	w	$x \ A \ A \ E \ B$
	9, 15, MDD	16	q	$x \ A \ A \ W \ M \ z \ x \ A \ A \ E \ B$
	8, 16, s -int.	17	q	$x \ A \ A \ E \ B \ z \ x \ A \ A \ W \ M \ d \ x \ A \ A \ W \ M \ z \ x \ A \ A \ E \ B$
	17, def. b	18	q	$x \ A \ A \ E \ B \ b \ x \ A \ A \ W \ M$
	18, @-int.	19	q	$(@x)(x \ A \ A \ E \ B \ b \ x \ A \ A \ W \ M)$
	19, def.=	20	q	$A \ E \ B = A \ W \ M$

66)  $q : (A \ E \ B) = N \ Q \ B$ 

Solução:

Rascunho:  $(@x)(x \ A : (A \ E \ B) \ b \ x \ A \ N \ Q \ B)$   
 $x \ S \ A \ h \ x \ A \ B$

	TESE		q	: (A E B) = N Q B
(z )	Sup.	1	w	$x \ A : (A \ E \ B)$
	1, def.:	2	w	$x \ S (A \ E \ B)$
	2, RA.	3	w	$a (x \ A \ A \ E \ B)$
	3, def.E	4	w	$a (x \ A \ A \ s \ x \ S \ B)$
	4, RA.	5	w	$x \ S \ A \ h \ x \ A \ B$
	5, Sup.	6	e	$x \ S \ A$
	6, def.:	7	e	$x \ A \ N$
	7, h -int.	8	e	$x \ A \ N \ h \ x \ A \ B$
	8, def.Q	9	e	$x \ A \ N \ Q \ B$
	6, 9, MDD	10	w	$x \ S \ A \ z \ x \ A \ N \ Q \ B$

5, Sup.	11   e	$x A B$
11, h-int.	12   e	$x A N h x A B$
12, def.Q	13   e	$x A N Q B$
11, 13, MDD	14   w	$x A B z x A N Q B$
5, 10, 14, MDC	15   w	$x A N Q B$
1, 15, MDD	16   q	$x A: (A E B) z x A N Q B$
(z ) Sup.	17   w	$x A N Q B$
17, def.Q	18   w	$x A N h x A B$
18, Sup.	19   e	$x A N$
19, def.:	20   e	$x S A$
20, h-int.	21   e	$x S A h x A B$
21, RA	22   e	$a (x A A s x S B)$
22, def.E	23   e	$a (x A A E B)$
23, RA	24   e	$x S A E B$
24, def.:	25   e	$x A: (A E B)$
19, 25, MDD	26   w	$x A N z x A: (A E B)$
18, Sup.	27   e	$x A B$
27, h-int.	28   e	$x S A h x A B$
28, RA	29   e	$a (x A A s x S B)$
29, def.E	30   e	$a (x A A E B)$
30, RA	31   e	$x S A E B$
31, def.:	32   e	$x A: (A E B)$
27, 32, MDD	33   w	$x A B z x A: (A E B)$
18, 26, 33, MDC	34   w	$x A: (A E B)$
17, 34, MDD	35   q	$x A N Q B z x A: (A E B)$
16, 35, s-int.	36   q	$x A: (A E B) z x A N Q B d x A N Q B z x A: (A E B)$
36, def. b	37   q	$x A: (A E B) b x A N Q B$
37, @-int.	38   q	$(@x)(x A: (A E B) b x A N Q B)$
38, def.=	39   q	$: (A E B) = N Q B$

67) q:  $(A W B) = N Q M$

Solução:

Rascunho:  $(@x)(x A: (A W B) b x A N Q M)$

			$x S A h x S B$
		$a (x A A s x A B)$	
		$x S A h x S B$	
TESE	q	:	$(A W B) = N Q M$
(z ) Sup.	1   w	$x A: (A W B)$	
1, def.:	2   w	$x S (A W B)$	
2, RA.	3   w	$a (x A A W B)$	
3, def.W	4   w	$a (x A A s x A B)$	
4, RA.	5   w	$x S A h x S B$	
5, Sup.	6   e	$x S A$	
6, def.:	7   e	$x A N$	
7, h-int.	8   e	$x A N h x A M$	

8, def.Q	9	e	x A N Q M
6, 9, MDD	10	w	x S A z x A N Q M
5, Sup.	11	e	x S B
11, def.:	12	e	x A M
12, h-int.	13	e	x A N h x A B
13, def.Q	14	e	x A N Q B
11, 14, MDD	15	w	x S B z x A N Q M
5, 10, 15, MDC	16	w	x A N Q M
1, 16, MDD	17	q	x A: (A W B) z x A N Q M
(z ) Sup.	18	w	x A N Q M
18, def.Q	19	w	x A N h x A M
19, Sup.	20	e	x A N
20, def.:	21	e	x S A
21, h-int.	22	e	x S A h x S B
22, RA	23	e	a (x A A s x A B)
23, def.W	24	e	a (x A A W B)
24, RA	25	e	x S A W B
25, def.:	26	e	x A: (A W B)
20, 26, MDD	27	w	x A N z x A: (A W B)
19, Sup.	28	e	x A M
28, def.:	29	e	x S B
29, h-int.	30	e	x S A h x S B
30, RA	31	e	a (x A A s x A B)
31, def.W	32	e	a (x A A W B)
32, RA	33	e	x S A W B
33, def.:	34	e	x A: (A W B)
28, 34, MDD	35	w	x A M z x A: (A W B)
19, 27, 35, MDC	36	w	x A: (A W B)
18, 36, MDD	37	q	x A N Q M z x A: (A W B)
17, 37, s-int.	38	q	x A: (A W B) z x A N Q M d x A N Q M z x A: (A W B)
38, def. b	39	q	x A: (A W B) b x A N Q M
39, @-int.	40	q	(@x)(x A: (A W B) b x A N Q M)
40, def.=	41	q	: (A W B) = N Q M

**I) Determinar o conjunto X a partir das condições dadas:**

CONDIÇÕES	
$U = \{1,2,3,4,5,6,7,8,9,10\}$	$A \setminus O \text{ s } B = \{1, 3\}$

68)  $XQA = U \text{ s } XWA = O \text{ s } A = \{1\}$ .

Solução:

$$XQA = \{1,2,3,4,5,6,7,8,9,10\} \text{ s } XWA = O \text{ s } A = \{1\} \text{ z } X = \{2,3,4,5,6,7,8,9,10\}$$

Resposta:  $X = \{2,3,4,5,6,7,8,9,10\}$

$$69) \text{ADX} \subseteq \text{XQA} = \{4,5\}.$$

Solução:

$$\text{ADX} \subseteq \text{XQA} = \{4,5\} \text{ z } \mathbf{X} = \{4,5\}$$

$$\text{Resposta: } \mathbf{X} = \{4,5\}$$

Comentário:

Os pontinhos aqui serão para representar os elementos faltantes e não determinados.

$$70) \text{AWX} = \{3\} \subseteq \text{XQA} = \{2, 3, 4\} \subseteq \text{AOB} = \{1, 2, 3\}.$$

Solução:

$$\text{De } \text{AWX} = \{3\} \text{ temos que: } A = \{3, \dots\} \text{ e } X = \{3, \dots\}$$

$$\text{De } \text{XQA} = \{2, 3, 4\} \subseteq \text{AOB} = \{1, 2, 3\} \text{ temos que } 4 \notin A \text{ e, portanto, } 4 \notin X.$$

$$\text{Assim } X = \{3, 4, \dots\}.$$

$$\text{Como } B = \{1, 3\} \subseteq \text{AOB} = \{1, 2, 3\} \text{ z } 2 \notin A, \text{ isto é, } A = \{2, 3, \dots\}.$$

$$\text{Como } \text{AWX} = \{3\} \text{ e } A = \{2, 3, \dots\} \text{ z } 2 \notin X.$$

$$\text{Como até aqui } X = \{3, 4, \dots\} \subseteq \text{XQA} = \{2, 3, 4\} \subseteq \text{AOB} \text{ z } \mathbf{X} = \{3, 4\}$$

$$\text{Resposta: } \mathbf{X} = \{3, 4\}$$

$$71) \text{XWA} = \emptyset \subseteq \text{AWB} \setminus \emptyset \subseteq \text{XQA} = \{1, 2\} \subseteq X \setminus \emptyset.$$

Solução:

$$B = \{1, 3\} \subseteq \text{AWB} \setminus \emptyset \text{ z } 1 \in A \text{ h } 3 \in A.$$

$$\text{XQA} = \{1, 2\} \subseteq 1 \in A \text{ h } 3 \in A \text{ z } 3 \notin A \subseteq 1 \in A.$$

$$1 \in A \subseteq \text{XWA} = \emptyset \text{ z } 1 \notin X.$$

$$\text{XQA} = \{1, 2\} \subseteq 1 \notin X \subseteq X \setminus \emptyset \text{ z } \mathbf{X} = \{2\}$$

$$\text{Resposta: } \mathbf{X} = \{2\}$$

### CONDIÇÕES

$$A = \{x, y, z\} \subseteq B = \{z, w\} \subseteq C = \{x, y, w\}$$

$$72) \text{XQB} = \text{AQC} \subseteq \text{XWB} = \emptyset.$$

Solução:

$$(i) \text{XQB} = \text{AQC} \text{ z } \text{XQ} \{z, w\} = \{x, y, z, w\}. \text{ Daí temos: } X = \{x, y, \dots\}$$

$$(ii) \text{XWB} = \emptyset \text{ z } z \notin X \subseteq w \notin X$$

$$\text{De (i) e (ii) temos: } \mathbf{X} = \{x, y\}$$

$$\text{Resposta: } \mathbf{X} = \{x, y\}$$

$$73) XQ \{x, y, z, w\} = \{x, y, z, w, v\} \text{ s } XQ \{z, w\} = \{x, z, w, v\} \text{ s } XW \{y, z, w\} = \{z\}$$

Solução:

$$XQ \{x, y, z, w\} = \{x, y, z, w, v\} \quad z \quad X = \{v, \dots\}.$$

$$XQ \{z, w\} = \{x, z, w, v\} \quad z \quad X = \{x, v, \dots\}.$$

$$XW \{y, z, w\} = \{z\} \quad z \quad X = \{x, z, v, \dots\} \text{ s } ySX \text{ s } wSX.$$

$$\text{De } XQ \{x, y, z, w\} = \{x, y, z, w, v\} \text{ s } X = \{x, z, v, \dots\} \text{ s } ySX \text{ s } wSX \quad z \quad \mathbf{X} = \{x, z, v\}$$

Resposta:  $\mathbf{X} = \{x, z, v\}$

### CONDIÇÕES

$$A = \{1, 2, 3, 4, 5\} \text{ s } B = \{1, 2, 4, 6, 8\} \text{ s } C = \{2, 4, 5, 7\}$$

$$74) X D A \text{ s } A E X = BWC.$$

Solução:

$$(i) \quad X D \{1, 2, 3, 4, 5\}$$

$$(ii) \quad \{1, 2, 3, 4, 5\} E X = \{2, 4\}$$

De (i) e (ii) podemos obter:  $\mathbf{X} = \{1, 3, 5\}$

Resposta:  $\mathbf{X} = \{1, 3, 5\}$

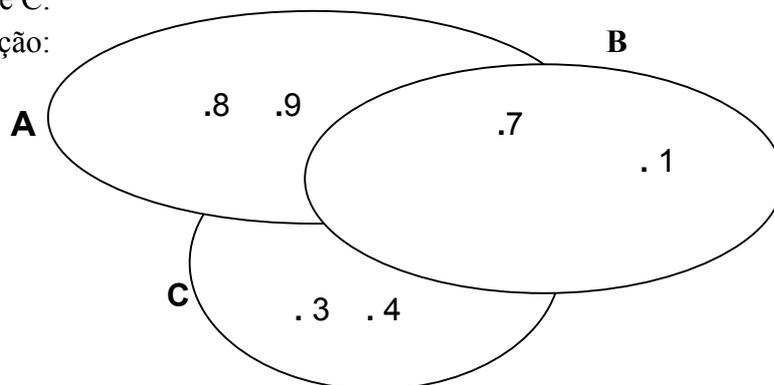
## II) Determinar os conjuntos solicitados:

### CONDIÇÕES

$$AQBQC = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\} \text{ s } AQB = \{1, 2, 5, 6, 7, 8, 9\} \text{ s} \\ \text{ s } AQC = \{2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\} \text{ s } AWB = \{6, 7\} \text{ s } AWC = \{5, 6\} \\ \text{ s } BWC = \{2, 6\}$$

$$75) A, B \text{ e } C.$$

Solução:



Comentário:

Inicia-se com a marcação das intersecções (dos elementos mais comuns aos menos comuns).

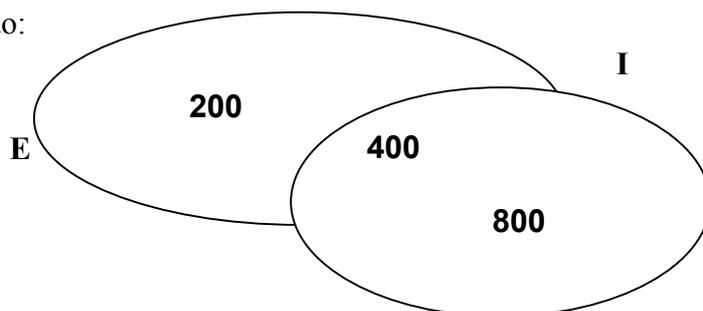
Resposta:  $\mathbf{A} = \{5, 6, 7, 8, 9\} \text{ s } \mathbf{B} = \{1, 2, 6, 7\} \text{ s } \mathbf{C} = \{2, 3, 4, 5, 6\}$

### CONDIÇÕES

A Faculdade de São João do Mato Dentro vai dar uma Festa de Boas Vindas para calouros e esta será realizada com 1400 pessoas. A faculdade possui 2 cursos, Engenharia e Informática. Sabe-se que os alunos de Engenharia são 600 e há 400 que fazem ambos os cursos.

76) Quantos alunos fazem somente Informática?

Solução:



Comentário:

O número de elementos de um certo conjunto A denomina-se cardinalidade de A e representa-se como “# A”.

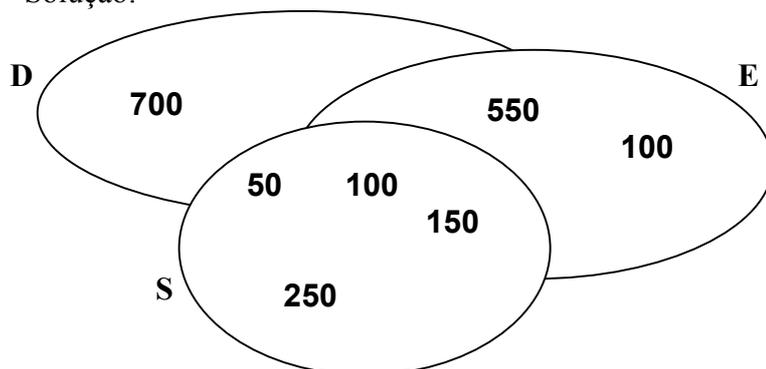
Resposta: A cardinalidade do conjunto dos alunos que fazem somente o curso de Informática se expressa por “# (I-E)”. Sendo que, # (I-E) = 800.

### CONDIÇÕES

No Instituto Universitário Bom de Cuca, há 2000 estudantes de Ciências Humanas. Entretanto, 1400 fazem o curso de Direito, 900 o curso de Economia e 550 o curso de Sociologia. O que resulta em um número de inscrições maior que o total de alunos do instituto. Sabe-se ainda que 150 fazem Sociologia e Direito e que 250 fazem Sociologia e Economia. Sabe-se também que 100 alunos fazem os 3 cursos.

77) Quantos alunos fazem Direito e Economia se 700 fazem somente Direito?

Solução:



Comentário:

Inicia-se com a marcação das intersecções (dos elementos mais comuns aos menos comuns).

Resposta: #(DWE)= 650

## CAPÍTULO VIII

### 8. RUDIMENTOS TEÓRICOS SOBRE $\mathbf{N}$ E O MÉTODO DE INDUÇÃO LÓGICA

Tendo havido um primeiro contato com a Teoria dos Conjuntos, ainda que num nível elementar, iremos apresentar o Método de Indução Lógica. Tal método também é conhecido por Princípio da Indução Finita (só que este não é um princípio), Método da Indução Finita (só que a indução leva a uma cardinalidade infinita) e Método de Indução Matemática. Preferimos, como termo designativo, o Método de Indução Lógica porque, apesar de precisarmos de um conjunto contagem para organizar em índices nossos enunciados, todos os demais elementos do método advêm da Lógica. Ainda de maneira bastante elementar, iremos introduzir a Axiomática de Peano. Se viermos a compor um texto continuativo, o que pretendemos mas não prometemos, iremos rever a Teoria dos Conjuntos (ampliando-a e também dando um tratamento mais sistemático aos conjuntos dos Números Naturais e Números Inteiros). Assim sendo, poderemos avançar para o que se denomina Matemática Discreta. Um outro texto com igual probabilidade de sair é uma continuação, objetivando o Cálculo Diferencial e Integral. Ambos dependerão da aceitação deste aqui em curso.

#### 8.1 A AXIOMÁTICA DE PEANO E O AXIOMA DA BOA ORDEM

O conjunto dos Números Naturais é historicamente associado ao processo de contagem; originalmente são eles 1, 2, 3, 4, 5, 6, ... ; posteriormente introduziu-se neste conjunto o número zero e representou-se então:

$$\mathbf{N} = \{0, 1, 2, 3, 4, \dots\}$$

Quando se quer representar um conjunto sem o zero, adicionamos ao termo designativo o símbolo asterisco. Dessa forma:

$$\mathbf{N}^* = \{1, 2, 3, 4, \dots\} = \mathbf{N} \setminus \{0\}$$

As preocupações de dar um tratamento mais sistematizado a este conjunto e suas propriedades só vieram em fins do século XIX (em 1899 Peano iniciou a

sistematização dos Naturais), período de grande investigação nos Fundamentos da Matemática<sup>1</sup>, período este que se propagou até o século XX.

### AXIOMAS DE PEANO

(Axiomas 27, 28, 29, 30, 31)

AP1:	$0 \in \mathbf{N}$	( zero é um número natural )
AP2:	$\forall n \in \mathbf{N}, \exists s(n) \in \mathbf{N} \text{ tq } s(n) = n+1$	( $s(n)$ é dito sucessor de $n$ )
AP3:	$\forall n \in \mathbf{N}, s(n) \neq 0$	(zero não é sucessor de ninguém)
AP4:	$\forall m, n \in \mathbf{N}, s(m) = s(n) \text{ z } m = n$	(se os sucessores de dois números são iguais, então estes são iguais)
AP5:	$\forall K \subseteq \mathbf{N}, 0 \in K \text{ e } \forall k \in K \text{ z } s(k) \in K \text{ x } K = \mathbf{N}$	

Os subconjuntos de  $\mathbf{N}$  que obedecerem ao fato de “0” ser elemento e todo sucessor de seu elemento ser também seu elemento, serão iguais ao conjunto  $\mathbf{N}$ .

Observação 10: Para evitar a dubiedade do símbolo matemático “|” com significado de tal que (mas que poderia ser confundido com “divide”), utilizaremos da abreviação “tq” sempre que julgarmos oportuno, tal como o fizemos em AP2.

Os axiomas acima estabelecem bem o nosso conjunto  $\mathbf{N}$ . Além da numeração seqüencial (axiomas de 27 a 31), receberão a denominação especial de Axiomas de Peano de 1 a 5, com siglas AP1 a AP5. Agora definiremos duas operações sobre os elementos de  $\mathbf{N}$ , a adição e a multiplicação.

Definição 24:  $\forall m, n \in \mathbf{N}$  definiremos a operação de adição como aquela que torna fechados e verdadeiros os seguintes enunciados:

- i.  $n + 0 = n$
- ii.  $n + s(m) = s(n+m)$

**Definição 25:** @  $m, n \in \mathbf{N}$  definiremos a operação de multiplicação como aquela que torna fechados e verdadeiros os seguintes enunciados:

- i.  $n \cdot 0 = 0$
- ii.  $n \cdot 1 = n$
- iii.  $n \cdot s(m) = n \cdot m + n$

As propriedades dos Naturais não serão aqui estudadas. O conjunto  $\mathbf{N}$  foi introduzido pela necessidade da contagem no Método de Indução Lógica.

### AXIOMA DA BOA ORDEM

(Axioma 32)

Todo subconjunto  $A$  não vazio de Naturais possui um elemento mínimo  $n_0$ . Este elemento pode ser escrito como  $n_0 = \min A$ .

**ABO:**

$$A \subseteq \mathbf{N} \wedge A \neq \emptyset \wedge \exists n \in A \wedge \forall m \in A \quad n \leq m$$

Observação 11:

Se  $A$  é um conjunto de um só elemento, então este também é o elemento mínimo.

Observação 12:

Se  $A$  possui vários elementos, então um destes será o elemento mínimo e será menor ou igual aos elementos de  $A$  (menor com relação aos demais e igual com relação a si mesmo).

Exemplos:

- 1)  $A = \{0, 1, 2, 3, 4, \dots, 10\}$  ( $A \subseteq \mathbf{N} \wedge A \neq \emptyset \wedge n_0 = 0$ ).
- 2)  $A = \{2, 4, 6, 8, 10, 12\}$  ( $A \subseteq \mathbf{N} \wedge A \neq \emptyset \wedge n_0 = 2$ ).
- 3)  $A = \{1, 3, 5, 7, 9, 11, \dots\}$  ( $A \subseteq \mathbf{N} \wedge A \neq \emptyset \wedge n_0 = 1$ ).
- 4)  $A = \{10, 100, 1000, 10000, \dots\}$  ( $A \subseteq \mathbf{N} \wedge A \neq \emptyset \wedge n_0 = 10$ ).
- 5)  $A = \{2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19, 23, 29, 31, \dots\}$  ( $A \subseteq \mathbf{N} \wedge A \neq \emptyset \wedge n_0 = 2$ )

**Definição 26:**

$\mathbf{N}_{n_0}$  é um segmento terminal de  $\mathbf{N}$

$$\forall n \in \mathbf{N} \quad n \geq n_0 \Rightarrow n \in \mathbf{N}_{n_0} \quad \wedge \quad n_0 = \min \mathbf{N}_{n_0}$$

Dizer que o conjunto  $\mathbf{N}_{n_0}$  é um segmento terminal do conjunto  $\mathbf{N}$  equivale a dizer que qualquer que seja o elemento  $n$ , pertencente aos Naturais, tal que este  $n$  seja maior ou igual que  $n_0$ , se  $n$  pertencer aos Naturais, então pertencerá também a  $\mathbf{N}_{n_0}$  e  $n_0$  será o menor elemento de  $\mathbf{N}_{n_0}$ .

Exemplos:

- 1)  $\mathbf{N}_5 = \{5, 6, 7, 8, 9, \dots\}$  ( $\mathbf{N}_5 \text{ D } \mathbf{N}$   $s_5 = \min \mathbf{N}_5$ ).
- 2)  $\mathbf{N}_7 = \{7, 8, 9, 8, 9, 10, \dots\}$  ( $\mathbf{N}_7 \text{ D } \mathbf{N}$   $s_7 = \min \mathbf{N}_7$ ).
- 3)  $\mathbf{N}_0 = \{0, 1, 2, 3, 4, \dots\}$  ( $\mathbf{N}_0 \text{ D } \mathbf{N}$   $s_0 = \min \mathbf{N}_0$ ).

Observação 13:

(AP5) e desta forma  $\mathbf{N}_0 = \mathbf{N}$ .

Vistos os itens acima, podemos iniciar a apresentação do Método da Indução Lógica.

## 8.2 O MÉTODO DE INDUÇÃO LÓGICA

Seja  $E(n)$  um tipo de enunciado definível dependente de  $n \in \mathbf{N}$  e aberto.

Se os 2 itens abaixo forem cumpridos:

- i. O termo  $n_0 \in \mathbf{N}$  faz o enunciado  $E(n_0)$  ser fechado e verdadeiro. Denominamos este item de “caso concreto”. Demonstra-se por “tentativa e erro”;
- ii. A subjunção  $E(k) \text{ z } E(s(k))$  for verdadeira para todo  $k \in \mathbf{N}_{n_0}$ . Denominamos este item de “caso genérico”. Demonstra-se por métodos de prova já anteriormente vistos;

a aplicação sucessiva e *ad infinitum* (permanente) de *Modus Ponens* torna o enunciado do tipo  $E(n)$  verdadeiro para todo  $n \in \mathbf{N}_{n_0}$  (ou para todo  $n \in \mathbf{N}_{n_0}$ ). Pois se vale, por exemplo,  $E(7)$  significa que:

Como vale  $E(k) \text{ z } E(s(k))$ , temos:

$$E(7) \text{ d } E(7) \text{ z } E(8)$$

Daí, por MP, temos:  $E(8)$ ;

Como vale  $E(k) \text{ z } E(s(k))$ , temos:

$$E(8) \text{ d } E(8) \text{ z } E(9)$$

Daí, por MP, temos:  $E(9)$ ;

Como vale  $E(k) \text{ z } E(s(k))$ , temos:

$$E(9) \text{ d } E(9) \text{ z } E(10)$$

Daí, por MP, temos:  $E(10)$ ;

Como vale  $E(k) \text{ z } E(s(k))$ , temos:

$$E(10) \text{ d } E(10) \text{ z } E(11)$$

Daí, por MP, temos:  $E(11)$ ;

⋮

Como vale  $E(k) \text{ z } E(s(k))$ , temos:

$$E(n-1) \text{ d } E(n-1) \text{ z } E(n)$$

Daí, por MP, temos:  $E(n)$  verdadeiro,  $\forall n \in \mathbb{N}$  (ou simplesmente  $\forall n \in \mathbb{N}$ ).

Obteremos o domínio do Método de Indução Lógica – MIL, após realizarmos a lista de exercícios correspondente. Para facilitar e ampliar o leque de possibilidades destes exercícios, introduziremos a notação Sigma.

### 8.3 A NOTAÇÃO SIGMA

Ao iniciarmos o item anterior, comentamos que havia enunciados do tipo  $E(n)$ , tal que  $E(n)$  é um tipo de enunciado definível dependente de  $n \in \mathbb{N}$  e aberto. Exemplos do tipo anteriormente descrito são aqueles associados à notação sigma.

#### Definição 27:

$$\sum_{i=m}^n F(i) = F(m) + F(m+1) + F(m+2) + \dots + F(n-2) + F(n-1) + F(n)$$

onde:

$m$  = limite inferior da soma;

$i$  = índice da soma;

$n$  = limite superior da soma;

$F$  = forma do termo;

$\Sigma$  = sigma, notação que indica soma.

Exemplos:

$$1) \sum_{i=1}^5 i^2 = 1^2 + 2^2 + 3^2 + 4^2 + 5^2$$

$$2) \sum_{i=1}^8 (i+1)^2 = (1+1)^2 + (2+1)^2 + (3+1)^2 + (4+1)^2 + (5+1)^2 + (6+1)^2 + (7+1)^2 + (8+1)^2$$

$$3) \sum_{i=0}^4 \frac{i}{i+2} = \frac{0}{0+2} + \frac{1}{1+2} + \frac{2}{2+2} + \frac{3}{3+2} + \frac{4}{4+2}$$

$$4) \sum_{i=1}^4 i = 1 + 2 + 3 + 4$$

Exercitaremos agora em nossa lista de exercícios.

## 6ª LISTA DE EXERCÍCIOS RESOLVIDOS

Os exercícios a seguir pressupõem que já foram provadas as propriedades dos Naturais. A prova dessas propriedades é uma atividade educacional mais complexa do que a feitura da presente lista, que visa apenas introduzir o Método de Indução Lógica e o uso da Rotulação. Julgamos preferível, por esse motivo didático-pedagógico, utilizar tais propriedades sem seqüenciar suas demonstrações (deixando-as para o semestre/texto imediatamente posterior a este) do que sacrificar o estudante/leitor a um esforço hercúleo de última hora.

<b>LEGENDA</b>	
$q$ = Teoria T	$w$ = Campo Teórico Experimental T índice 1
Sup. = Suponha	Sup. Abs. = Suponha por Absurdo
MDD = Método da Dedução Direta	MDI = Método da Dedução Indireta
MDC = Método da Dedução por Casos	MRA = Método da Redução ao Absurdo
MIL = Método de Indução Lógica	P. I. = Princípio da Identidade
RA = Resultado Anterior	Seja = Rotulação
MP = Modus Ponens	CP = Contra-Positiva
$s$ -int. = e - introdução	$s$ -el. = e - eliminação
$h$ -el. = ou - eliminação	$h$ -int. = ou - introdução
def.h = definição do “ou”	def. b = definição do “...se e somente se...”
@ -el. = @ - eliminação	@ -int. = @ - introdução
\$ -el. = \$ - eliminação	\$ -int. = \$ - introdução
\$! -el. = \$! - eliminação	\$! -int. = \$! - introdução
def.D = Definição da Inclusão de Conjuntos	def.= = definição da Igualdade de Conjuntos
def.O = Definição de Vazio	def.U = Definição de Universo
AEDO = Axioma da Ext. da Def. de Vazio	AEDU = Axioma da Ext. da Def. de Universo
def.W = Axioma da Ext. da Def. de Intersecção	def.Q = Axioma da Ext. da Def. de União
def.E = Axioma da Ext. da Def. de Diferença	def.: = Axioma da Ext. da Def. de Complementar
AP1 = Axioma de Peano 1	S = Def. Notação Sigma
<b>N</b> = Propriedade dos Naturais (quando colocado na área das justificativas)	

**D) Demonstrar o valor lógico dos enunciados a seguir através dos Métodos de Prova:**

- 1)  $\sum_{i=1}^n i = \frac{n \cdot (n+1)}{2}$     2)  $\sum_{i=1}^n (4i-2) = 2n^2$     3)  $2 + 4 + 6 + \dots + 2n = n(n+1)$
- 4)  $1 + 5 + 9 + \dots + (4n-3) = n(2n-1)$     5)  $\sum_{i=1}^n (i)^2 = \frac{n \cdot (n+1) \cdot (2n+1)}{6}$
- 6)  $1 + 3 + 6 + \dots + \frac{n(n+1)}{2} = \frac{n(n+1)(n+2)}{6}$     7)  $4+10+16+\dots+(6n-2) = n(3n+1)$
- 8)  $2^0 + 2^1 + 2^2 + \dots + 2^{n-1} = 2^n - 1$     9)  $\sum_{i=1}^n (2i-1) = n^2$
- 10)  $\frac{1}{1.3} + \frac{1}{3.5} + \frac{1}{5.7} + \dots + \frac{1}{(2n-1).(2n+1)} = \frac{n}{2n+1}$

**6ª LISTA DE EXERCÍCIOS RESOLVIDOS - SOLUÇÃO**

ATENÇÃO! MUITO CUIDADO! A lista é para ser feita e não somente lida. O estudante que somente procede à leitura, mesmo que “tenha entendido”, não está apto a realizar uma verificação de aprendizagem. Entender é condição para fazer, mas não é fazer. Copie os enunciados, resolva e depois confira pacientemente.

**D) Demonstrar o valor lógico dos enunciados a seguir através dos Métodos de Prova:**

Comentários: Até o presente momento não conhecemos quem tenha feito, tal como aqui, exercícios com o Método de Indução Lógica através de demonstrações por passos. A operação de Rotulação reconhecida pela sigla “Seja” é muito utilizada em Matemática. Entretanto, na área nunca se deram ao trabalho de refletir sobre os “sejas”. Assim sendo, não tiraram dele o melhor proveito e jamais o conceberam como OLV ou algo parecido.

1)  $\sum_{i=1}^n i = \frac{n \cdot (n+1)}{2}$

Solução: Quer se provar que a fórmula é verdadeira @nAN S n 9 1 .

Rascunho: E(k+1)b  $\sum_{i=1}^{k+1} i = \frac{(k+1) \cdot [(k+1)+1]}{2} = \frac{(k+1) \cdot (k+2)}{2} = \frac{k^2 + 2k + k + 2}{2}$

TESE	q	$1 \ i = \frac{n \cdot (n+1)}{2}$	<p><u>Comentários:</u> Sabemos que toda bijunção do tipo <math>pb \ q</math> pode ser reescrita como <math>pz \ q \ d \ qz \ p</math>. Sabemos também que nada impediria a aplicação do <math>S \text{-el}</math>. E que posteriormente poder-se-ia aplicar o <i>Modus Ponens</i> em qualquer das duas subjunções. Sendo assim, admitiremos a aplicação da OLV <i>Modus Ponens</i> nas bijunções, isto é, nos enunciados do tipo <i>...se e somente se...</i></p>
Seja	1 q	$E(n) \ b \ 1 \ i = \frac{n \cdot (n+1)}{2}$	
1, Seja	2 q	$E(1) \ b \ Q \ i = \frac{1 \cdot (1+1)}{2}$	
2, S, <b>N</b> , P.I.	3 q	$1 = \frac{1 \cdot (2)}{2}$	
2, 3, MP	4 q	$E(1)$	
Sup.	5 w	$E(k)$	
1, 5, Seja	6 w	$E(k) \ b \ K \ i = \frac{k \cdot (k+1)}{2}$	
6, 5, MP	7 w	$K \ i = \frac{k \cdot (k+1)}{2}$	
7, S	8 w	$K \ i = 1 + 2 + 3 + \dots + k + (k+1)$	
8, S	9 w	$K \ i = K \ i + (k+1)$	
9, 7, <b>N</b>	10 w	$K \ i = \frac{k \cdot (k+1)}{2} + (k+1)$	
10, <b>N</b>	11 w	$K \ i = \frac{k^2 + k + 2k + 2}{2}$	
1,1 <b>N</b>	12 w	$K \ i = \frac{(k+1) \cdot (k+2)}{2}$	
12, <b>N</b>	13 w	$K \ i = \frac{(k+1) \cdot [(k+1)+1]}{2}$	
1, 13, Seja	14 w	$E(k+1) \ b \ K \ i = \frac{(k+1) \cdot [(k+1)+1]}{2}$	
14, 13, MP	15 w	$E(k+1)$	
15, AP2	16 w	$E(s(k))$	
5, 16, MDD	17 q	$E(k) \ z \ E(s(k))$	
1, 4, 17, MIL	18 q	$1 \ i = \frac{n \cdot (n+1)}{2} \ , \ @nANs \ n \ 9 \ 1 \ (ou \ @nAN_1)$	

$$2) \ q \ 1 \ (4i - 2) = 2n^2$$

Solução:

$$\text{Rascunho: } E(k+1) \ b \ K \ (4i - 2) = 2(k+1)^2 = 2(k^2 + 2k + 1) = 2k^2 + 4k + 2$$

TESE		q	$\sum_{i=1}^n (4i-2) = 2n^2$	
Seja	1	q	$E(n) \quad b \quad \sum_{i=1}^n (4i-2) = 2n^2$	<p><u>Comentários:</u> Nas linhas 8, 9, 10 o último funtor fora de parênteses (“+”) procura facilitar a compreensão e percepção do bloco de substituição.</p>
1, Seja	2	q	$E(1) \quad b \quad \sum_{i=1}^1 (4i-2) = 2 \cdot (1)^2$	
2, S, <b>N</b> , PI	3	q	$(4 \cdot (1) - 2) = 2$	
2, 3, MP	4	q	$E(1)$	
Sup.	5	w	$E(k)$	
1, 5, Seja	6	w	$E(k) \quad b \quad \sum_{i=1}^k (4i-2) = 2k^2$	
6, 5, MP	7	w	$\sum_{i=1}^k (4i-2) = 2k^2$	
7, S	8	w	$\sum_{i=1}^k (4i-2) = (4 \cdot (1) - 2) + (4 \cdot (2) - 2) + (4 \cdot (3) - 2) + \dots + (4 \cdot (k) - 2) + (4 \cdot (k+1) - 2)$	
8, S	9	w	$\sum_{i=1}^k (4i-2) = \sum_{i=1}^k (4i-2) + (4 \cdot (k+1) - 2)$	
9, 7, <b>N</b>	10	w	$\sum_{i=1}^k (4i-2) = 2k^2 + (4 \cdot (k+1) - 2)$	
10, <b>N</b>	11	w	$\sum_{i=1}^k (4i-2) = 2k^2 + 4k + 2$	
11, <b>N</b>	12	w	$\sum_{i=1}^k (4i-2) = 2(k^2 + 2k + 1)$	
12, <b>N</b>	13	w	$\sum_{i=1}^k (4i-2) = 2(k+1)^2$	
1, 13, Seja	14	w	$E(k+1) \quad b \quad \sum_{i=1}^k (4i-2) = 2(k+1)^2$	
14, 13, MP	15	w	$E(k+1)$	
15, AP2	16	w	$E(s(k))$	
5, 16, MDD	17	q	$E(k) \quad z \quad E(s(k))$	
1, 4, 17, MIL	18	q	$\sum_{i=1}^n (4i-2) = 2n^2$ , @n <b>AN</b> s n 9 1 (ou @n <b>AN</b> <sub>1</sub> )	

#### Comentários sobre a Rotulação (Seja):

Seria um abuso intolerável admitir sem uma explicação (observe-se o exemplo acima) o enunciado “ $\sum_{i=1}^n (4i-2) = 2n^2$ ” em nossa teoria T. Se observarmos o passo 1, sua natureza é uma bijunção. Como  $E(n)$  é o termo designativo (ou rótulo) no papel de enunciado e vale exatamente o mesmo valor lógico daquilo que representa (isto é, do somatório em tela), temos que a bijunção será sempre verdadeira, pois ambos (rótulo e enunciado) são verdadeiros ou ambos são falsos.

$$3) q \quad 2 + 4 + 6 + \dots + 2n = n(n+1)$$

Solução: Devemos reescrever o enunciado acima em uma forma mais sintética e usar este outro como tese.

$$2 + 4 + 6 + \dots + 2n = n(n+1)$$

$$\sum_{i=1}^n 2i = n(n+1)$$

Rascunho:  $E(k+1) \quad \sum_{i=1}^{k+1} 2i = (k+1) \cdot [(k+1)+1] = (k+1) \cdot (k+2) = k^2 + 2k + k + 2$

TESE		q	$\sum_{i=1}^n 2i = n(n+1)$
Seja	1	q	$E(n) \quad \sum_{i=1}^n 2i = n(n+1)$
1, Seja	2	q	$E(1) \quad \sum_{i=1}^1 2i = 1 \cdot (1+1)$
2, S, <b>N</b> , P.I.	3	q	$2 = 1 \cdot (2)$
2, 3, MP	4	q	$E(1)$
Sup.	5	w	$E(k)$
1, 5, Seja	6	w	$E(k) \quad \sum_{i=1}^k 2i = k(k+1)$
6, 5, MP	7	w	$\sum_{i=1}^k 2i = k(k+1)$
7, S	8	w	$\sum_{i=1}^k 2i = 2 \cdot (1) + 2 \cdot (2) + 2 \cdot (3) + \dots + 2 \cdot (k) + 2 \cdot (k+1)$
8, S	9	w	$\sum_{i=1}^k 2i = \sum_{i=1}^k 2i + 2 \cdot (k+1)$
9, 7, <b>N</b>	10	w	$\sum_{i=1}^k 2i = k(k+1) + 2 \cdot (k+1)$
10, <b>N</b>	11	w	$\sum_{i=1}^k 2i = k^2 + k + 2k + 2$
11, <b>N</b>	12	w	$\sum_{i=1}^k 2i = (k+1) \cdot (k+2)$
12, <b>N</b>	13	w	$\sum_{i=1}^k 2i = (k+1) \cdot [(k+1)+1]$
1, 13, Seja	14	w	$E(k+1) \quad \sum_{i=1}^{k+1} 2i = (k+1) \cdot [(k+1)+1]$
14, 13, MP	15	w	$E(k+1)$
15, AP2	16	w	$E(s(k))$
5, 16, MDD	17	q	$E(k) \quad \sum_{i=1}^k 2i = k(k+1)$
1, 4, 17, MIL	18	q	$\sum_{i=1}^n 2i = n(n+1) \quad , \quad @nAN \quad s \quad n \quad 9 \quad 1 \quad (\text{ou } @nAN_1)$
18, S	19	q	$2 + 4 + 6 + \dots + 2n = n(n+1) \quad , \quad @nAN \quad s \quad n \quad 9 \quad 1 \quad (\text{ou } @nAN_1)$

$$4) q \quad 1 + 5 + 9 + \dots + (4n-3) = n(2n-1)$$

Solução: Devemos reescrever o enunciado acima em uma forma mais sintética e usar este outro como tese.

$$1 + 5 + 9 + \dots + (4n-3) = n(2n-1)$$

b

$$\forall (4i-3) = n(2n-1)$$

Rascunho:  $E(k+1) \quad \forall (4i-3) = (k+1) \cdot [2(k+1)-1] = (k+1) \cdot (2k+2-1) =$   
 $= (k+1) \cdot (2k+1) = 2k^2 + k + 2k + 1 = 2k^2 + 3k + 1$

TESE		q	$\forall (4i-3) = n(2n-1)$
Seja	1	q	$E(n) \quad \forall (4i-3) = n(2n-1)$
1, Seja	2	q	$E(1) \quad \forall (4i-3) = 1 \cdot (2 \cdot (1) - 1)$
2, S, <b>N</b> , P.I.	3	q	$4-3 = 1 \cdot (1)$
2, 3, MP	4	q	$E(1)$
Sup.	5	w	$E(k)$
1, 5, Seja	6	w	$E(k) \quad \forall (4i-3) = k(2k-1)$
6, 5, MP	7	w	$\forall (4i-3) = k(2k-1)$
7, S	8	w	$\forall (4i-3) = (4 \cdot (1) - 3) + (4 \cdot (2) - 3) + (4 \cdot (3) - 3) + \dots +$ $+ (4 \cdot (k) - 3) + (4 \cdot (k+1) - 3)$
8, S	9	w	$\forall (4i-3) = \forall (4i-3) + (4 \cdot (k+1) - 3)$
9, 7, <b>N</b>	10	w	$\forall (4i-3) = k(2k-1) + (4 \cdot (k+1) - 3)$
10, <b>N</b>	11	w	$\forall (4i-3) = 2k^2 - k + 4k + 4 - 3$
11, <b>N</b>	12	w	$\forall (4i-3) = 2k^2 + 3k + 1$
12, <b>N</b>	13	w	$\forall (4i-3) = (k+1) \cdot (2k+1)$
13, <b>N</b>	14	w	$\forall (4i-3) = (k+1) \cdot [2(k+1)-1]$
1, 14, Seja	15	w	$E(k+1) \quad \forall (4i-3) = (k+1) \cdot [2(k+1)-1]$
15, 14, MP	16	w	$E(k+1)$
16, AP2	17	w	$E(s(k))$
5, 17, MDD	18	q	$E(k) \quad \forall (4i-3) = E(s(k))$
1, 4, 18, MIL	19	q	$\forall (4i-3) = n(2n-1), @n \mathbf{AN} \text{ s } n \geq 1 \text{ (ou } @n \mathbf{AN}_1)$
19, S	20	q	$1+5+9+\dots+(4n-3) = n(2n-1), @n \mathbf{AN} \text{ s } n \geq 1 \text{ (ou } @n \mathbf{AN}_1)$

$$5) q \quad 1 \quad (i)^2 = \frac{n \cdot (n+1) \cdot (2n+1)}{6}$$

Solução: Quer se provar que a fórmula é verdadeira @n**AN**\*.

$$\begin{aligned} \text{Rascunho: } E(k+1)b \quad K(i)^2 &= \frac{(k+1) \cdot [(k+1)+1] \cdot [2(k+1)+1]}{6} = \frac{(k+1) \cdot (k+2) \cdot (2k+2+1)}{6} = \\ &= \frac{(k+1) \cdot (k+2) \cdot (2k+3)}{6} = \frac{(k+1) \cdot (2k^2+3k+4k+6)}{6} \end{aligned}$$

TESE		q	$1 \quad (i)^2 = \frac{n \cdot (n+1) \cdot (2n+1)}{6}$
Seja	1	q	$E(n)b \quad 1 \quad (i)^2 = \frac{n \cdot (n+1) \cdot (2n+1)}{6}$
1, Seja	2	q	$E(1)b \quad 1 \quad (i)^2 = \frac{1 \cdot (1+1) \cdot (2 \cdot (1)+1)}{6}$
2, S, <b>N</b> , P.I.	3	q	$1 = \frac{6}{6}$
2, 3, MP	4	q	$E(1)$
Sup.	5	w	$E(k)$
1, 5, Seja	6	w	$E(k) b \quad 1 \quad (i)^2 = \frac{k \cdot (k+1) \cdot (2k+1)}{6}$
6, 5, MP	7	w	$1 \quad (i)^2 = \frac{k \cdot (k+1) \cdot (2k+1)}{6}$
7, S	8	w	$K(i)^2 = 1^2 + 2^2 + 3^2 + \dots + k^2 + (k+1)^2$
8, S	9	w	$K(i)^2 = 1 \quad (i)^2 + (k+1)^2$
9, 7, <b>N</b>	10	w	$K(i)^2 = \frac{k \cdot (k+1) \cdot (2k+1)}{6} + (k+1)^2$
10, <b>N</b>	11	w	$K(i)^2 = \frac{k \cdot (k+1) \cdot (2k+1) + 6(k+1)^2}{6}$
11, <b>N</b>	12	w	$K(i)^2 = \frac{(k+1) \cdot [k(2k+1) + 6(k+1)]}{6}$
12, <b>N</b>	13	w	$K(i)^2 = \frac{(k+1) \cdot (2k^2+k+6k+6)}{6}$
13, <b>N</b>	14	w	$K(i)^2 = \frac{(k+1) \cdot (k+2) \cdot (2k+3)}{6}$
14, <b>N</b>	15	w	$K(i)^2 = \frac{(k+1) \cdot (k+2) \cdot (2k+2+1)}{6}$
15, <b>N</b>	16	w	$K(i)^2 = \frac{(k+1) \cdot [(k+1)+1] \cdot [2(k+1)+1]}{6}$

1, 16, Seja	17	w	$E(k+1) \text{ b } \sum_{i=1}^k (i)^2 = \frac{(k+1) \cdot [(k+1)+1] \cdot [2(k+1)+1]}{6}$
17, 16, MP	18	w	$E(k+1)$
18, AP2	19	w	$E(s(k))$
5, 19, MDD	20	q	$E(k) \text{ z } E(s(k))$
1, 4, 20, MIL	21	q	$\sum_{i=1}^n (i)^2 = \frac{n \cdot (n+1) \cdot (2n+1)}{6}, @nAN^* \text{ (ou } @nAN_1)$

$$6) \text{ q } 1 + 3 + 6 + \dots + \frac{n(n+1)}{2} = \frac{n(n+1)(n+2)}{6}$$

Solução: Devemos reescrever o enunciado acima em uma forma mais sintética e usar este outro como tese.

$$1 + 3 + 6 + \dots + \frac{n(n+1)}{2} = \frac{n(n+1)(n+2)}{6}$$

$$\sum_{i=1}^n \frac{i(i+1)}{2} = \frac{n(n+1)(n+2)}{6}$$

Rascunho:  $E(k+1) \text{ b } \sum_{i=1}^k \frac{i(i+1)}{2} = \frac{(k+1) \cdot [(k+1)+1] \cdot [(k+1)+2]}{6} = \frac{(k+1) \cdot (k+2) \cdot (k+3)}{6} =$   
 $= \frac{(k+1) \cdot (k^2 + 3k + 2k + 6)}{6} =$

TESE	q	$\sum_{i=1}^n \frac{i(i+1)}{2} = \frac{n(n+1)(n+2)}{6}$
Seja	1 q E(n) b	$\sum_{i=1}^n \frac{i(i+1)}{2} = \frac{n(n+1)(n+2)}{6}$
1, Seja	2 q E(1) b	$\sum_{i=1}^1 \frac{i(i+1)}{2} = \frac{1(1+1)(1+2)}{6}$
2, S, <b>N</b> , P.I.	3 q	$\frac{1 \cdot (1+1)}{2} = \frac{1 \cdot (2) \cdot (3)}{6}$
2, 3, MP	4 q	E(1)
Sup.	5 w	$E(k)$
1, 5, Seja	6 w	$E(k) \text{ b } \sum_{i=1}^k \frac{i(i+1)}{2} = \frac{k(k+1)(k+2)}{6}$
6, 5, MP	7 w	$\sum_{i=1}^k \frac{i(i+1)}{2} = \frac{k(k+1)(k+2)}{6}$
7, S	8 w	$\sum_{i=1}^k \frac{i(i+1)}{2} = \frac{1(1+1)}{2} + \frac{2(2+1)}{2} + \frac{3(3+1)}{2} + \dots + \frac{k(k+1)}{2} + \frac{(k+1)[(k+1)+1]}{2}$

8, S	9	w	$K \frac{i(i+1)}{2} = K \frac{i(i+1)}{2} + \frac{(k+1)[(k+1)+1]}{2}$
9, 7, <b>N</b>	10	w	$K \frac{i(i+1)}{2} = \frac{k(k+1)(k+2)}{6} + \frac{(k+1)[(k+1)+1]}{2}$
10, <b>N</b>	11	w	$K \frac{i(i+1)}{2} = \frac{k(k+1)(k+2) + 3(k+1)(k+2)}{6}$
11, <b>N</b>	12	w	$K \frac{i(i+1)}{2} = \frac{(k+1)(k+2) \cdot (k+3)}{6}$
12, <b>N</b>	13	w	$K \frac{i(i+1)}{2} = \frac{(k+1) \cdot [(k+1)+1][(k+1)+2]}{6}$
1, 13, Seja	14	w	$E(k+1) \text{ b } K \frac{i(i+1)}{2} = \frac{(k+1) \cdot [(k+1)+1][(k+1)+2]}{6}$
14, 13, MP	15	w	$E(k+1)$
15, AP2	16	w	$E(s(k))$
5, 16, MDD	17	q	$E(k) \text{ z } E(s(k))$
1, 4, 17, MIL	18	q	$1 \frac{i(i+1)}{2} = \frac{n(n+1)(n+2)}{6}, @n\mathbf{AN} \text{ s } n91 \text{ (ou } @n\mathbf{AN}_1)$
18, S	19	q	$1 + 3 + 6 + \dots + \frac{n(n+1)}{2} = \frac{n(n+1)(n+2)}{6}, @\mathbf{NAN}_1$

7) q  $4 + 10 + 16 + \dots + (6n-2) = n(3n+1)$

Solução: Devemos reescrever o enunciado acima em uma forma mais sintética e usar este outro como tese.

$$4 + 10 + 16 + \dots + (6n-2) = n(3n+1)$$

b

$$1 (6i-2) = n(3n+1)$$

Rascunho:  $E(k+1) \text{ b } K (6i-2) = (k+1) \cdot [3(k+1)+1] = (k+1) \cdot (3k+3+1) = (k+1) \cdot (3k+4) =$   
 $= 3k^2 + 4k + 3k + 4 = 3k^2 + 7k + 4$

TESE		q	$1 (6i-2) = n(3n+1)$
Seja	1	q	$E(n) \text{ b } 1 (6i-2) = n(3n+1)$
1, Seja	2	q	$E(1) \text{ b } Q (6i-2) = 1(3(1)+1)$
2, S, <b>N</b> , P.I.	3	q	$6(1)-2 = 1 \cdot (4)$
2, 3, MP	4	q	$E(1)$
Sup.	5	w	$E(k)$

1, 5, Seja	6	w	$E(k) \text{ b } K(6i-2) = k(3k+1)$
6, 5, MP	7	w	$K(6i-2) = k(3k+1)$
7, S	8	w	$K(6i-2) = (6.(1)-2) + (6.(2)-2) + (6.(3)-2) + \dots +$ $+ (6.(k)-2) + (6.(k+1) - 2)$
8, S	9	w	$K(6i-2) = K(6i-2) + (6.(k+1) - 2)$
9, 7, <b>N</b>	10	w	$K(6i-2) = k(3k+1) + (6.(k+1) - 2)$
10, <b>N</b>	11	w	$K(6i-2) = 3k^2 + k + 6k + 6 - 2$
11, <b>N</b>	12	w	$K(6i-2) = 3k^2 + 7k + 4$
12, <b>N</b>	13	w	$K(6i-2) = (k+1).(3k+4)$
13, <b>N</b>	14	w	$K(6i-2) = (k+1).[3(k+1)+1]$
1, 14, Seja	15	w	$E(k+1) \text{ b } K(6i-2) = (k+1).[3(k+1)+1]$
15, 14, MP	16	w	$E(k+1)$
16, AP2	17	w	$E(s(k))$
5, 17, MDD	18	q	$E(k) \text{ z } E(s(k))$
1, 4, 18, MIL	19	q	$1(6i-2) = n(3n+1), @n \mathbf{AN} \text{ s } n \text{ 9 } 1 \text{ (ou } @n \mathbf{AN}_1)$
19, S	20	q	$4 + 10 + 16 + \dots + (6n-2) = n(3n+1), @n \mathbf{AN}_1$

8) q  $2^0 + 2^1 + 2^2 + \dots + 2^{n-1} = 2^n - 1$

Solução: Devemos reescrever o enunciado acima em uma forma mais sintética e usar este outro como tese.

$$2^0 + 2^1 + 2^2 + \dots + 2^{n-1} = 2^n - 1$$

b

$$1(2^{i-1}) = 2^n - 1$$

Rascunho:  $E(k+1) \text{ b } K(2^{i-1}) = 2^{k+1} - 1 = 2^k \cdot 2^1 - 1$

TESE		q	$1(2^{i-1}) = 2^n - 1$
Seja	1	q	$E(n) \text{ b } 1(2^{i-1}) = 2^n - 1$
1, Seja	2	q	$E(1) \text{ b } Q(2^{i-1}) = 2^1 - 1$

2, S, <b>N</b> , P.I.	3	q	$(2^0) = 1$
2, 3, MP	4	q	E(1)
Sup.	5	w	E(k)
1, 5, Seja	6	w	E(k) b $K 2^{i-1} = 2^{k-1}$
6, 5, MP	7	w	$K 2^{i-1} = 2^{k-1}$
7, S	8	w	$K 2^{i-1} = 2^0 + 2^1 + 2^2 + \dots + 2^{k-1} + 2^{(k+1)-1}$
8, S	9	w	$K 2^{i-1} = k 2^{i-1} + 2^{(k+1)-1}$
9, 7, <b>N</b>	10	w	$K 2^{i-1} = 2^{k-1} + 2^{(k+1)-1}$
10, <b>N</b>	11	w	$K 2^{i-1} = 2^{k-1} + 2^k$
11, <b>N</b>	12	w	$K 2^{i-1} = 2^k + 2^{k-1}$
12, <b>N</b>	13	w	$K 2^{i-1} = 2^1 \cdot 2^k - 1$
13, <b>N</b>	14	w	$K 2^{i-1} = 2^{k+1} - 1$
1, 14, Seja	15	w	E(k+1) b $K 2^{i-1} = 2^{k+1} - 1$
15, 14, MP	16	w	E(k+1)
16, AP2	17	w	E(s(k))
5, 17, MDD	18	q	E(k) z E(s(k))
1, 4, 18, MIL	19	q	$1 2^{i-1} = 2^n - 1$ , @n <b>AN</b> s n 9 1 (ou @n <b>AN</b> <sub>1</sub> )
19, S	20	q	$2^0 + 2^1 + 2^2 + \dots + 2^{n-1} = 2^n - 1$ , @n <b>AN</b> <sub>1</sub>

9) q  $1 (2i - 1) = n^2$

Solução: Quer se provar que a fórmula é verdadeira @n**AN** s n 9 1 .

Rascunho: E(k+1) b  $K (2i - 1) = (k+1)^2 = k^2 + 2k + 1$

TESE		q	$1 (2i - 1) = n^2$
Seja	1	q	E(n) b $1 (2i - 1) = n^2$
1, Seja	2	q	E(1) b $Q (2i - 1) = 1^2$
2, S, <b>N</b> , P.I.	3	q	$(2(1) - 1) = 1$
2, 3, MP	4	q	E(1)
Sup.	5	w	E(k)
1, 5, Seja	6	w	E(k) b $K (2i - 1) = k^2$

6, 5, MP	7	w	$K(2i - 1) = k^2$
7, S	8	w	$K(2i - 1) = (2 \cdot (1) - 1) + (2 \cdot (2) - 1) + (2 \cdot (3) - 1) + \dots$ $+ (2 \cdot (k) - 1) + (2 \cdot (k+1) - 1)$
8, S	9	w	$K(2i - 1) = K(2i - 1) + (2 \cdot (k+1) - 1)$
9, 7, <b>N</b>	10	w	$K(2i - 1) = k^2 + (2 \cdot (k+1) - 1)$
10, <b>N</b>	11	w	$K(2i - 1) = k^2 + 2k + 2 - 1$
11, <b>N</b>	12	w	$K(2i - 1) = (k+1)^2$
1, 12, Seja	13	w	$E(k+1)$ b $K(2i - 1) = (k+1)^2$
13, 12, MP	14	w	$E(k+1)$
14, AP2	15	w	$E(s(k))$
5, 15, MDD	16	q	$E(k)$ z $E(s(k))$
1, 4, 16, MIL	17	q	$1 \cdot (2i - 1) = n^2$ , @n <b>AN</b> s n 9 1 (ou @n <b>AN</b> <sub>1</sub> )

$$10) q \quad \frac{1}{1 \cdot 3} + \frac{1}{3 \cdot 5} + \frac{1}{5 \cdot 7} + \dots + \frac{1}{(2n-1) \cdot (2n+1)} = \frac{n}{2n+1}$$

Solução: Devemos reescrever o enunciado acima em uma forma mais sintética e usar este outro como tese.

$$\frac{1}{1 \cdot 3} + \frac{1}{3 \cdot 5} + \frac{1}{5 \cdot 7} + \dots + \frac{1}{(2n-1) \cdot (2n+1)} = \frac{n}{2n+1}$$

$$1 \quad \frac{1}{(2i-1) \cdot (2i+1)} = \frac{n}{2n+1}$$

$$\text{Rascunho: } E(k+1) \text{ b } K \frac{1}{(2i-1) \cdot (2i+1)} = \frac{k+1}{2(k+1)+1} = \frac{k+1}{2k+2+1} = \frac{k+1}{2k+3}$$

\*Neste exercício, o rascunho, ainda que útil, sozinho não resolverá o problema. No passo 14, será necessário dividir polinômios ou completar quadrados para se chegar ao último termo do rascunho.

TESE	q	$1 \quad \frac{1}{(2i-1) \cdot (2i+1)} = \frac{n}{2n+1}$
Seja	1	q $E(n)$ b $1 \quad \frac{1}{(2i-1) \cdot (2i+1)} = \frac{n}{2n+1}$

1, Seja	2	q	$E(1) \quad b \quad q \quad \frac{1}{(2i-1).(2i+1)} = \frac{1}{2(1)+1}$
2, S, <b>N</b> , P.I.	3	q	$\frac{1}{1.3} = \frac{1}{3}$
2, 3, MP	4	q	$E(1)$
Sup.	5	w	$E(k)$
1, 5, Seja	6	w	$E(k) \quad b \quad k \quad \frac{1}{(2i-1).(2i+1)} = \frac{k}{2k+1}$
6, 5, MP	7	w	$k \quad \frac{1}{(2i-1).(2i+1)} = \frac{k}{2k+1}$
7, S	8	w	$K \quad \frac{1}{(2i-1).(2i+1)} = \frac{1}{(2.(1)-1).(2.(1)+1)} + \frac{1}{(2.(2)-1).(2.(2)+1)} + \frac{1}{(2.(3)-1).(2.(3)+1)} + \dots + \frac{1}{(2.(k)-1).(2.(k)+1)} + \frac{1}{(2.(k+1)-1).(2.(k+1)+1)}$
8, S	9	w	$K \quad \frac{1}{(2i-1).(2i+1)} = k \quad \frac{1}{(2i-1).(2i+1)} + \frac{1}{(2.(k+1)-1).(2.(k+1)+1)}$
9, 7, <b>N</b>	10	w	$K \quad \frac{1}{(2i-1).(2i+1)} = \frac{k}{2k+1} + \frac{1}{(2.(k+1)-1).(2.(k+1)+1)}$
10, <b>N</b>	11	w	$K \quad \frac{1}{(2i-1).(2i+1)} = \frac{k}{2k+1} + \frac{1}{(2k+2-1).(2k+2+1)}$
11, <b>N</b>	12	w	$K \quad \frac{1}{(2i-1).(2i+1)} = \frac{k}{2k+1} + \frac{1}{(2k+1).(2k+3)}$
12, <b>N</b>	13	w	$K \quad \frac{1}{(2i-1).(2i+1)} = \frac{k.(2k+3) + 1}{(2k+1).(2k+3)}$
13, <b>N</b>	14	w	$K \quad \frac{1}{(2i-1).(2i+1)} = \frac{2k^2 + 3k + 1}{(2k+1).(2k+3)}$
14, <b>N</b>	15	w	$K \quad \frac{1}{(2i-1).(2i+1)} = \frac{(2k+1).(k+1)}{(2k+1).(2k+3)}$
15, <b>N</b>	16	w	$K \quad \frac{1}{(2i-1).(2i+1)} = \frac{k+1}{2k+3}$
16, <b>N</b>	17	w	$K \quad \frac{1}{(2i-1).(2i+1)} = \frac{k+1}{2(k+1)+1}$

1, 17, Seja	18	w	$E(k+1) b \quad K \frac{1}{(2i-1).(2i+1)} = \frac{k+1}{2(k+1)+1}$
18, 17, MP	19	w	$E(k+1)$
19, AP2	20	w	$E(s(k))$
5, 20, MDD	21	q	$E(k) z \quad E(s(k))$
1, 4, 21, MIL	22	q	$1 \frac{1}{(2i-1).(2i+1)} = \frac{n}{2n+1}, @nANs n 9 1 (ou @nAN_1)$
22, S	23	q	$\frac{1}{1.3} + \frac{1}{3.5} + \frac{1}{5.7} + \dots + \frac{1}{(2n-1).(2n+1)} = \frac{n}{2n+1}, @nAN_1$

## NOTAS DOS CAPÍTULOS DO APÊNDICE 1

### NOTAS DO CAPÍTULO I

- 1) Preferimos a palavra “idioma” ao invés de “língua” por dois motivos:
  - (i) para evitar as confusões do termo “*language*” em inglês que quer dizer de forma ambígua língua ou linguagem. Em português não há esta confusão, em francês também não (“*langage*” e “*langue*”) em italiano (“*linguaggio*” e “*lingua*”) e em espanhol (“*lenguaje*” e “*lengua*”) também não.
  - (ii) Mesmo que desconsiderássemos a possível ambigüidade acima descrita, o termo “língua” possui uma possibilidade de comunicação exclusivamente oral. Isto é, existem línguas que não possuem forma escritural, possuindo somente a oral. Já o termo idioma induz a presença de uma forma escritural, mesmo que não alfabética (ex. o idioma árabe).
- 2) “A Gramática pode ser definida como a ciência da estrutura elementar da linguagem. Como tal, constitui uma parte sistemática da Ciência geral da linguagem; investiga os sons, os temas e as raízes, as flexões, a sintaxe dos diferentes idiomas, e compara estes elementos dentro de uma mesma família lingüística com os de outras famílias (Gramática geral e Gramática comparada). Há, pois, tantas gramáticas quanto idiomas (anglo-saxônica, do antigo alto-alemão, hebraica, chinesa). Daí o poder deduzir-se a diferença entre Lógica e a Gramática: há muitas gramáticas, tantas quantos são os idiomas, e uma só lógica. (...) Tudo isto demonstra que a Lógica é, não só diferente, como também independente da gramática, embora seja forçoso reconhecer as numerosas e fecundas relações existentes entre ambas as ciências.” [KURT GRAU, J., 2002, pp. 13-14].
- 3) Quine ainda rejeitava a idéia de existirem várias lógicas. Esta rejeição está intimamente associada à sua idéia do que é a verdade. Também seus textos estavam embebidos da idéia de simplificação e/ou economia simbólica. Dá pouca atenção à disjunção e afirma que facilmente um iniciante poderia substituí-la por “a ps a q”. O mesmo se dá com a subjunção (que ele ainda denomina de implicação) [QUINE, W.V., 1972, pp. 41-42]. Neste sentido, está claro que ele vê a Gramática e a “gramática lógica” como sendo passíveis de total domínio através da manipulação simbólica, tal como se dá no paradigma simbolista da I.A. , paradigma que, levado ao entorno empírico, não funcionou. Afirma ainda que: “De acordo com minha posição, a despeito de qualquer ênfase sobre a conexão íntima entre Gramática e

Lógica, essa analogia é, em última análise, inoperante.” [QUINE, W.V., 1972, pp. 134-135]. Percebe-se aqui, claramente, duas confissões. A primeira, de que há uma analogia evidente. A segunda, refere-se à idéia de ser ou não operante. E esta idéia está exatamente associada ao que antes afirmamos a respeito do paradigma simbolista da I.A. e não a respeito da “operacionalidade” da obtenção por parte do ente humano de um processo lingüístico. Vejamos Quine na seqüência: “Seria melhor abandonar esta analogia e pensar em termos de como uma criança realmente adquire sua linguagem (...)” [QUINE, W.V., 1972, p. 136]. Finalizando, vemos que a “inoperância” alegada de Quine vai da lógica para a gramática, no sentido de processar a gramática como “a” lógica e não no sentido inverso, que é o de aprender a lógica como fosse e uma gramática, visando seu correto uso em linguagens.

- 4) Desde Hilbert, houve uma expectativa de modelagem da linguagem humana através da Lógica Crisp. Matemáticos, lingüistas e depois informatas debruçaram-se sobre a questão. Havendo toda a logística necessária ao desenvolvimento dessa modelagem, viu-se que o problema não era pessoal qualificado, dinheiro, suporte, etc. O problema era a concepção que fundamentava a pesquisa da modelagem da inteligência humana. Esse macro-parâmetro ganhou o nome de “paradigma”, em função de um livro famoso chamado A ESTRUTURA DAS REVOLUÇÕES CIENTÍFICAS de Thomas Kuhn. No caso em tela o paradigma era o “simbolista”. (Ver [VIDAL DE CARVALHO, L.A., 2001, pp. 45-75] ). Em 1980 dois fatos interessantes aconteceram. O primeiro, foi um macro investimento na ordem de 50 bilhões de dólares em I.A. dentro do paradigma simbolista; tal investimento foi posteriormente dado como sem êxito. O segundo, foi a retomada por John Hopfield, um físico e biólogo, de teorias consideradas espúrias pelos simbolistas. “Hopfield tomou modelos matemáticos simples de neurônios e com eles construiu uma rede neuronal, com a capacidade de simular a memória associativa humana, de acesso pelo conteúdo, e não pelo endereço, como nos computadores digitais.” [VIDAL DE CARVALHO, L.A., 2001, p. 99]. Os pesquisadores de I.A. após Hopfield começam a assumir o paradigma conexionista e a pesquisa na área ganha novo impulso.
- 5) O Professor e Pesquisador da COPPE/UFRJ Luis Alfredo Vidal de Carvalho é um dos pioneiros na investigação das redes neuronais na América Latina, tendo iniciado tais estudos em 1987. Foi em 1987 que nós iniciamos também nossas investigações lógicas, um tanto aborrecidos pela forma com que o assunto era

tratado. Em 1999 alguns professores da COPPE/UFRJ, que nos conheceram no período de mestrado, e em particular o Prof. Saul Fucks, pressentiram que, para darmos continuidade à pesquisa em Lógica, na forma como concebíamos algumas questões, seria importante apresentar-nos ao Prof. Vidal de Carvalho, na medida em que sua pesquisa se situa em âmbito multidisciplinar, envolvendo Lógica, Matemática, Biologia, Psicologia, Psiquiatria e Computação. Em 2000, o supracitado pesquisador assumiu nossa orientação de doutorado e inseriu-nos na abordagem conexionista, que veio de encontro à nossa perspectiva da Lógica.

- 6) Lógicas, tais como a Modal, Fuzzy, Paraconsistente, etc. A Lógica Modal, por exemplo, é uma lógica que atenta para expressões do tipo “é permitido”, “é possível”, “é necessário”, que expressam uma certa modalidade gramatical num enunciado. Nessas expressões, nem sempre é possível a determinação do valor verdade. Já na Fuzzy, há uma violação do Princípio do 3º Excluído, isto é, admite-se, mais de dois valores lógicos possíveis. E assim por diante.
- 7) Algumas considerações nesse sentido são tecidas por Susan Haack em FILOSOFIA DAS LÓGICAS Ver [HAACK, S., 2002, p. 14].
- 8) Este livro de Will Durant se tornou tão popular que, em vista do dinheiro arrecadado em direitos autorais pelo mesmo, o autor pôde nunca mais lecionar e dedicar-se a construir uma monumental obra que é a HISTÓRIA DAS CIVILIZAÇÕES, juntamente com sua esposa Ariel Durant.
- 9) Sobre ser Platão o criador do método hipotético-dedutivo vários estudiosos nos acompanham e entre estes o ex-diretor da COPPE/UFRJ, Professor Luis Pinguelli Rosa.
- 10) Aristóteles era meteco, ainda que este se considerasse grego. Portanto, oriundo de um grupo, à época considerado social e culturalmente mais atrasado. Não seria estranho à adoção de uma prática em que se declinasse da autoria em favor de um nome mais representativo, seja pelo *marketing* (tal como se faz ainda hoje em certas coleções jurídicas), seja pela falta de hábito da individualização da autoria. Havia há pouco sido introduzida à prática da identificação da autoria, em verdade com Hesíodo.
- 11) O caso de engessamento da Astronomia é bastante conhecido e divulgado, mesmo em textos elementares, tais como HISTÓRIA DA CIÊNCIA, de Mason. Fazendo um paralelo e piorando ainda mais a situação, temos o caso da Lógica. Corroborando nossa assertiva de engessamento o texto de Hilary Putnam, em LÓGICA-COMBINATÓRIA, da Enciclopédia Einaudi [PUTNAM, H., 1988, p. 19].

- 12) Ao tempo de Leibniz, este poderia ter desbancado Aristóteles. Porém, Leibniz se preocupava demais, talvez por bons motivos, com o politicamente correto.
- 13) A lógica reputada a Aristóteles limitava-se, em grande parte, ao estudo de enunciados associáveis aos modelos:
- (i) “Todos os S são P” (Universal Afirmativa)
  - (ii) “Alguns S são P” (Particular Afirmativa)
  - (iii) “Nenhum S é P” (Universal Negativa)
  - (iv) “Alguns S não são P” (Particular Negativa)

Segundo Putnam:

“Os enunciados singulares ‘ Sócrates é um homem ’ e ‘ Sócrates não é um homem ’ eram artificialmente assimilados às formas Universal afirmativa e Universal negativa ( ‘ Todos os Sócrates são homens ’ e ‘ Nenhum Sócrates é homem ’) – um defeito bastante grave da teoria da lógica tradicional, uma vez que a diferença de forma entre enunciados singulares e enunciados gerais reveste-se de uma importância crucial para os desenvolvimentos lógicos modernos, em particular para a análise das relações e do conceito de número” [PUTNAM, H., 1988, p. 16]. Tal crítica de Putnam está associada ao fato de que os gregos não reputavam importância à representação do zero. Assim sendo, o conjunto que possui zero elementos também não mereceria atenção, isto é, não havia o conjunto vazio.

- 14) O método de Aristóteles abarcava 256 modos de silogismo e seus enunciados continham 2 termos. Boole demonstrou que tal método era limitado, ampliando o escopo da análise. Porém, a Lógica de Boole era também limitada, o que apontou De Morgan e o que corrigiu a obra de Frege. Além dos problemas que a história do desenvolvimento exaustivamente aponta na obra de Boole, cremos que a “fantástica” associação que este fez entre o “S” e “W” e entre o “h” e o “Q”, acabou por impedir certas sutilezas de análise, tal como, o fato de que, na operação de União, ao unirmos dois conjuntos de coisas, unimos uma e outra. Mas ao descrevermos o resultado da união, isto é, o conjunto AQB, dizemos que este é o conjunto de elementos formados por elementos de A ou de elementos de B. Esta dissociação entre a operação em si e a descrição do resultado aponta, ao nosso entendimento, para uma percepção da Matemática como linguagem.
- 15) Tal detalhamento e esclarecimento dos mesmos estão além da pretensão do atual texto.

- 16) O Paradoxo de Burali-Forti trata do número ordinal da sucessão de todos os ordinais (ver [DA COSTA, N. C.A. et alii, 1980, pp.11-12] ).
- 17) Também chamado de Paradoxo de Cantor [DA COSTA, N. C.A. et alii, 1980, p.11].

## NOTAS DO CAPÍTULO II

- 1) Tal como em O CONHECIMENTO HUMANO [RUSSEL, B., 1958b, p. 14].
- 2) Não vamos usar aqui a estratégia utilizada por Church e que consagrou o uso das siglas *wwf* e *wwfs* (respectivamente *well-formed formula* e *well-formed formulas*) que significam “fórmula bem-formada” e “fórmulas bem-formadas” respectivamente. Tal estratégia acaba por obscurecer a possibilidade de explicação e formalização dos conceitos ostensivos nas teorias axiomatizadas.
- 3) Na Lingüística, esta distinção entre termo e enunciado não é usualmente feita. Dependendo da corrente de pensamento (nesta área tão vasta como é a Lingüística), a unidade de análise pode ser diferentemente enfocada, dependendo da corrente teórica em questão, como a oração (na análise gramatical), a estrutura sintática (na sintaxe), o texto (na análise textual), o discurso (na análise do discurso), o fonema (na fonologia), o lexema (também na análise gramatical), o morfema (na análise morfológica), o signo (na semiótica), etc.
- 4) Como exemplo de *feedback*, obtido na Álgebra, temos os axiomas de extensionalidade, oriundos das definições dos conjuntos união, intersecção e diferença (Cantor).
- 5) O sufixo “-ema” em grego quer dizer unidade. Assim como o termo “fonema” quer dizer unidade de som, o termo “morfema” quer dizer unidade de forma.
- 6) Na Lingüística, o termo “predicado” é usado para designar os elementos agregados a um tema. O tema é designado por “sujeito” (que pode ser determinado, indeterminado, ou mesmo ausente da enunciação). Os demais elementos partícipes da enunciação são o nexa () e o predicativo. Como a predicação é o “resultado do nexa que se estabelece entre o predicado e seu sujeito” [MATTOSO CÂMARA JR., J, 1974, p. 314] o nexa ou é o predicator. O que se depreende também da possibilidade enunciativa do tipo: “João viu.”. Neste caso há predicado sem predicativo. Assim sendo, tomamos a decisão de designar, nesta nossa variante de campo lingüístico, o nexa de predicado. Tal decisão não é nova e entre os autores

que o fizeram, mesmo sem a isso dar ênfase, estão os professores Alberto Oliva e Luiz Alberto Cerqueira da UFRJ em INTRODUÇÃO À LÓGICA (ver [OLIVA, A. & CERQUEIRA, L.A., 1980, p. 19] ). Também assim o fez o Professor Quine em sua FILOSOFIA DA LÓGICA (ver [QUINE, W.V., 1972, p. 44] ) e o Professor Newton C. A. da Costa (e outros) em seus ELEMENTOS DE TEORIA PARACONSISTENTE DE CONJUNTOS (ver [DA COSTA, N. C.A. et alii, 1980, p.1] ). O que não se pode fazer é confundir predicado com predicativo, tal como se faz por alguns em informática, mais notoriamente no PROLOG. O chamado Cálculo de Predicados é na verdade um Cálculo de Predicativos. O estudo dos nexos ou, que doravante denominamos de predicados, e suas implicações que são vastas, ficaram e ficam ao léu. Talvez esse equívoco tenha um lado bom e tenha precipitado a derrocada do Paradigma Simbolista, economizando tempo, dinheiro e esforço mental de muitos que, com muito mais vigor, teriam que superar essa fase de pensamento no campo da Inteligência Artificial.

- 7) Existem distinções possíveis entre os funtores, tais como o funtor-de-um-lugar (pai de, quadrado de, etc.), funtor-de-dois-lugares (+, ., W, etc.), etc. [QUINE, W.V., 1972, p.44].

### NOTAS DO CAPÍTULO III

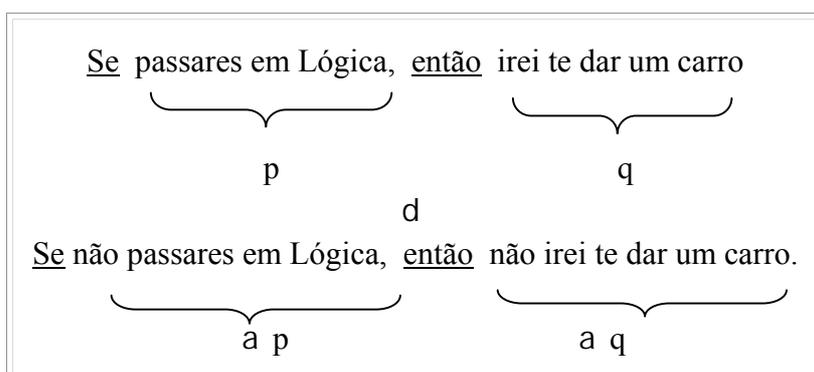
- 1) Quando definimos o uso do **se...então...**, através da tabela ao lado, utilizamos o fato de que, na primeira linha, houve cumprimento da promessa, na segunda linha, houve o descumprimento da promessa e nas demais a promessa não foi falsificada, pois o evento não ocorreu. Daí serem verdadeiras as situações onde é dado o carro e onde não é dado o carro, na 3ª e 4ª linhas, respectivamente.

p	q	p $\rightarrow$ q
V	V	V
V	F	F
F	V	V
F	F	V

Entretanto, fomos extremamente rápidos nas alusões que fizemos às estruturas de promessa e ameaça, com relação ao juntor **...se e somente se...** . Observemos novamente o enunciado que contém uma promessa e uma ameaça:

Ganharás um carro se e somente se passares em lógica.

Se formos manter a estrutura construída no **se...então...**, através do exemplo dado, teremos:



Teremos então o seguinte quadro-verdade:

p	q	p z q	a p	a q	a p z a q	p z q d a p z a q	p b q
V	V	V	F	F	V	V	V
V	F	F	F	V	V	F	F
F	V	V	V	F	F	F	F
F	F	V	V	V	V	V	V

Que a princípio nada tem a ver com ida ( $p z q$ ) e volta ( $q z p$ ) e sim com promessa e ameaça. Porém, existe uma propriedade lógica que será apresentada posteriormente, denominada contra-positiva que transforma ( $q z p$ ) em ( $a p z a q$ ), ou vice-versa. Tal equivalência, entre estes dois últimos enunciados, pode ser verificada também através de quadro-verdade, observem:

p	q	q z p	a p	a q	a p z a q	q z p n a p z a q
V	V	V	F	F	V	V
V	F	V	F	V	V	V
F	V	F	V	F	F	V
F	F	V	V	V	V	V

Assim sendo o enunciado:

Ganharás um carro se e somente se passares em lógica.

Pode ser

escrito em Lógica como:

$p z q d a p z a q$  (promessa e ameaça)

$p z q d q z p$  (ida e volta)

$p b q$  (forma padrão)

Manteremos a definição do juntor e seu axioma de extensionalidade da forma que foi apresentada no interior do capítulo. Tal decisão é motivada pela questão de evitar divergir muito dos outros textos, ao menos por agora (momento de inserção do método semiótico-estruturado). Cremos que nossa decisão de cunho político em nada afetará o bom aprendizado da Lógica.

## NOTAS DO CAPÍTULO V

- 1) O texto de LÓGICA de John Nolt e Dennis Rohatyn merece destaque por ser estruturado, isto é, atualizou a perspectiva dos anos 60, a partir da idéia de estruturação que permeou a moderna programação. Porém, é ainda preso ao paradigma simbolista. Estranhamente, apesar de ser melhor que os demais textos, não logrou bom aceite entre os simbolistas que ainda são maioria no “baixo clero”. No Brasil, foi publicado pela Schaum-McGraw-Hill em 1991.
- 2) O conceito de OLV permite que tenhamos um controle indireto de nosso “sistema teórico”. A garantia de plausibilidade, ou coerência, ou compatibilidade do sistema é também amparada pela análise prévia do tipo de operador que o sistema teórico admite. Mais ainda, à medida que avançarmos, ficará clara a simplicidade na incorporação das regras indutivas, ou empíricas, no sistema como um todo.
- 3) Aqui denominaremos de Método de Indução Lógica.

## NOTAS DO CAPÍTULO VI

- 1) Também dita Lógica Nebulosa.
- 2) No sentido que Popper dá ao termo, em sua LÓGICA DA PESQUISA CIENTÍFICA.
- 3) O que hoje não é feito e acaba provocando um anarquismo epistemológico e um descontrole nas interpretações do que é feito.
- 4) Seria tolice de nossa parte imaginar que um chinês, ao tempo de Aristóteles, não pudesse realizar esta “difícil” operação. A novidade é que o estagirita o fazia munido do sistema alfabético, o que clareava por demais os raciocínios sistemáticos. Consta que Aristóteles não conhecia a Prova por Absurdo, pedra de toque da lógica. Talvez devêssemos nos perguntar: Aristóteles em algum momento aprendeu lógica com Platão? Consta também que o estagirita, ao chegar a Atenas, não sabia Geometria e só foi aceito na **Academia** em vista de Platão estar fora, pois, sobre a entrada da mesma, estava escrita uma ordem: “só entre aqui quem souber geometria”, condição *sine qua non* para o ingresso na casa. Talvez, assim, fique mais fácil entender alguns dos motivos pelos quais Aristóteles jamais sucedeu Platão no comando da **Academia** e por isso afastou-se para fundar o **Liceu**.

## NOTAS DO CAPÍTULO VII

- 1) Conjuntos finitos muito grandes (onde seria impraticável proceder à representação) e conjuntos infinitos.
- 2) Acerca do infinito e de questões correlatas, ver [Kubrusly, R., 1998, p.28].
- 3) Um tratamento não sistemático seria:  $A = \{x \mid x \text{ é uma vogal do Alfabeto Latino}\}$ . Para notar não sistematicidade, bastaria comparar com  $B = \{x \in \mathbb{N} \mid x \leq 50\}$ . Apesar disso, os livros estão cheios dessas não sistematicidades. Nós mesmos, em face dessa nefasta convivência, tememos incorrer em tais deslizos.
- 4) Quando colocamos “**ADB** (e **BF A**)”, dificultamos um pouco a compreensão do aluno. Porém, tal distinção se faz necessária, em vista de que também é o caso de **ADB**, quando  $A=B$ , só que, neste último, **BDA**.
- 5) Um homem mediano, de qualquer povo analfabeto, é capaz de compreender tal coisa, contanto que a explicação seja feita de forma oral.
- 6) A **Definição 16** deve ser escrita começando com maiúsculas, em vista de ser o rótulo designativo de um enunciado, o nome do enunciado. Pode, porém, a sigla de justificativa ser “def. 16”. Tal método de rotulação é deveras vantajoso, pois além de reduzir no discurso o ônus da representação da idéia, também de forma rápida e precisa apresenta a “etimologia” do enunciado: uma definição. Tais considerações poderão parecer desnecessárias para um “matemático”. Mas este texto não foi escrito “especialmente” para matemáticos; ao contrário, pensamos em escrevê-lo para informatas, filósofos, sociólogos, engenheiros de sistemas, engenheiros de produção, estatísticos, antropólogos, físicos, lingüistas, amantes da lógica, metodólogos, etc. . Há muito desistimos de “contribuir” para um grupo que não quer a contribuição dos lógicos e onde falar em ganhar dinheiro é quase um pecado. Fazemos exceção, entre os matemáticos, para aqueles “heróis invisíveis” que insistem em manter a Lógica como uma disciplina corrente em institutos de Matemática. Sei que as palavras acima parecerão duras, mas antes de pré-julgarem o dito, deixem-nos precisar. Respeitamos a Matemática. Mais do que isso, gostamos muito de Matemática. Mas defendemos uma convivência e um aprendizado “saboroso” com ela. Quem a estuda deve sentir prazer, e não medo, como habitualmente se vê. Analogizando: Não temos nenhum “pé-atrás” com a religião, e sim com os religiosos. Mas aqui também há honrosas exceções.

7) A expressão “Sejam A e B rótulos (nomes) de dois conjuntos quaisquer” poderia, à primeira vista, parecer desnecessária. Entretanto, estamos fazendo o estudo do predicado “=”, quando usado na comparação de conjuntos. Isto é, o uso deste sinal, seu significado nesse esquema comparativo, e a possibilidade de seu re-escrivimento na forma da Definição 17 ( $A = B \iff (\forall x)(x \in A \iff x \in B)$ ), dependem de estar fixada a **hipótese** de que os termos na comparação em tela sejam conjuntos. Caso fossem, por exemplo, dois elementos de um conjunto numérico, o enunciado tomaria a forma  $x = y$  (com  $x \in K$  e  $y \in K$ , onde  $K$  é um conjunto numérico), não haveria a possibilidade de re-escrivimento, tal como na definição supracitada, e o rol das OLVs associadas seria outro (chamaremos estas OLVs, em tópico subsequente, de “Propriedades dos Conjuntos”). Naturalmente que haveria também uma comparação entre termos, porém os termos estão utilizados como rótulos de elementos de categorias diferentes, uma de conjuntos, outra de elementos de conjuntos numéricos. Assim sendo, há um certo nível de imprecisão no uso do predicado “=”, tal como o há no verbo de ligação “ser”. Observe:

- a. Arnaldo é um poeta.
- b. Arnaldo é o autor do livro “Meu Papai Escrevinhador”.

Reescrevendo as idéias, na linguagem Matemática:

- a. arnaldo A Poeta
- b. arnaldo = autor do livro “Meu Papai Escrevinhador”.

Quais as lições que podemos tirar das considerações acima?

- i. O predicado “=” (assim como o  $<$ ,  $>$ ,  $D$ ,  $\in$ ,  $\notin$ ) é aplicável a termos que possuem uma mesma hierarquia no rol das categorias. Já o predicado “A” é aplicável a termos que não estão na mesma categoria. Ou seja, há distinção entre os predicados.
- ii. Cremos que o termo “hipótese”, utilizado no discurso acima, foi bem empregado. Mas teçamos algumas considerações:

Em um certo sentido, temos sempre: **Teoria X z Enunciado Específico** .

Neste sentido, poderíamos tomar os termos “hipótese” ou “hipóteses” como o antecedente da subjunção acima. É nossa condição de trabalho na demonstração do enunciado específico. Naturalmente que, na demonstração dessa subjunção, não listaremos toda Teoria X, tal como fazemos com os antecedentes das subjunções, no uso do Método de Dedução Direta. Seria extremamente cansativo e acabaria por impedir pragmaticamente o desenvolvimento do conhecimento científico. Porém,

podemos, à guisa de melhor esclarecimento ou, sendo mais preciso, à guisa de um melhor estabelecimento do plano de significação onde transcorre o discurso, trazer à apreciação os aspectos da Teoria X que mais imediatamente estão relacionados com o Enunciado Específico. A este subconjunto de informações da Teoria X (e não a toda a Teoria X), geralmente damos os nomes de “hipótese”, ou “hipóteses”. Tal como fizemos no início de nosso discurso.

Infelizmente, alguns, talvez por adotarem o anarquismo epistemológico como regra, chamam de “hipótese” a qualquer antecedente de subjunção verdadeira e de “tese” os conseqüentes dessas subjunções. Vejamos o que acontece se admitirmos tal coisa:

Considere a subjunção:

“(xAA S xSA) Z o profissional que admite é cego”.

Sabemos que a subjunção acima é verdadeira. Assim sendo, devemos admitir também que a tese “o profissional que admite é cego” é verdadeira?

Creemos que não. Desenvolvamos:

Expressamos nossas teorias através de linguagens, a maioria de nossas teses são as subjunções e não seus conseqüentes. A maior parte de nossas subjunções possuem seus antecedentes e seus conseqüentes como enunciados abertos e não fechados.

Tipo:  $2x = 4z \quad x=2$ .

Eventualmente, conseguimos, por meio de processos empíricos, verificar a validade de algum enunciado. Se este enunciado verificado empiricamente (corroborado), for antecedente de uma subjunção provada, de uma lei, podemos aplicar *Modus Ponens* e aí sim, o conseqüente, nesta situação especialíssima e rara, deve ser chamado de tese. Naturalmente que devemos indexar esta “tese” ao “antecedente, corroborado pela verificação empírica”.

Erro grave seria validar em definitivo o “antecedente corroborado pela verificação empírica”, caso esta “tese” viesse a “possuir também uma verificação empírica”.

Pois assim teríamos admitido algo do gênero:

“ p z q b q z p ”

O que é errado, se **p** e **q** forem enunciados primos. Ilustremos a questão :

Se a trajetória do Planeta X é esta então deve haver outro planeta Y próximo.

Verificou-se empiricamente a trajetória do Planeta X.

Dado que a subjunção acima estava já estava provada em nossa teoria e o antecedente está corroborado por testes empíricos, aplica-se *Modus Ponens* e obtém-se “deve haver outro planeta Y próximo”. Posso colocar até nome no planeta Y, tipo Urano, mesmo que nunca o tenha visto em face do meu telescópio ainda não ter a potência necessária. Se anos depois eu desenvolvo um telescópio mais potente e aí observo diretamente o planeta previsto Urano, isto não significa que a trajetória de meu planeta X está provada. Esta trajetória está somente corroborada. E pode acontecer que se verifique posteriormente que a trajetória é outra, que não aquela obtida anteriormente pelo processo empírico utilizado no dado momento histórico da obtenção do resultado.

- 8) A operação reúne os elementos de A e os elementos de B. Quando descrevemos o conjunto formado pela operação acima, isto é, AQB, descrevemos que este conjunto é formado pelos elementos de A ou de B. A operação é feita com “e”, a descrição do que foi feito, ou melhor, da observação do resultado, é feita com “ou”. Assinalamos o fato acima, pois suspeitamos que há indícios de procedimentos epistemológicos já na Teoria dos Conjuntos.
- 9) Expressões tais como, “ $x \in A \cap Z$ ”, só podem ser utilizadas se valer a hipótese “BDA”. Caso contrário, não é permitido o uso da notação complementar. Excetuam-se as situações de  $\mathbb{N}$  ou  $\mathbb{Z}$ , pois necessariamente remetem a Universo e sempre  $ADU$ .

## NOTAS DO CAPÍTULO VIII

- 1) As preocupações com os Fundamentos da Matemática são mais antigas: alguns atribuiriam a Leibniz. Modernamente, são nomes como Weierstrass, Boole, De Morgan, Frege, Cantor, Russel, Peano, Dedekind, Hilbert, Poincaré, Whitehead, Bourbaki, entre outros.
- 2) Tecnicamente falando, melhor seria ter utilizado, ao invés de:

$$E(n-1) \cap E(n-1) \cup E(n)$$

A expressão:

$$E(p) \cap E(p) \cup E(n) \quad (\text{onde } n = p+1)$$

Pois não definimos a operação de subtração para os Naturais. Entretanto, por razões didáticas, mantivemos o abuso que já é lugar-comum.

## BIBLIOGRAFIA

01. **ARRUDA**, Ayda Ignez. *N. A. Vasiliev e a Lógica Paraconsistente*. 1 Ed. Campinas: UNICAMP, 1990.
02. **AYRES JR.**, Frank. *Álgebra Moderna*. Trad. Mario Carvalho de Matos. Rio de Janeiro: McGraw-Hill do Brasil, 1974.
03. **BACHELARD**, Gaston. *A Nova Ciência*. IN: Os Pensadores. 1 Ed. Trad. Joaquim de Carvalho. São Paulo: Abril Cultural, 1973.
04. \_\_\_\_\_ . *Epistemologia*. IN: Os Pensadores. 1 Ed. Trad. Nathanael C. Caixeiro. Rio de Janeiro: Zahar Editores, 1977.
05. **BADIOU**, Alain. *Sobre o Conceito de Modelo*. Lisboa: Editorial Estampa, 1972.
06. **BARBOSA**, Jorge Emmanuel Ferreira. *Lógica a Tipos Finitos e Transfinitos*. 1 Ed. Rio de Janeiro: IME, 1968.
07. **BARTLE**, Robert G.. *Elementos de Análise Real*. Trad. Alfredo A. de Farias. Rio de Janeiro: Campus, 1983.
08. **BARTHOLO**, Roberto S.. *Os Labirintos do Silêncio: cosmovisão e tecnologia na modernidade*. 1 Ed. São Paulo: Editora Marco Zero/ COPPE/UFRJ, 1986.
09. \_\_\_\_\_ . *A Dor de Fausto*. Rio de Janeiro: Editora Revan, 1992.
10. **BASTOS**, Celso Ribeiro. *Curso de Direito Constitucional*. 19 Ed. São Paulo: Saraiva, 1993.
11. **BERTALANFFY**, Ludwig Von. *Teoria Geral dos Sistemas*. 2 Ed. Trad. Francisco M. Guimarães. Petrópolis: Vozes, 1975.
12. **BÍBLIA**. Português. *Bíblia Sagrada*. 5 Ed. Trad. Antônio Pereira de Figueiredo. Rio de Janeiro: Delta, 1980.
13. **BONNARD**, André. *A Civilização Grega*. São Paulo: Martins Fontes Editora, 1984.
14. **BORNHEIM**, Gerd A. *Os Filósofos Pré-Socráticos*. 1 Ed. São Paulo: Cultrix, 1972.
15. **BOOLE**, G. *Studies in Logic and probability*. Londres: Ed. R. Rhees, 1952.
16. **BOYER**, Carl Benjamin. *História da Matemática*. Trad. Elza F. Gomide. São Paulo: Edgard Blücher, 1974.
17. **BRAMELD**, Theodore. *O Poder da Educação*. 1 Ed. Trad. Deny Felix Fonseca. Rio de Janeiro: Zahar Editores, 1977.
18. **BRANDÃO**, Junito de Souza. *Mitologia Grega*. Petrópolis: Editora Vozes, 3v, V1, 1986.
19. \_\_\_\_\_ . *Mitologia Grega*. Petrópolis: Editora Vozes, 3v, V2, 1986.

20. **BUBER**, Martin. *Eu e Tu*. 1 Ed. São Paulo: Editora Moraes, 1977.
21. **CÂMARA JUNIOR**, Joaquim Matoso. *Dicionário de Filologia e Gramática: referente à língua portuguesa*. Rio de Janeiro: J. Ozon, 1974.
22. **CARNAP**, Rudolf. *Empirismo, semântica e Ontologia*. IN: Os Pensadores. 1 Ed. Trad. Pablo Rubén Mariconda. São Paulo: Abril Cultural, 1975.
23. \_\_\_\_\_ . *Significa e Sinonímia nas Linguagens Naturais*. IN: Os Pensadores. 1 Ed. Trad. Pablo Rubén Mariconda. São Paulo: Abril Cultural, 1975.
24. \_\_\_\_\_ . *Pseudosproblemas na Filosofia*. IN: Os Pensadores. 1 Ed. Trad. Pablo Rubén Mariconda. São Paulo: Abril Cultural, 1975.
25. \_\_\_\_\_ . *Testabilidade e Significado*. IN: Os Pensadores. 1 Ed. Trad. Pablo Rubén Mariconda. São Paulo: Abril Cultural, 1975.
26. \_\_\_\_\_ . *O Caráter Metodológico dos Conceitos Teóricos*. IN: Os Pensadores. 1 Ed. Trad. Pablo Rubén Mariconda. São Paulo: Abril Cultural, 1975.
27. **CARSTAIRS-McCARTHY**, Andrew. *The Origins of Complex Language: na inquiry into the evolutionary beginnings of sentences, syllables, and truth*. Oxford University Press, 1999.
28. **CASSIRER**, Ernst. *Ensaio Sobre o Homem: introdução a uma filosofia da cultura humana*. Trad. Tomás Rosa Bueno. São Paulo: Martins Fontes, 1994.
29. **CASTRUCCI**, Benedito. *Introdução à Lógica Matemática*. São Paulo: Nobel, 1979.
30. \_\_\_\_\_ . *Elementos de Teoria dos Conjuntos*. São Paulo: Nobel, 1983.
31. **CERQUEIRA**, Luiz A.. “Lima Vaz S. j., Filósofo Católico”, *Revista Filosófica Brasileira*, v.1, n.2., pp. 91-95. Dez. 1985.
32. **CERQUEIRA**, Luiz A. & **OLIVA**, Alberto. *Introdução à Lógica*. 1 Ed. Rio de Janeiro: Zahar Editores, 1979
33. **CHARTIER**, Roger. *A História Cultural: entre práticas e representações*. Trad. Maria Manuela Galhardo. Lisboa: DIFEL, 1989.
34. **CHÂTELET**, François. *Uma História da Razão: entrevista com Émile Noël*. Trad. Lucy Magalhães. Rio de Janeiro: Jorge Zahar Editor, 1994.
35. **CHÂTELET**, François & **PISIER-KOUCHNER**, Évelyne. *As Concepções Políticas do Século XX: história do pensamento político*. Trad. Carlos Nelson Coutinho e Leandro Konder. Rio de Janeiro: Zahar Editores, 1983.
36. **CHAUÍ**, Marilena. *Convite à Filosofia*. São Paulo: Ed. Ática, 1995.

37. **CHERRY**, Colin. *A Comunicação Humana: uma recapitulação, uma vista de conjunto e uma crítica*. Trad. José Paulo Paes. São Paulo: Cultrix, EDUSP, 1974.
38. **CHURCH**, A. *Introduction to Mathematical Logic*. Princeton University Pres, 1956.
39. **CHURCHLAND**, Paul M. *Matéria e Consciência: uma introdução contemporânea à Filosofia da Mente*. 1 Ed. São Paulo: Editora UNESP, 2004.
40. **CHURCHMAN**, C. West. *Introdução à Teoria dos Sistemas*. 2 Ed. Petrópolis: Vozes, 1972.
41. **CÍCERO**. *Orações*. Trad. Antonio Joaquim. Rio de Janeiro: W.M. Jackson, 1960. v2, V1.
42. \_\_\_\_\_. *Orações*. Trad. Antonio Joaquim. Rio de Janeiro: W.M. Jackson, 1960. v2, V2.
43. **COPI**, Irving Marmer. *Introdução à Lógica*. Trad. Álvaro Cabral. São Paulo: Mestre Jou, 1978.
44. **COSTA**, Newton Carneiro Afonso da. *Ensaio Sobre os Fundamentos da Lógica*. 1 Ed. São Paulo: HUCITEC, 1994.
45. **COSTA LIMA**, Luiz. Pressupostos do Pensamento Estruturalista. IN: *Estruturalismo e Teoria da Linguagem*. 1 Ed. Petrópolis: Vozes, 1971.
46. **DAGHLIAN**, Jacob. *Lógica e Álgebra de Boole*. 4 Ed. São Paulo: Atlas, 1995.
47. **DAVENPORT**, Thomas H.. *Reengenharia de Processos: como inovar na empresa através da tecnologia da informação*. Trad. Waltensir Dutra. Rio de Janeiro: Campus, 1994.
48. **DAVIS**, Philip J. & **HERSH**, Reuben. *A Experiência Matemática*. Trad. João Bosco Pitombeira. Rio de Janeiro: Francisco Alves, 1989.
49. **DESCARTES**, René. *Discurso do Método*. IN: Os Pensadores. Trad. J Guinsburg e Bento Prado Júnior. São Paulo: Abril Cultural, 1983.
50. \_\_\_\_\_. *Meditações*. IN: Os Pensadores. Trad. J Guinsburg e Bento Prado Júnior.. São Paulo: Abril Cultural, 1983.
51. **DEWEY**, John. *Lógica – A Teoria da Investigação*. IN: Os Pensadores. Trad. 1 Ed. Murilo Otávio Rodrigues Paes Leme. São Paulo: Abril Cultural, 1974.
52. **DIAS DE DEUS**, Jorge. *A Crítica da Ciência*. Rio de Janeiro: Zahar Editores, 1974.
53. **DIEUDONNÉ**, Jean. *A Formação da Matemática Contemporânea*. 1 Ed. Trad. J.H. von Hafez Perez. Lisboa: Publicações Dom Quixote, 1990
54. **DIJKSTERHUIS**, E. J.. *Critical problems in the history of science*. In: CLAGET, M. . Univ. of Wisconsin Press, 1969.

55. **DIJKSTERHUIS**, E. J. & **FORBES**, R. J.. *História da Ciência e da Técnica: da antigüidade ao século dezessete*. Trad. H. Silva Horta. Lisboa: Ulisseia , v2, V1, 1963.
56. \_\_\_\_\_ . *História da Ciência e da Técnica: séculos dezoito e dezenove*. Trad. H. Silva Horta. Lisboa: Ulisseia, v2, V2, 1963.
57. **DIRINGER**, David. *The Alphabet: A key to the history of Mankind*. 3 Ed . Mew York: Funk&Wagnalls, v2, V1, 1968.
58. **D'OTTAVIANO**, Itala M. Loffredo. A Lógica Clássica e as Lógicas Não-Clássicas. IN: *Século XIX: o nascimento da ciência contemporânea*. Org. Fátima R. R. Évora. Campinas: UNICAMP, Centro de Lógica, Epistemologia e História da Ciência, 1992.
59. **DURAND**, Daniel. *Sistémica*. 5 Ed. Trad. João L. G. de Matos. Lisboa: Dinalivro, 1992.
60. **DURANT**, Will. *A História da Filosofia*. 2 Ed. Trad. Luis Carlos do Nascimento Silva. Rio de Janeiro: Editora Record, 1991.
61. **ECO**, Umberto. *Como se Faz Uma Tese*. Trad. Gilson Cesar Cardoso de Souza. São Paulo: Editora Perspectiva, 1993.
62. \_\_\_\_\_ . *Tratado Geral de Semiótica*. São Paulo: Editora Perspectiva, 1976.
63. **ESPINOSA**, Baruch de. *Ética*. IN: Os Pensadores. 1 Ed. Trad. Joaquim de Carvalho. São Paulo: Abril Cultural, 1973.
64. **EUCLID**. The Thirteen. Books of Euclid's Elements. IN: *Great Books of The Western World*. Trad. Sir Thomas L. Hesth. Chicago: University of Chicago Press, 1952. v54, V11.
65. **FAORO**, Raymundo. *Os Donos do Poder: formação do patronato político brasileiro*. São Paulo: Globo , v2, V1, 1995.
66. \_\_\_\_\_ . *Os Donos do Poder: formação do patronato político brasileiro*. São Paulo: Globo , v2, V2, 1995.
67. **FERNANDEZ**, Rosali P.. Classificação - um processo fundamental da natureza humana. CONFERÊNCIA BRASILEIRA DE CLASSIFICAÇÃO BIBLIOGRÁFICA, Rio de Janeiro, 1976. *Anais da Conferência Brasileira de Classificação Bibliográfica*. Rio de Janeiro: IBICT, 1979. V1 p. 254-267.
68. **FEYERABEND**, Paul K.. *Diálogo Sobre o Método*. Lisboa: Editorial Presença, 1991.
69. **FREGE**, J. Gottlob. *Lógica e Filosofia da Linguagem*. São Paulo: Cultrix/EDUSP, 1978.
70. \_\_\_\_\_ . *Os Fundamentos da Aritmética*. IN: Os Pensadores. Trad. Luis Henrique dos Santos. São Paulo: Abril Cultural, 1983.

71. \_\_\_\_\_ . *Sobre a Justificação Científica de Uma Conceitografia*. IN: Os Pensadores. Trad. Luis Henrique dos Santos. São Paulo: Abril Cultural, 1983.
72. **GALILEI**, Galileu.. *A Mensagem das Estrelas*. 1 Ed. Trad. Carlos Ziller Camenietzki. Rio de Janeiro: Museu de Astronomia e Ciências Afins: Salamandra, 1987.
73. **GALLIANO**, Guilherme A.. *O Método Científico: teoria e prática*. São Paulo: Ed. HARBRA, 1979.
74. **GARDNER**, Howard. *Estruturas da Mente: a teoria das Inteligências múltiplas*. 1 Ed. Trad. Sandra Costa. Porto Alegre: Ed. Artes Médicas, 1994.
75. **GINNEKEN**, J. van. *La Reconstruction Typologique des Langues Archaïques*. Amsterdã: 1940.
76. **GOMES**, Alvércio Moreira. *Introdução à Álgebra Moderna*. Rio de Janeiro: Faculdade Nacional de Filosofia, v2, V1, 1960.
77. **GOMIDE**, Fernando de Mello. *Filosofia do conhecimento científico: hipóteses e aprioris*. Curitiba: Editora Albert Einstein.
78. **GRANGER**, Gilles Gaston. *Lógica e Filosofia das Ciências*. São Paulo: Edições Melhoramentos 1955.
79. **GRAU**, Kurt Joaquim. *Lógica*. Rio de Janeiro: Athena Editora, 1935.
80. **HAACK**, Susan. *Filosofia das Lógicas*. Trad. César Augusto Mortari e Luiz Henrique de Araújo Dutra. São Paulo: Ed. UNESP, 2002.
81. **HAVELOCK**, Erick A.. *The Literate Revolution in Greece and its Cultural Consequences*, Princeton, 1982.
82. \_\_\_\_\_ . *The Greek Concept of Justice*. Harvard, 1978.
83. \_\_\_\_\_ . *A Revolução da Escrita na Grécia e Suas Conseqüências Culturais*. 1 Ed. Trad. Ordep José Serra. São Paulo: Editora da Universidade Estadual Paulista, Rio de Janeiro: Ed. Paz e Terra, 1996.
84. \_\_\_\_\_ . *A Musa Aprende a Escrever*. 1 Ed. Lisboa: Ed. Gradiva, 1996.
85. \_\_\_\_\_ . *Prefácio a Platão*. 1 Ed. Trad. Enid Abreu Dobránsky. Campinas: Papyrus Editora, 1996.
86. **HEINEMANN**, Fritz. *A Filosofia do Século XX*. Trad. Alexandre F. Morujão. Lisboa: Fundação Calouste Gulbenkian, 1983.
87. **HERBERT**, Nick. *A Realidade Quântica*. Trad. Mario C. Moura. Rio de Janeiro: Francisco Alves, 1989.
88. **HERÓDOTO**. *História*. IN: Clássicos Jackson. 1 Ed. Trad. J. Brito Broca. v50, V23. Rio de Janeiro: W. M. Jackson Editores, 1953.

89. **HIRSCHBERGER**, Johannes. *História da Filosofia na Antigüidade*. Trad. Alexandre Correia. São Paulo: Editora Herder, 1969.
90. **HJELMSLEV**, Louis Trolle. *Prolegômenos a Uma Teoria da Linguagem*. Trad. José Teixeira coelho Netto. São Paulo: Perspectiva, 1975.
91. **HUSSERL**, Edmund. *Investigaciones Logicas*. 2 Ed. Trad. Manuel G. Morente y Jose Gaos. Madrid: Revista de Occidente, 1967.
92. **JAEGER**, Werner Wilhelm. *Paidéia*. 2 Ed. Trad. Artur M. Parreira. São Paulo: Martins Fontes, 1989.
93. **JAMES**, William. *Pragmatismo*. IN: Os Pensadores. 1 Ed. Trad. Pablo Rubén Mariconda. São Paulo: Abril Cultural, 1974.
94. \_\_\_\_\_ . *O Significado da Verdade*. IN: Os Pensadores. 1 Ed. Trad. Pablo Rubén Mariconda. São Paulo: Abril Cultural, 1974.
95. **JAPIASSU**, Hilton. *Questões Epistemológicas*. 1 Ed.. Rio de Janeiro: Imago, 1981.
96. **JOHNSON-LAIRD**, Philip Nicholas. *The Computer and The Mind: an introduction to cognitive science*. Harvard University Press, 1988.
97. \_\_\_\_\_ . *Mental Models: towards a cognitive science of language, inference, and consciousness*. Harvard University Press, 1983.
98. **KANT**, Immanuel. *Lógica*. Trad. Gottlob Benjamin Jäsche de Guido Antônio de Almeida. Rio de Janeiro: Ed. Tempo Brasileiro, 1992.
99. **KEYNES**, Jonh Maynard. *A Treatise on Probability*. London: Cambridge University Press, 1992.
100. **KNEALE**, William & **KNEALE**, Martha. *O Desenvolvimento da Lógica*. Trad. M. S. Lourenço. Lisboa: Ed. Fundação Calouste Gulbenkian, 1991.
101. **KOPNIN**, P. V.. *A Dialética como Lógica e Teoria do Conhecimento*. Trad. Paulo Bezerra. Rio de Janeiro: Ed. Civilização Brasileira, 1978.
102. **KOYRÉ**, Alexandre. *Estudos de História do Pensamento Científico*. 1 Ed. Trad. Márcio Ramalho. Rio de Janeiro: Ed. Forense Universitária; Brasília: Ed. Universidade de Brasília, 1982.
103. **KUHN**, Thomas S.. *A Estrutura das Revoluções Científicas*. Trad. Beatriz Vianna Boeira e Nelson Boeira. São Paulo: Ed. Perspectiva, 1990.
104. **KUSCH**, Martin.. *Linguagem como cálculo versus linguagem como meio universal: um estudo sobre Husserl, Heidegger e Gadamer*. Trad. Dankwart Bernsmüller. São Leopoldo: Ed. Unisinos, 2001.
105. **LAKATOS**, Imre. *A Lógica do Descobrimto Matemático*. Trad. Nathanael C. Caixeiro. Rio de Janeiro: Zahar Editores, 1978.
106. **LE GOFF**, Jacques. *História e Memória*. Campinas: Ed. UNICAMP, 1990.

107. **LEITHOLD**, Louis. *O Cálculo com Geometria Analítica*. Trad. Antonio Paques et alii. São Paulo, Harper & Row do Brasil, vol 1, 1982.
108. **LIPSCHUTZ**, Seymour. *Teoria dos Conjuntos*. Trad. Fernando Vilain Heusi da Silva. São Paulo: McGraw-Hill, 1972.
109. **LÉNINE**, V. I.. *Materialismo e Empiriocriticismo*. 1 Ed. Lisboa: Edições Avante, 1982
110. **LÉVY**, Pierre. *As Tecnologias da Inteligência: o futuro do pensamento na era da informática*. 1 Ed, 2<sup>a</sup> reimp.. Trad. Carlos Irineu da Costa. Rio de Janeiro: Ed. 34, 1995.
111. **LOCKE**, John. *Ensaio Acerca do Entendimento Humano*. IN: *Os Pensadores*, 54v, V 18. Trad. Anoar Aiex. São Paulo: Ed. Abril, 1973.
112. **LOPES**, Edward. *Fundamentos da Lingüística Contemporânea*.. 14 Ed. São Paulo: Cultrix, 1995.
113. **MACEDO**, Rosa Maria Stefanini. *Piaget: vida e obra*, IN: *Piaget - Os Pensadores*. 2 Ed.. São Paulo: Ed. Abril Cultural, 1978.
114. **MAGALHÃES-VILHENA**, Vasco de. *O Problema de Sócrates*. 1Ed. Lisboa: Ed. Fundação Calouste Gulbenkian, 1984.
115. **MALMBERG**, Bertil. *Phonetics*. 1 Ed. Nova York: Dover Publications, 1963.
116. \_\_\_\_\_ . *Lingüística Estructural y Comunicación Humana*. Madrid: Gredos, 1969.
117. **MASON**, Stephen F.. *História da Ciência*. Trad. Flávio e José Vellino de Lacerda. Porto Alegre: Editora Globo, 1962.
118. **MARTINS**, Roberto Cintra. *Sobre a Natureza da Engenharia de Produção e o Diálogo Interdisciplinar*. IN: *Anais do XII Encontro Nacional de Engenharia de Produção*, São Paulo, 1992.
119. **MCLUHAN**, Marshall. *Os Meios de Comunicação: como extensões do Homem*. 3 Ed. Trad. Décio Pignatari. São Paulo: Cultrix , 1973.
120. \_\_\_\_\_ . *The Gutemberg Galaxy: the making of typographic man*. 1 Ed. Toronto: University of Toronto Press, 1967.
121. **MELO**, Pedro Américo de Figueiredo e. *A Ciência e os Sistemas: questões de história e filosofia natural*. 4 Ed. Trad. Gabriel Alves de Oliveira. João Pessoa: Editora Universitária/UFPB, 2001.
122. **MERTON**, Robert K.. *Sociologia: teoria e estrutura*. 1 Ed. Trad. Miguel Mailet. São Paulo: Ed. Mestre Jou, 1970.
123. **MUNEM**, Mustafa A. & **FOULIS**, David J.. *Cálculo*. Trad. André Lima Cordeiro et alii. v2, V1. Rio de Janeiro: Guanabara Dois , 1983.
124. **NIETZSCHE**, Friedrich. *O Nascimento da Tragédia no Espírito da Música*, IN: *Os Pensadores*, 54v, V 32. Trad. Rubens Rodrigues Torres Filho. São Paulo: Ed. Abril, 1974.

125. **NORTON**, Peter. & **SOCHA**, John. *Linguagem Assembly para IBM PC*. 1 Ed. Trad. Daniel Vieira. Rio de Janeiro: Campus, 1991.
126. **ORTEGA Y GASSET**, José. *Meditação da Técnica*. Trad. Luís Washington Vita. Rio de Janeiro: Livro Ibero Americano Ltda., 1963.
127. \_\_\_\_\_ . *Em Torno a Galileu*. Trad. Luis Felipe Alves Esteves. Petrópolis: Vozes, 1989.
128. **ORTOLI**, Sven & **PHARABOD**, Jean-Pierre. *Introdução à Física Quântica*. Trad. Manuel Ruas. Lisboa: Publicações Dom Quixote, 1986.
129. **PEIRCE**, Charles Sanders. *Escritos Coligidos*. IN: Os Pensadores, Trad. Armando Mora D'Oliveira e Sérgio Pomerangbum. São Paulo: Ed. Abril, 1972.
130. **PEREIRA**, Maria Helena da Rocha. *Estudos de História da Cultura Clássica*. Lisboa: Fundação Calouste Gulbenkian, v2, V1 , 1987.
131. **PESSANHA**, José Américo Motta et alii. História das Grandes Idéias do Mundo Ocidental, IN: *Os Pensadores*, v4, V1. São Paulo: Ed. Abril, 1972.
132. **PETROZZO**, Daniel P. & **STEPPER**, John C. *Reengenharia na Prática: como implementar um programa efetivo de reengenharia e como evitar erros no processo*. Trad. Eliane Kanner. São Paulo: Makron Books, 1996.
133. **PIAGET**, Jean. A Epistemologia Genética, IN: *Os Pensadores*. 2 Ed. Trad. Nathanael C. Caixeiro. São Paulo: Ed. Abril Cultural, 1978.
134. \_\_\_\_\_. Sabedoria e Ilusões da Filosofia, IN: *Os Pensadores*. 2 Ed. Trad. Zilda Abujamra Daeir. São Paulo: Ed. Abril Cultural, 1978.
135. \_\_\_\_\_. Problemas de Psicologia Genética, IN: *Os Pensadores*. 2 Ed. Trad. Célia E. A. Di Piero. São Paulo: Ed. Abril Cultural, 1978.
136. \_\_\_\_\_. Os Fundamentos da Aritmética, IN: *Os Pensadores*. 2 Ed. Trad. Luis Henrique dos Santos. São Paulo: Abril Cultural, 1978.
137. **POPPER**, Karl Raimund. *A Lógica da Pesquisa Científica*. Trad. Leonidas Hegenberg e Octanny Silveira da Mota. São Paulo: Ed. Cultrix, 1993.
138. \_\_\_\_\_. *Conjecturas e Refutações*. Trad. Sérgio Bath. Brasília: Ed. Universidade de Brasília, 1972.
139. \_\_\_\_\_ . *A Sociedade Aberta e Seus Inimigos*. Trad. Milton Amado. São Paulo: Ed. da Universidade de São Paulo, 1974.
140. \_\_\_\_\_. *O Mito do Contexto: em defesa da ciência e da racionalidade*. Trad. Paula Taipas. Lisboa: Edições 70, 1995.
141. \_\_\_\_\_. *Três Concepções Acerca do Conhecimento Humano*. IN: Os Pensadores. 1 Ed. Trad. Pablo Rubén Mariconda. São Paulo: Abril Cultural, 1975.

142. \_\_\_\_\_ . *A Teoria dos Quanta e o Cisma na Física*. IN: Pós-Escrito à Lógica da Descoberta Científica. 1 Ed. Trad. Nuno Ferreira da Fonseca. Lisboa: Publicações Dom Quixote, 1989. v3, V3.
143. **PUTNAM, H.** Lógica-Combinatória. IN: *Enciclopédia Einaudi*. Lisboa: Calouste Gulbenkian, 1988.
144. **QUINE, Williard van Orman.** *Filosofia da Lógica*. Rio de Janeiro: Zahar Editores, 1972.
145. \_\_\_\_\_ . *O Sentido da Nova Lógica*. Curitiba: Ed. UFPR, 1996.
146. **QUINET, J.** *Matemática Superior*, IN Enciclopédia Técnica Universal Globo, vol VII. Trad. Rui Pinto da Silva Sieczkowski. Porto Alegre, Ed. Globo, tomos 1-6,1968.
147. **RELATÓRIO DA SEGUNDA CONFERÊNCIA INTERAMERICANA SÔBRE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA.** *Educação Matemática nas Américas*. Trad. Adalberto P. Bergamasco e L. H. Jacy Monteiro. São Paulo, Companhia Editora Nacional, 1969.
148. **RIGHETTO, ARMANDO & FERRAUDO, ANTONIO S.** *Cálculo Diferencial e Integral*. São Paulo, IBEC , 1982. v2, V1,
149. **RONAN, Colin A.** Das origens à Grécia. Trad. Jorge Éneas Forte. IN: *História Ilustrada da Ciência da Universidade de Cambridge*. Rio de Janeiro: Jorge Zahar Editor, v4, V1, 1987.
150. \_\_\_\_\_ . Oriente, Roma e Idade Média. Trad. Jorge Éneas Forte. IN: *História Ilustrada da Ciência da Universidade de Cambridge*. Rio de Janeiro: Jorge Zahar Editor, v4, V2, 1987.
151. **ROSA, Luiz Pinguelli** *Tecnociências e Humanidades novos paradigmas, velhas questões*. São Paulo: Paz e Terra, v3, V1, 2005.
152. **ROUSSEAU, Jean-Jacques.** Do Contrato Social. IN: *Os Pensadores*, 54v, V 19. Trad. Lourdes Santos machado. São Paulo: Ed. Abril, 1978.
153. \_\_\_\_\_ . Ensaio Sobre a Origem das Línguas. IN: *Os Pensadores*, 54v, V 19. Trad. Lourdes Santos machado. São Paulo: Ed. Abril, 1978b.
154. \_\_\_\_\_ . Discurso sobre a Origem o os Fundamentos da Desigualdade entre os Homens. IN: *Os Pensadores*, 54v, V 19. Trad. Lourdes Santos Machado. São Paulo: Ed. Abril, 1978c.
155. **RUIZ, João Álvaro.** *Metodologia Científica: guia para eficiência nos estudos*. São Paulo: Editora Atlas, 1985.
156. **RUSSEL, Bertrand.** *História da Filosofia Ocidental*. Trad. Brenno Silveira. São Paulo: Companhia Editora Nacional, v4, V1, 1957.
157. \_\_\_\_\_ . *História da Filosofia Ocidental*. Trad. Brenno Silveira. São Paulo: Companhia Editora Nacional, v4, V2, 1957 b.

158. \_\_\_\_\_ . *História da Filosofia Ocidental*. Trad. Brenno Silveira. São Paulo: Companhia Editora Nacional, v4, V3, 1957 c.
159. \_\_\_\_\_ . *O Conhecimento Humano: sua finalidade e limites*. Trad. Leônidas Gontijo de Carvalho. São Paulo: Companhia Editora Nacional, v2, V1, 1958.
160. \_\_\_\_\_ . *O Conhecimento Humano: sua finalidade e limites*. Trad. Leônidas Gontijo de Carvalho. São Paulo: Companhia Editora Nacional, v2, V2, 1958.
161. \_\_\_\_\_ . *A Perspectiva Científica*. Trad. José Severo de Camargo pereira. São Paulo: Companhia Editora Nacional, 1962.
162. **SANTOS**, José Trindade. *Antes de Sócrates*. 1 Ed. Lisboa: Gradiva Publicações, 1985.
163. **SAUSSURE**, Ferdinand de. *Cours de Linguistique Générale*. Paris: Reverteé, 1976.
164. **SEARLE**, John R.. *Mente, Linguagem e Sociedade: filosofia no mundo real*. Trad. F. Rangel. Rio de Janeiro: Rocco, 2000.
165. **SEDGWICK**, W. T. & **TYLER**, H.W.. *História da Ciência e da Técnica: desde a remota antigüidade até o alvorecer do século XX*. Trad. Leonel Vallandro. Porto Alegre: Ed. Globo, 1950.
166. **SOUSA**, Aluísio J. M. de *et alii*. *Iniciação à Lógica e à Metodologia da Ciência*. São Paulo: Cultrix, 1976.
167. **SPIVAK**, Michael. *Cálculo Infinitesimal*. Barcelona: Editorial Reverté, v2, V1, 1972.
168. **TARSKI**, A. *Logic, semantics, metamathematics*. Oxford: Clarendon, 1956.
169. **TAVARES**, Juarez E. X.. *Teoria do Injusto Penal*. 2 Ed. Belo Horizonte: Del Rey, 2002.
170. \_\_\_\_\_ . *Teorias do Delito: variações e tendências*. São Paulo: Ed. Revista dos Tribunais, 1980.
171. \_\_\_\_\_ . *As Controvérsias em Torno dos Crimes Omissivos*. 1 Ed. Rio de Janeiro: Ed. Instituto Latino-Americano de Cooperação Penal, 1996.
172. **TEIXEIRA**, João de Fernandes. *Filosofia e Ciência Cognitiva*. Petrópolis: Vozes, 2004.
173. **TIPLER**, Paul A.. *Física Moderna*. Trad. Yashiro Yamamoto et al. Rio de Janeiro: Guanabara Dois, 1981.
174. **TOLMASQUIM**, Alfredo Tiomno. Conhecimento e Poder: A expressão Mítica da Ciência, IN: *Anais do 1º Seminário Nacional sobre História da Ciência e Tecnologia*, Rio de Janeiro: CNPq/ PADCT, 1986.
175. **VASCONCELLOS**, Maria José Esteves de. *Pensamento Sistemico: o novo paradigma da ciência*. Campinas: Papirus, 2002.

176. **VAZ**, Henrique Lima. Religião e Modernidade Filosófica. IN: *Síntese Nova Fase*, v. 18, n. 53, Belo Horizonte: Revista Trimestral da Faculdade de Filosofia do Centro de Estudos Superiores da Companhia de Jesus e do Centro João XXIII de Investigação e Ação Social, 1991.
177. **VIDAL DE CARVALHO**, Luis Alfredo. *Datamining: a mineração de dados no marketing, medicina, economia, engenharia e administração*. 1 Ed. São Paulo: Érica, 2001.
178. **VIEIRA**, Américo A. N.. *Reflexões Sobre o Papel Formador das Matemáticas em Engenharia de Produção*. Rio de Janeiro, 1995. Dissertação (Mestrado em Engenharia de Produção) - COPPE / UFRJ, 1995.
179. \_\_\_\_\_ . *Considerações Epistemológicas Sobre a Construção de Discursos*. Rio de Janeiro, 1998. Dissertação (Mestrado em Memória Social e Documento) - UNIRIO, 1998.
180. \_\_\_\_\_ . *Técnica e Linguagem*. Rio de Janeiro, 2000. Monografia (Doutorado em Engenharia de Produção) - COPPE/ UFRJ, 2000. *Mimeo*.
181. \_\_\_\_\_ . *Correlações entre Metafísica, Modernidade e Técnica: um exercício de aprimoramento da prudência*. Rio de Janeiro, 2000. Monografia (Doutorado em Engenharia de Produção) - COPPE/ UFRJ, 2000. *Mimeo*.
182. \_\_\_\_\_ . *Lógica: método semiótico-estruturado*. 1 Ed., 3<sup>a</sup> reimp. Rio de Janeiro: Sarau Cultural, 2005.
183. **VLASTOS**, Gregory. *O Universo de Platão*. Trad. Maria Luíza Monteiro Salles Coroa. Brasília: Ed. UNB, 1987.
184. **VOLPE**, Galvano Della. *A Lógica como Ciência Histórica*. Lisboa: Edições 70, 1985.
185. **WALTER**, Henriette. *A Aventura das Línguas no Ocidente*. Trad. Sérgio Cunha dos Santos. São Paulo: Mandarim, 1997.
186. **WEBER**, Renée. *Diálogos com Cientistas e Sábios*. Trad. Gilson César Cardoso de Souza. São Paulo: Ed. Círculo do Livro, 1986.
187. **WHITE**, Leslie A.. *O Conceito de Sistemas Culturais: como compreender tribos e nações*. Trad. Áurea Weissenberg. Rio de Janeiro: Zahar Editores, 1978.
188. **WHITEHEAD**, A. N. & **RUSSEL**, B. *Principia Mathematica*. Cambridge: Cambridge University Press, 1973.
189. **WIEACKER**, Franz. *História do Direito Privado Moderno*. Trad. António Manuel Botelho Hespanha Lisboa: Fundação Calouste Gulbenkian, 1993.

190. **WITTGENSTEIN**, Ludwig. *Tratado Lógico-Filosófico*. Trad. M. S. Lourenço. Lisboa: Fundação Calouste Gulbenkian, 1987.
191. \_\_\_\_\_ . *Investigações Filosóficas*. Trad. M. S. Lourenço. Lisboa: Fundação Calouste Gulbenkian, 1987.
192. **WIENER**, Norbet. *Cibernética e Sociedade: o uso humano de seres humanos*. São Paulo: Cultrix, 1993.