

UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO DE JANEIRO
THIAGO MACIEL DE OLIVEIRA

A OBRA DE ALVARO JOSÉ RODRIGUES

RIO DE JANEIRO
2016

Thiago Maciel de Oliveira

A OBRA DE ALVARO JOSÉ RODRIGUES

Tese de Doutorado apresentada ao Programa de Pós-Graduação em História das Ciências e das Técnicas e Epistemologia, Universidade Federal do Rio de Janeiro, como requisito parcial à obtenção do título de Doutor em História das Ciências e das Técnicas e Epistemologia.

Orientadores: Ricardo Silva Kubrusly

Luiz Carlos Guimarães

Rio de Janeiro

2016

Thiago Maciel de Oliveira

A OBRA DE ALVARO JOSÉ RODRIGUES

Tese de Doutorado apresentada ao Programa de Pós-Graduação em História das Ciências e das Técnicas e Epistemologia, Universidade Federal do Rio de Janeiro, como requisito parcial à obtenção do título de Doutor em História das Ciências e das Técnicas e Epistemologia.

Aprovada em 15 de dezembro de 2016



Ricardo Silva Kubrusly, Ph.D., UFRJ



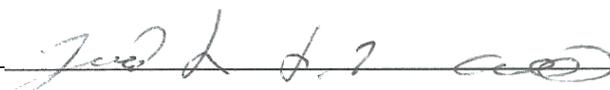
Luiz Carlos Guimarães, Ph.D., UFRJ



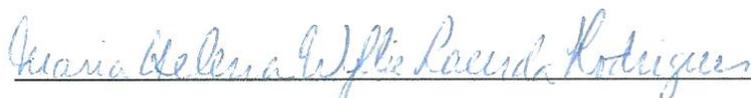
Carlos Benevenuto Guisard Koehler, Ph.D., UFRJ



Gert Felix Schubring, Ph.D., Bielefeld University



João Bosco Pitombeira Fernandes de Carvalho, Ph.D., UFMS



Maria Helena Wyllie Lacerda Rodrigues, D.Sc., UFRJ

Ao meu pai.

AGRADECIMENTOS

À Mara, Bia, Tatá e Gracinha, família que me apoiou de maneira incondicional ao longo de todo o curso de doutorado. Amo muito vocês.

Ao professor Luiz Carlos Guimarães, por me presentear com o tema desta pesquisa e pela dedicada orientação que me permitiu concluir essa etapa de formação acadêmica.

Aos membros da banca de qualificação, professores Gert Felix Schubring, João Bosco Pitombeira de Carvalho, Maria Helena Wyllie Lacerda Rodrigues e Ricardo Silva Kubrusly, pelas sugestões e referências que integraram o escopo desta tese.

Ao professor Carlos Ernesto Lindgren, que tomou para si essa pesquisa e forneceu-me vasto material de pesquisa para a redação desta tese.

À família Rodrigues, em particular aos senhores Alvaro José Rodrigues Neto, Ricardo Lisboa da Cunha e à professora Maria Helena Lisboa da Cunha, netos de Alvaro Rodrigues, que permitiram meu acesso a informações pessoais do professor Rodrigues.

Ao museu da Escola Politécnica da Universidade Federal do Rio de Janeiro.

Ao Arquivo Geral da Cidade do Rio de Janeiro.

Ao Núcleo de Documentação e Memória do Colégio Pedro II e à professora Vera Maria Ferreira Rodrigues.

Ao setor de obras raras e de cartografia da Biblioteca Nacional.

Ao Arquivo Nacional.

Ao professor Oswaldo Vernet.

Aos amigos do HCTE, do Seminário de História da Matemática do IM-UFRJ, do Colégio Militar do Rio de Janeiro e do Instituto de Aplicação Fernando Rodrigues da Silveira.

RESUMO

OLIVEIRA, Thiago Maciel de. A Obra de Alvaro José Rodrigues. Rio de Janeiro, 2015. Tese (Doutorado em História das Ciências e das Técnicas e Epistemologia)-HCTE, Universidade Federal do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro, 2015.

O presente trabalho tem por objetivo analisar a obra de Alvaro José Rodrigues, professor de Geometria Descritiva da Escola Nacional de Belas Artes durante a primeira metade do século XX. São analisados, sob a ótica da historiografia da matemática, os dois volumes do autor sobre Geometria Descritiva e o seu livro sobre Perspectiva Paralela. São enfocados os aspectos históricos dessas disciplinas que permeiam a obra, aspectos estes que a tornam singular no contexto do seu ensino no Brasil. Além disso, a tese mostra a atuação de Alvaro Rodrigues nas discussões para a melhoria do ensino técnico no Rio de Janeiro.

PALAVRAS-CHAVE: Geometria Descritiva; Perspectiva; História da Ciência.

ABSTRACT

OLIVEIRA, Thiago Maciel de. A Obra de Alvaro José Rodrigues. Rio de Janeiro, 2015. Tese (Doutorado em História das Ciências e das Técnicas e Epistemologia)-HCTE, Universidade Federal do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro, 2015.

This research intends to analyze the work of Alvaro José Rodrigues, professor of Descriptive Geometry at the National School of Arts during the first half of the 20th century. Author's two books on Descriptive Geometry and one about Parallel Perspective will be analyzed by means of the historiography of mathematics. The research focus on historical issues of those disciplines that make Alvaro's work singular at Brazilian's teaching context. Thesis also shows Rodrigues' participation at discussions about teaching at technical schools in Rio de Janeiro.

KEY-WORDS: Descriptive Geometry; Perspective; History of Science.

LISTA DE FIGURAS

Figura 1: \sGRAVESANDE, W. J. Essai de perspective . Haya, 1711. Prancha 1, fig. 1, p.14	18
Figura 2: Épura de um ponto	20
Figura 3: Capa e contra capa do livro <i>Metodi di Geometria Descrittiva</i>	30
Figura 4: Alvaro José Rodrigues - Acervo AGCRJ	32
Figura 5: Família Rodrigues	33
Figura 6: Carta de Alvaro Rodrigues ao MJNI (março de 1907)	39
Figura 7: Alvaro Rodrigues - foto publicada no jornal <i>A Manhã</i> em 14 de dezembro de 1927	43
Figura 8: Alvaro Rodrigues - foto publicada no <i>Jornal do Brasil</i> em 20 de dezembro de 1932, pg. 10	44
Figura 9: Termo de posse e início de exercício de Alvaro Rodrigues	45
Figura 10: Arquivos da Escola de Belas-Artes. Rio de Janeiro, 1966. Prof. Alvaro José Rodrigues, p.167.	47
Figura 11: A Carta Econômica do Brasil	48
Figura 12: Cabeçalho da Carta Econômica	49
Figura 13: Alguns detalhes da Carta Econômica	50
Figura 14: Contra capa da primeira edição da revista <i>Architectura</i>	52

Figura 15: Contracapa do livro <i>Escolas Profissionaes</i>	54
Figura 16: Contracapa do livro <i>Operações Fundamentais e Poliedros</i> (1ª edição) e homenagem a Gaspard Monge	57
Figura 17: Capa e contracapa do livro <i>Operações Fundamentais e Poliedros</i> (6ª edição)	57
Figura 18: Capa e contracapa do livro <i>Projetividades, Curvas e Superfícies</i> (1ª edição)	60
Figura 19: Capa e contracapa do livro <i>Projetividades, Curvas e Superfícies</i> (3ª edição)	60
Figura 20: Capa e contracapa do livro <i>Perspectiva Paralela</i>	63
Figura 21: Quadro sinótico das projeções (RODRIGUES, 1948, p.7)	64
Figura 22: Capa e contracapa da separata da Enciclopédia Delta Larousse	65
Figura 23: O Axonômetro Caetano de Oliveira - Simão Leal	68
Figura 24: Horário do Instituto Profissional João Alfredo (1922)	76
Figura 25: RODRIGUES, A. J. Escolas Profissionaes . Rio de Janeiro: Typ. B de Souza, 1922. <i>Perspectographo</i> Vieira Machado, p.114.	78
Figura 26: ANDERSEN, K. The Geometry of an Art: The History of the Mathematical Theory of Perspective from Alberti to Monge New York: Springer, 2007. Figura II.3, p.22.	78
Figura 27: Folhas de rosto dos dois volumes dos “Elementos de Geometria Descritiva” (edição de 1922) de Gaspard Monge que pertenceram ao professor Alvaro Rodrigues.	83

Figura 28: Indicação do texto de Lacroix para o curso de Geometria Descritiva da Academia Militar (Fonte: Arquivo Nacional do Rio de Janeiro – Códice IG ³⁵)	88
Figura 29: <i>Élémentation</i> introduzida no F.I.C.	99
Figura 30: Perspectiva linear	112
Figura 31: RODRIGUES, A. J. Perspectiva Paralela - Classificação das Projeções e Projeções Axonométricas . Rio de Janeiro: Ao Livro Técnico S.A., 1948. Fig. 7.	114
Figura 32: Construção da imagem de um ponto pela projeção central	115
Figura 33: Construção da imagem de um ponto pela projeção central	115
Figura 34: RODRIGUES, A. J. Perspectiva Paralela - Classificação das Projeções e Projeções Axonométricas . Rio de Janeiro: Ao Livro Técnico S.A., 1948. Fig. 18.	117
Figura 35: `sGRAVESANDE, W. J. Essai de perspective . Haya, 1711. Prancha 8, fig. 17, p.58	118
Figura 36: Coeficientes da Perspectiva Cavaleira	120
Figura 37: Perspectiva cavaleira de um cubo	121
Figura 38: Processo para construção da perspectiva cavaleira de um cubo	122
Figura 39: Perspectiva Militar	123
Figura 40: RODRIGUES, A. J. Perspectiva Paralela - Classificação das Projeções e Projeções Axonométricas . Rio de Janeiro: Ao Livro Técnico S.A., 1948. Figura 89, p. 96.	124

Figura 41: Quadro sinótico da Axonometria de Muniz Gregory	126
Figura 42: Contribuição Brasileira à Geometria Descritiva. In: Enciclopédia Delta Larousse . 2a. edição revista e atualizada. Rio de Janeiro: Delta S. A., 1967. Épura de aplicação do método de Gastão Gomes ao desenho arquitetônico por Giuseppina Pirro.	129
Figura 43: Carte physique et profil du canal de la Manche et d'une partie de la Mer du Nord	130
Figura 44: RODRIGUES, A. J. Geometria Descritiva - Operações Fundamentais e Poliedros . 6. ed. Rio de Janeiro: Ao Livro Técnico S.A., 1964. Figura 249, p. 234.	138
Figura 45: Representação de um segmento de reta em projeções cotadas	141
Figura 46: RODRIGUES, A. J. Geometria Descritiva - Operações Fundamentais e Poliedros . 6. ed. Rio de Janeiro: Ao Livro Técnico S.A., 1964. Figuras 300, 303 e 305, p. 311, 314 e 316.	144
Figura 47: Homologia	151
Figura 48: Teorema de Desargues no espaço	152
Figura 49: RODRIGUES, A. J. Geometria Descritiva - Projetividades, Curvas e Superfícies . 3. ed. Rio de Janeiro: Ao Livro Técnico S.A., 1960. Figura 75, p. 101.	156
Figura 50: Curvas de contato entre o cilindro e a esfera	160
Figura 51: Curvas de contato entre o plano e o toro	162

Figura 52: Quadro sinótico das superfícies. RODRIGUES, A. J. **Geometria Descritiva - Projetividades, Curvas e Superfícies**. 3. ed. Rio de Janeiro: Ao Livro Técnico S.A., 1960. p. 267. 164

Figura 53: RODRIGUES, A. J. **Geometria Descritiva - Operações Fundamentais e Poliedros**. 6. ed. Rio de Janeiro: Ao Livro Técnico S.A., 1964. Figura 293, p. 299. 167

Figura 54: RODRIGUES, A. J. **Geometria Descritiva - Projetividades, Curvas e Superfícies**. 3. ed. Rio de Janeiro: Ao Livro Técnico S.A., 1960. Figura 125, p. 211. 169

LISTA DE TABELAS

Tabela 1: Edições, ano de publicação e editoras do livro *Operações Fundamentais e Poliedros* 58

Tabela 2: Edições, ano de publicação e editoras do livro *Projetividades, Curvas e Superfícies* 61

LISTA DE SIGLAS

AGCRJ	Arquivo Geral da Cidade do Rio de Janeiro
AIBA	Academia Imperial de Belas Artes
BN	Biblioteca Nacional
BOR	Biblioteca de Obras Raras da UFRJ
CAD	<i>Computer Aided Design</i>
CPII	Colégio Pedro II
DOU	Diário Oficial da União
EBA	Escola de Belas Artes - UFRJ
ENBA	Escola Nacional de Belas Artes
ENE	Escola Nacional de Engenharia
FAU	Faculdade de Arquitetura e Urbanismo - UFRJ
FNA	Faculdade Nacional de Arquitetura
GD	Geometria Descritiva
MJNI	Ministério da Justiça e Negócios Interiores
TH	Technische Hochschule de Berlim
TU	Technische Uninvestität Berlim
UB	Universidade do Brasil
UFRJ	Universidade Federal do Rio de Janeiro

SUMÁRIO

1 Introdução	18
1.1 Apresentação	18
1.2 Metodologia	23
1.2.1 Referencial Teórico	23
1.2.2 As Fontes	28
2 Vida e Obra	32
2.1 Formação Acadêmica	35
2.1.1 O aluno nos tempos da Escola Polytechnica do Distrito Federal	35
2.1.2 A viagem ao exterior	38
2.2 A atuação em cargos da administração pública	40
2.2.1 A comissão de inquérito industrial de 1906	41
2.2.2 Prefeitura do Distrito Federal	41
2.2.3 O Inspetor de Ensino Técnico	42
2.3 A atuação como professor da ENBA	44
2.4 O autor	48
2.4.1 A Carta Econômica do Brasil	48
2.4.2 A revista <i>Avante!</i>	51
2.4.3 A revista <i>Architectura</i>	51
2.4.4 Os livros	53
2.4.5 A Enciclopédia Delta Larousse	65
3 Escolas Profissionais: uma reflexão sobre a concepção de Alvaro Rodrigues para o ensino técnico no Distrito Federal	70
3.1 As ideias de Alvaro Rodrigues para o ensino técnico	70
3.1.1 Os males existentes e as correções sugeridas	70
3.1.2 Métodos de Ensino	73
3.1.3 Cursos industriais e cursos de aperfeiçoamento	79
3.1.4 Instalações escolares	79
3.1.5 Representações escolares na exposição do centenário	80
3.2 O afastamento do Inspetor de Ensino Técnico	81

4 A Geometria Descritiva na obra de Alvaro Rodrigues	83
4.1 Uma breve história da Geometria Descritiva no Brasil	84
4.2 O ensino de Geometria Descritiva na ENBA	101
4.3 Análise da obra de Alvaro Rodrigues	109
4.3.1 Perspectiva Paralela	109
4.3.2 Operações Fundamentais e Poliedros	131
4.3.3 Projetividades, Curvas e Superfícies	145
4.3.4 Um problema, várias abordagens	165
5 Conclusão	171
Referências Bibliográficas	177
Anexo A – Índice de nomes e obras citados por Alvaro Rodrigues	186
Anexo B – Decreto n. 1066, de 19 de abril de 1916	213

1 Introdução

1.1 Apresentação

Desde a produção das primeiras figuras rupestres, o Homem criou diversos sistemas pictóricos para ilustrar fatos e objetos de sua realidade. O desafio de representar objetos tridimensionais em superfícies planas obteve soluções distintas em diferentes períodos da história e encontrou na matemática o arcabouço teórico para a organização do espaço na pintura e na arquitetura. Esta tese trata de dois campos cujo objetivo fundamental é a representação gráfica: a perspectiva e a geometria descritiva (GD).

O campo conhecido como perspectiva recebe esse nome devido aos estudos sobre ótica¹. O matemático grego Euclides, em sua obra chamada *Ótica* (300 a.C.), já propunha uma abordagem matematizada, de base geométrica, para explicar certos fenômenos óticos. Assumindo que a propagação de um feixe de luz se dá em linha reta na direção do olho do observador, Euclides discute, por exemplo, por que os objetos, ao se afastarem, nos parecem menores e “mais altos”².

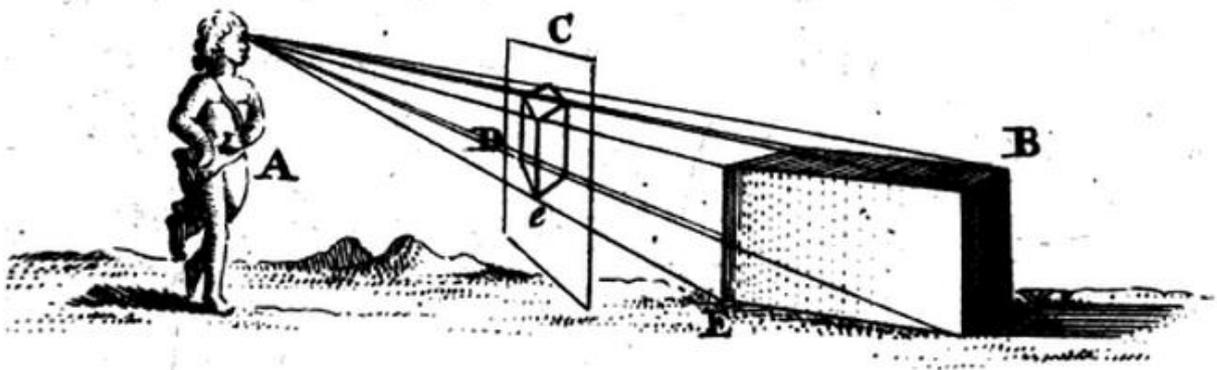


Figura 1: \sGRAVESANDE, W. J. *Essai de perspective*. Haya, 1711. Prancha 1, fig. 1, p.14

A partir do Renascimento, a perspectiva diz respeito à representação obtida pela secção da pirâmide visual (figura 1). Além disso, é nesse período que os

¹ “Perspective comes from *perspicere*, which means to look through, into, or at, as well as to perceive clearly” (ANDERSEN, 2007, p.xx).

² Andersen (2007) afirma que uma parte central da teoria da visão lida com aparências e, no texto de Euclides, encontramos dois axiomas fundamentais: 1) “Magnitudes seen within a larger angle appear larger, whereas those seen within a smaller angle appear smaller, and those seen within equal angles appear to be equal” (ANDERSEN, 2007, p.723); 2) “The more remote parts in planes situated below the eye appear higher” (ANDERSEN, 2007, p.724).

métodos experimentais para representar o espaço dão lugar àqueles de base matemática, cujo fundamento reside na geometria e na teoria das proporções. Três artistas inauguram uma teoria matematizada da perspectiva: Filippo Brunelleschi (1377 - 1446), Leon Battista Alberti (1404 - 1472) e Piero della Francesca (? - 1492). No que diz respeito à lógica da fabricação de imagens, Gombrich (2007, p.126) afirma que “sem um meio expressivo e sem um esquema capaz de ser moldado e modificado nenhum artista pode imitar a realidade”. Para Gombrich (2007, p.131), “a volta ao ideal clássico da imagem “convincente” no renascimento [...] criou padrões mais rigorosos para a representação de universais”. A produção da “imagem convincente”, no Renascimento, passou a se constituir de um “esquema” de base matemática.

A geometria descritiva é uma disciplina que surge no fim do século XVIII a partir das lições de Gaspard Monge em instituições de ensino francesas³. Tendo como precursores textos escritos para profissionais de áreas como a arquitetura e a estereotomia⁴, consolida-se como método geral para a solução gráfica de problemas envolvendo figuras espaciais no trabalho de Monge. Descrevemos, a seguir, o princípio da GD para a representação de objetos tridimensionais no plano.

Considere dois planos perpendiculares α e β , denominados plano horizontal e plano vertical de projeção, respectivamente. A reta r de interseção entre esses planos divide cada um deles em dois semiplanos, aqui denominados horizontal anterior, horizontal posterior, vertical superior e vertical inferior (figura 2). Dado um ponto arbitrário P do espaço, considere suas projeções ortogonais p e p' sobre esses planos. Considere, então, uma rotação de 90° em torno de r (figura 2) que associa os pontos do semiplano horizontal anterior aos pontos do semiplano vertical inferior. Essa transformação leva os pontos do semiplano horizontal posterior em pontos do semiplano vertical superior. A figura resultante dessa transformação é denominada *épura* e é constituída de um plano, uma reta (chamada de linha de terra) contida nele e dois pontos tais que a reta que passa por eles é perpendicular à linha de terra. Esse método permite que objetos tridimensionais sejam descritos em

³ Entre as instituições francesas de atuação de Monge, destacam-se a *École du génie de Mézières*, a *École centrale des travaux publics*, a *École normale de l'an III* e a *École polytechnique*. Nesta, Monge foi figura importante para sua fundação. Sobre a biografia de Monge, ver Sakarovitch (1998), Taton (1951), Gani (2004) e Miranda (2001).

⁴ Sakarovitch (1998) apresenta ampla exposição de textos sobre técnicas de desenho utilizadas na arquitetura, no corte de pedras e na carpintaria antes do século XVIII.

um plano a partir das suas projeções sobre os planos horizontal e vertical de projeção.

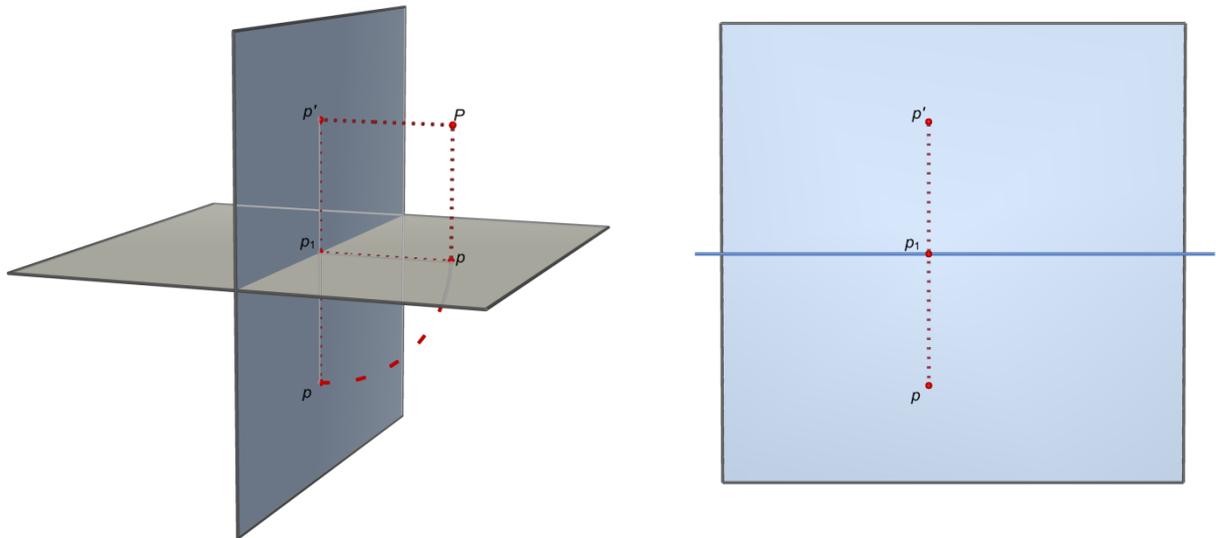


Figura 2: Épura de um ponto

Para Sakarovitch (1998), a GD insere-se na esfera da ciência e constitui uma linguagem universal científica, além de constituir uma disciplina no coração da articulação teoria/prática. Trata-se de um método gráfico universal porque permite, através de seus métodos, a descoberta de formas sem a necessidade de uma representação mental prévia. Além disso, estabelece aliança entre os saberes teóricos e práticos, pois seu produto final é um documento gráfico, cuja produção exige a “correção do pensamento e a precisão do traçado”⁵.

No Brasil, a implantação do ensino da Geometria Descritiva deve-se à chegada de Dom João VI, em 1808. A Carta Régia de 4 de dezembro de 1810 instituiu os objetivos e a regulamentação para a criação da Academia Real Militar. Gani (2004) afirma que a Geometria Descritiva aparece como disciplina do segundo ano da Academia e os professores deveriam preparar um compêndio para seu curso, de sua própria autoria, ou fazer a tradução de um livro estrangeiro consagrado. O texto indicado na Carta Régia era o de Monge e sua tradução para o

⁵ “...la géométrie descriptive, ne se réduit donc pas pour autant à l'expression de raisonnements abstraits, et exige, de manière intrinsèque, la production d'un document graphique à la qualité duquel concourent, de façon inséparable, la justesse du raisonnement et la précision du trait.” (SAKAROVITCH, 1998, p.273)

português foi feita pelo primeiro lente dessa disciplina na Academia, José Vitorino dos Santos e Souza⁶.

Esta tese pretende incluir na história da GD no Brasil um personagem que se dedicou ao estudo e ao ensino dessa disciplina durante a primeira metade do século XX. Alvaro José Rodrigues, professor de Geometria Descritiva da Escola Nacional de Belas Artes (ENBA), é autor de conhecida obra sobre o assunto. Seu texto foi referência por muitos anos nesta e em outras instituições, sendo substituído devido à falta de novas edições após sua morte. O fragmento a seguir, extraído de um discurso proferido em sua homenagem, apresenta a principal motivação para esta tese:

...mas quem examine com cuidado, descobrirá, sem dificuldades, o notável carinho que Álvaro Rodrigues tinha pelos aspectos históricos de sua ciência. As notas de pé de páginas, numerosas e fartas, quase que davam para um novo livro sobre a História dos homens que fizeram a Geometria Descritiva, e assim, poderia ter sido escrita a própria História da Geometria Descritiva. (BELLO JUNIOR, 1966, p.171)

A obra de Alvaro José Rodrigues é constituída de dois volumes sobre geometria descritiva (RODRIGUES, 1960; RODRIGUES, 1964) e um livro sobre perspectiva (RODRIGUES, 1948)⁷. Seu trabalho se destaca no contexto das publicações sobre esses temas no Brasil por apresentar ao leitor referências históricas sobre a teoria e as técnicas de construção apresentadas nos textos. Emergem, portanto, as primeiras questões que orientaram essa pesquisa: como o professor Rodrigues adquiriu tal proficiência nos aspectos históricos sobre a descritiva e a perspectiva? Quais foram as fontes consultadas para a composição de tal obra? Dessa forma, esta tese se propõe a uma análise da obra de Alvaro Rodrigues, tomando-se por base a historiografia da matemática. Defenderemos que se trata de um texto singular sobre o tema publicado no Brasil por conter, em sua exposição, as janelas para a história: os diferentes métodos da GD são apresentados e acompanhados de referências bibliográficas que evidenciam o grau de erudição do professor Rodrigues sobre o tema.

A multiplicidade de atuações de Alvaro Rodrigues, desde a sua chegada ao Rio de Janeiro no início do século XX até a sua morte em 1966, revela um indivíduo

⁶ A seção 4.1 apresentará maiores detalhes sobre a história da GD no Brasil, em particular, o seu ensino na ENBA.

⁷ Outros títulos compõem a obra e são descritos na seção 2.4.

em consonância com as grandes modificações sociais, culturais e econômicas de seu tempo. Dentre os diversos papéis que assumiu, destacam-se:

- de aluno da Escola Polytechnica do Distrito Federal, de 1902 a 1907, período que compreende sua formação acadêmica inicial;
- de professor da ENBA e, posteriormente, da Faculdade Nacional de Arquitetura (FNA) da Universidade do Brasil (UB)⁸;
- de homem público, que ocupou diversos cargos no governo do Distrito Federal⁹;
- de autor de textos sobre geometria descritiva e perspectiva.

A relevância desta pesquisa se dá:

- pela recuperação da história desse professor da ENBA, cuja atuação profissional não apenas colocou em destaque a disciplina geometria descritiva, mas adaptou o seu ensino “ao nosso meio ambiente” (RODRIGUES, 1964);
- pela historicização do trabalho de Alvaro Rodrigues para além de suas aulas na ENBA, de modo a recuperar seu trabalho em diversos cargos públicos, em particular no de Inspetor de Ensino Técnico no Rio de Janeiro. Dessa forma, mostrar-se-á um sujeito envolvido com discussões sobre a educação no Brasil durante a primeira metade do século XX;
- pela análise, do ponto de vista da historiografia da matemática, de seus textos sobre GD, que evidenciam sua erudição sobre sua disciplina além de grande familiaridade com as principais obras de referência relacionadas ao assunto;
- pela análise do quadro desta disciplina no país a partir da obra de Alvaro Rodrigues.

Esta tese está dividida em cinco capítulos. O capítulo 1 trata dos referenciais teóricos que nortearam a pesquisa, da metodologia adotada na reunião e tratamento de fontes para a sua composição e da apresentação do contexto histórico no qual se insere o trabalho de Alvaro Rodrigues. O capítulo 2 apresenta parte da vida e da

⁸ Essas instituições originaram as atuais Escola de Belas Artes (EBA) e Faculdade de Arquitetura e Urbanismo (FAU) da Universidade Federal do Rio de Janeiro (UFRJ).

⁹ Durante praticamente todo o período considerado nesta pesquisa, o Rio de Janeiro foi a capital federal, sendo transferida para Brasília apenas em 1960.

obra de Alvaro Rodrigues, enfocando sua formação acadêmica, atuação profissional e produção bibliográfica. O capítulo 3 destaca a atuação do professor Rodrigues na melhoria do ensino técnico no Rio de Janeiro a partir de seus textos dedicados ao tema. Já no capítulo 4, a análise se restringe às obras ligadas à GD e à perspectiva. As considerações finais são expostas no capítulo 5.

1.2 Metodologia

1.2.1 Referencial Teórico

A história internalista “é caracterizada por estudos que tomam substancialmente a ciência, em si, em seu desenvolvimento intrínseco” (OLIVEIRA, 2005, p.30). Já a história externalista “mostra interesse nas atividades dos cientistas como grupos sociais imersos em uma cultura mais ampla” (OLIVEIRA, 2005, p.30). Embora outras concepções historiográficas proponham diferentes categorias, a abordagem internalismo-externalismo é adequada para a organização dessa pesquisa. Dessa maneira, adotaremos essas abordagens para efeito de distinção historiográfica geral. O caráter internalista está na análise de aspectos teóricos encontrados na obra de Alvaro Rodrigues. O caráter externalista está na análise do desenvolvimento da GD no âmbito da ENBA. Além disso, o conteúdo e a forma de exposição da obra refletem a visão do autor sobre o ensino dessa disciplina no país. A posição assumida pelo professor Rodrigues valorizava a aprendizagem de métodos gráficos como fator de melhora na qualidade do profissional formado por instituições brasileiras, não apenas em nível superior, mas em nível técnico. Essa discussão constitui o capítulo 3.

Alguns fatos relacionados à formação acadêmica e à atuação profissional de Alvaro Rodrigues foram levantados e integram um dos capítulos desta tese. As informações biográficas aqui mencionadas visam enriquecer a análise crítica de seus textos¹⁰, aproximar o leitor do homem por trás da obra e permitir *insights* sobre os diversos aspectos de que trata seu trabalho. Para Rollet e Nabonnand (2012), o interesse de uma biografia histórica será reconstruir a identidade de um ator

¹⁰ “...les biographies permettent d'enrichir la conception de la pratique scientifique”. (ROLLET; NABONNAND, 2012)

seguindo suas trajetórias em diferentes campos que parecem pertinentes na problematização do projeto biográfico¹¹.

Bourdieu chama atenção para a frequente criação artificial de sentido por parte do historiador. Assume-se que a vida “constitui um todo, um conjunto coerente e orientado, que pode e deve ser apreendido como expressão unitária de uma “intenção” subjetiva e objetiva” (BOURDIEU, 2006, p.184). A análise de uma obra pode estar repleta de inferências equivocadas baseadas na premissa de uma existência dotada de sentido que converge para um fim específico - a produção do *magnum opus*. Existem fatores advindos do contexto histórico que orientam as decisões e produções, “fatores capazes de caracterizar uma atmosfera que explicaria a singularidade das trajetórias” (LEVI, 2006, p.175). Isso explica a existência do capítulo 2: apresenta-se o ator e seu meio social, o entorno de suas práticas cotidianas a fim de iluminar aspectos relevantes de seu trabalho¹².

A tipologia para o uso das biografias proposta por Giovanni Levi¹³ inclui a relação entre biografia e contexto. Dessa forma, “a reconstituição do contexto histórico e social em que se desenrolam os acontecimentos permite compreender o que à primeira vista parece inexplicável e desconcertante” (LEVI, 2006, p.175). A pesquisa proposta nesta tese é um estudo de caso em que a análise do contexto lança luz sobre aspectos relevantes da obra. Por outro lado, trata de uma individualidade que expressa características de um grupo interessado em um mesmo tema. A pesquisa recupera a memória de um personagem e de sua instituição de vínculo, bem como investiga a forma como um tema (a Geometria Descritiva) é tratado em um contexto específico (a ENBA durante a primeira metade do século XX). Sendo Alvaro Rodrigues catedrático por quase 35 anos, a concepção que se tinha da GD no âmbito da ENBA sofria influência da sua visão sobre a disciplina. Embora esse personagem não esteja entre os grandes nomes da história da GD, estudá-lo pode elevar nossa compreensão sobre a trajetória desse campo da

¹¹ “La difficulté et l'intérêt d'une biographie historique sera donc de reconstruire l'identité d'un acteur en suivant ses trajectoires dans les différents champs (disciplinaires, professionnels, académiques, politiques, ...) qui apparaissent pertinent lors de la problématisation du projet biographique.” (ROLLET;NABONNAND, 2012)

¹² “...on ne peut envisager de suivre la trajectoire d'un acteur (qu'il soit individuelle, collectif ou même abstrait) sans penser les processus sociaux et collectifs qui vont permettre de comprendre les habitus qui l'animent et de reconstruire les dynamiques des réseaux dans lesquels il se meut”. (ROLLET;NABONNAND, 2012)

¹³ (LEVI, 2006, p.174-178)

matemática em instituições brasileiras de ensino.

O fato de estarmos tratando de um personagem “menor”, que não foi notável para a humanidade em sua área de atuação e que sequer foi matemático, não reduz o interesse sobre sua obra do ponto de vista historiográfico. Thomas Kuhn, em seu livro *A estrutura das revoluções científicas*, distingue períodos de ciência normal de períodos revolucionários. Um período normal “caracteriza-se por um paradigma estável, em que os cientistas se ocupam em resolver problemas dentro da estrutura desse paradigma” (SCHUBRING, 2003, p.8). Já o período revolucionário “consiste em primeiro desafiar, e depois mudar, o paradigma dominante” (SCHUBRING, 2003, p.8). Em sua *Análise histórica de livros de matemática*, Schubring (2003, p.8) afirma que “o enfoque de Thomas Kuhn e suas consequências fizeram melhorar o *status* da ciência normal na historiografia”. Ainda segundo o autor,

Parte da atenção até então quase que exclusivamente dedicada ao intelectual ou ao cientista notável da humanidade ou ciência em questão deslocou-se para o pesquisador médio. Como protótipo de um trabalhador dentro dos limites de um paradigma, o pesquisador médio (ou “normal”) veio a ser descoberto também como um tema valioso e importante da pesquisa histórica.

No que diz respeito à metodologia para a análise de livros-texto, Schubring (1987) aponta a escassez de reflexões metodológicas na historiografia da matemática e indica a necessidade de uma abordagem mais “holística”. O autor propõe um esquema em três dimensões para a análise de livros-texto históricos. Segundo Shubring (1987, p.45),

- a primeira dimensão consiste na análise das mudanças nas várias edições de um livro-texto;
- a próxima dimensão consiste em encontrar mudanças correspondentes em outros livros-texto que pertencem à mesma obra, sendo estudadas aquelas partes que tratam de campos conceituais correlatos;
- a terceira dimensão relaciona as mudanças em um livro-texto levando-se em conta o contexto. Deve-se observar as mudanças nos programas, os decretos ministeriais, os debates sobre a didática, a evolução da matemática, as mudanças na epistemologia, etc.

No que tange à historiografia da matemática, as principais obras de referência para essa tese são os textos de Kirsti Andersen¹⁴ e de Jöel Sakarovitch¹⁵. Andersen discute, em seu texto, a trajetória da perspectiva para tornar-se uma teoria de base

¹⁴ (ANDERSEN, 2007)

¹⁵ (SAKAROVITCH, 1998)

matemática. A autora parte de exemplos de regras empíricas adotadas por artistas antes do Renascimento para representar o mundo visível e percorre tratados sobre o tema que, segundo a autora, foram relevantes para a constituição de um corpus teórico para a perspectiva. Em sua avaliação, os principais protagonistas do nascimento da teoria matemática da perspectiva são Guidobaldo del Monte, Simon Stevin, Willem 'sGravesande e Brook Taylor¹⁶.

Já o texto de Sakarovitch mostra o uso de épuras na arquitetura e na estereotomia antes das lições de Monge na *École Normale*. Sakarovitch investiga o porque de se atribuir a Gaspard Monge a criação da GD e, para tal, analisa suas aulas e projetos pedagógicos em diferentes instituições francesas após a Revolução. Além disso, discute o legado deixado por Monge a partir da difusão da GD no século XIX por meio dos trabalhos de seus discípulos.

Pesquisas recentes propõem a análise da difusão e da recepção de conceitos e ideias inerentes à Geometria Descritiva fora da França, pós século XVIII. Schubring (2000) concebe o termo “transmissão”¹⁷ como um processo de transformação, no qual o receptor de novas ideias e conceitos desempenha um papel ativo. Para o autor, em geral, não há recepção passiva. O conhecimento transmitido é transformado pelo grupo que o recebe de acordo com seus próprios conjuntos de valores (SCHUBRING, 2000).

Barbin (2015) mostra que, mesmo na França, a Geometria Descritiva se desenvolveu assumindo concepções distintas daquelas presentes no texto de Monge. A autora afirma que a disseminação da Geometria Descritiva corresponde a novas *élémentations* com respeito ao texto de Monge e indica quatro mudanças relacionadas ao público alvo desta disciplina:

- *élémentation* baseada na introdução de ferramentas para a decomposição de figuras;
- a completa decomposição das projeções do ponto, da reta e do plano, sendo abandonadas a apresentação da Geometria Descritiva no contexto das figuras espaciais e a apresentação do problema inaugural para introduzir uma teoria;
- para as superfícies, embora Monge proponha o estudo partindo do caso geral

¹⁶ (ANDERSEN, 2007, p.xxiii)

¹⁷ Nabonnand et alli (2015) usam o termo “circulação” para designar o processo de difusão e troca de ideias entre diferentes comunidades científicas.

para casos particulares, adota-se a ordem inversa;

- a introdução do método dos rebatimentos.

No capítulo 4, são indicados alguns aspectos relacionados à recepção e difusão da Geometria Descritiva no Brasil.

Os textos mencionados são adequados para a análise proposta nesta tese por serem obras recentes que se pautam pela investigação da matemática subjacente às técnicas de representação gráfica. No capítulo 4, são confrontadas as bibliografias supracitadas com as referências mencionadas por Alvaro Rodrigues, a fim de serem verificadas semelhanças e diferenças na forma de contar a história da GD e da Perspectiva. A análise apresentada no capítulo 4 envolverá uma discussão do ponto de vista internalista sobre os métodos gráficos tratados na obra de Alvaro Rodrigues além de uma reflexão sobre o uso dessas técnicas pelos artistas formados pela ENBA e sobre as escolhas do professor Rodrigues para traçar, em sua obra, a trajetória de sua disciplina.

Alguns autores consideram que a GD foi substituída pelas tecnologias baseadas em *Computer Aided Design* (CAD)¹⁸. Sakarovitch (1998, p. 285) apresenta a posição assumida por Coolidge¹⁹, que afirma que se a GD nasce com Monge, ela morre com os suplementos publicados por seu discípulo Hachette. De fato, Monge não publicou novos resultados em GD após *l'an III*, mas deixou boas ideias para seus alunos, que as difundiram e produziram novos resultados ao longo do século XIX. Sakarovitch (1998, p.289) menciona os problemas ligados às noções de plano osculador, raio de curvatura e centro de curvatura resolvidos por discípulos de Monge como Lancret, Dupin, Hachette, Poncelet, Olivier e Chasles. No século XX, é possível encontrar trabalhos que visam ao desenvolvimento da ciência de Monge do ponto de vista teórico²⁰.

Embora não fosse um matemático e nem escrevesse para matemáticos, o caráter histórico e a atenção dada por Alvaro Rodrigues aos aspectos teóricos de sua disciplina lançam luz sobre a obra desse autor pouco conhecido na academia brasileira. No capítulo 4, confrontaremos a obra de Alvaro Rodrigues com outras que figuram no cenário brasileiro do ensino de GD e Perspectiva, como, por exemplo, os

¹⁸ Veja Cardone (2003) e Pavillet (2004).

¹⁹ (COOLIDGE, 1940)

²⁰ Veja, por exemplo, Lindgren e Slaby (1968).

livros de Virgílio de Athayde Pinheiro e de Alfredo dos Reis Príncipe Júnior. Essa comparação fornecerá subsídios para a defesa da tese de que a obra de Alvaro Rodrigues é singular e tem lugar de destaque na história dessas áreas da matemática no Brasil.

1.2.2 As fontes

Nesta tese, empreendeu-se uma pesquisa histórica, de base documental, por meio de consultas a fontes primárias e secundárias para a composição de um breve relato biográfico sobre o autor e para a análise da sua obra. As fontes para os dados biográficos contidos nesse texto foram obtidas no Acervo do Museu da Escola Politécnica, que preserva pastas com documentos de seus ex-alunos; no Museu Dom João VI, que contém documentos da antiga ENBA; além de jornais e diários oficiais da união (DOU) da primeira metade do século XX²¹.

Outras fontes foram localizadas com o intuito de trazer mais informações relativas ao escopo da tese. Alguns membros da família Rodrigues foram localizados durante a pesquisa. Foi registrada em áudio e transcrita uma entrevista com o senhor Ricardo Lisboa da Cunha, neto de Alvaro Rodrigues. Além de relatar memórias sobre a vida de seu avô, o senhor Ricardo disponibilizou documentos, livros e fotografias de seu acervo pessoal. As informações fornecidas ao longo dessa entrevista constam do Capítulo 2. Desse modo, as informações biográficas contidas nesta tese foram obtidas nas fontes já discriminadas anteriormente.

Consideramos também, como fontes primárias, toda a produção bibliográfica do autor, que é apresentada na seção 2.4 e analisada nos capítulos 3 e 4. Algumas fontes indicaram a existência de textos do autor que não foram localizados. Nesses casos, as obras são mencionadas sem maiores detalhes. A ausência destas não deixa lacunas na análise a que se propõe esta tese e a sua futura localização fornecerá mais dados sobre a história de Alvaro Rodrigues e do seu pensamento sobre a educação no país. Contudo, o escopo desta tese refere-se às produções

²¹ A pesquisa em jornais foi feita na Hemeroteca Digital da Biblioteca Nacional (<http://hemerotecadigital.bn.br/>). Já a pesquisa na imprensa oficial foi feita no site JusBrasil (<http://www.jusbrasil.com.br/>). Em ambos os casos, foram feitas buscas envolvendo palavras-chave associadas a Alvaro Rodrigues. Os resultados foram catalogados e forneceram subsídios para a redação da tese.

bibliográficas ligadas à Geometria Descritiva e à Perspectiva, analisadas no capítulo 4.

A motivação inicial para a análise dos livros de Descritiva e Perspectiva de Alvaro Rodrigues foi a demonstração por parte do professor Rodrigues de profundo conhecimento e erudição nessas áreas. Enquanto os textos de Descritiva apresentam tradicionalmente abordagens voltadas quase que exclusivamente para a execução e prática de procedimentos gráficos, os livros de Rodrigues apresentam ampla bibliografia sobre o assunto, que inclui desde as obras de importância histórica para a consolidação desse ramo da matemática aos escritos contemporâneos²² sobre o assunto. Tal fato mostra que a obra amplia-se ao longo das novas edições, a partir da contínua pesquisa do professor Rodrigues sobre o assunto.

Durante esta pesquisa, foi produzido um índice de obras e nomes citados por Alvaro Rodrigues, que consta no anexo A, organizados segundo as normas da ABNT NBR-6023. As citações ocorriam nos livros de três formas essenciais: citações completas (que apresentavam nome do autor, título da obra, edição, local de publicação, editor e ano de publicação), citações incompletas (das informações anteriores, constavam apenas algumas delas) e citações apenas do autor (sem que fosse dada nenhuma informação adicional sobre a obra). No caso das citações completas, foram feitas correções ortográficas em alguns títulos em língua estrangeira. Nas incompletas, procurou-se preencher as lacunas por meio de pesquisas nas principais bibliotecas do Rio de Janeiro²³. No caso das citações apenas do autor, tentou-se inferir, a partir do texto de Rodrigues, que obra poderia estar sendo referida²⁴.

As obras foram catalogadas por idioma e localizadas na Biblioteca de Obras Raras da UFRJ (BOR), na Biblioteca da EBA, na Biblioteca Histórica do Colégio

²² Encontramos no livro *Perspectiva Paralela*, por exemplo, referências que vão desde o século XVIII, como é o caso do texto de Brook Taylor de 1715, até publicações de século XX, como o tratado de Perspectiva de Esteban Quaintenne de 1943. Tal fato demonstra a constante preocupação de Alvaro Rodrigues com a atualização de seu conhecimento.

²³ O texto *Histoire de l'Architecture* de Auguste Choisy, por exemplo, é mencionado sem maiores detalhes sobre a edição consultada. No acervo da BOR, encontra-se o livro datado de 1899.

²⁴ O método de projeções cotadas é atribuído, no livro *Operações Fundamentais*, a Fellipe Buache sem maiores detalhes. Preencheu-se essa lacuna com a referência completa da obra que apresenta o referido método de projeção.

Pedro II (CPIL) e na Biblioteca Nacional (BN). A busca nessas bibliotecas se deve ao fato de o próprio Alvaro Rodrigues mencionar que alguns livros citados constavam do acervo da biblioteca da ENBA e da BN. A biblioteca do CPIL preserva os livros de Haroldo Lisboa da Cunha, professor de matemática dessa instituição, que veio a ser genro de Alvaro Rodrigues. Constatou-se, então, que parte dos livros que pertenciam ao professor Rodrigues foi herdada por Haroldo Lisboa e estão nessa biblioteca²⁵. A figura 3 mostra a capa do livro *Metodi di Geometria Descrittiva*, localizado na biblioteca do CPIL, e uma dedicatória de Haroldo Lisboa para o professor Rodrigues. Outra parte desses livros está em acervo particular da Família Rodrigues.

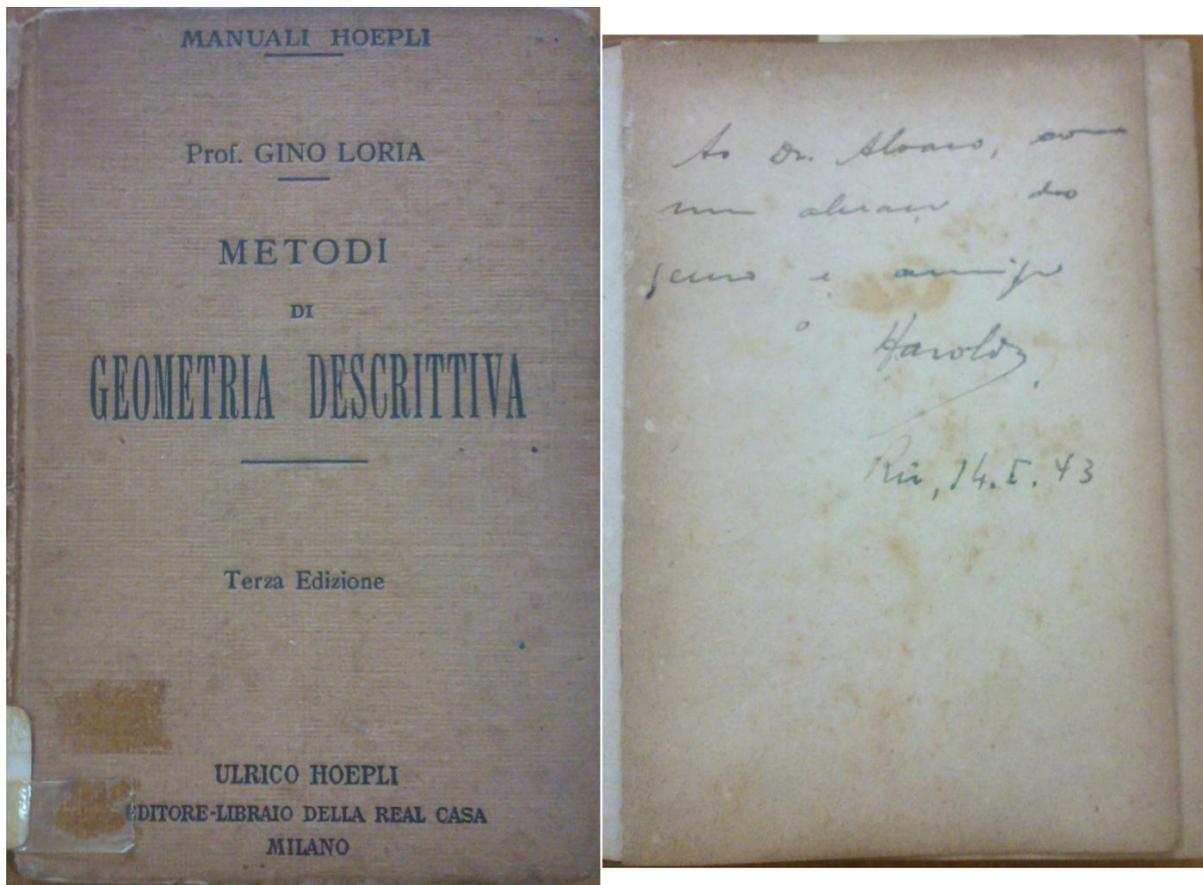


Figura 3: Capa e contra capa do livro *Metodi di Geometria Descrittiva*

²⁵ Essa biblioteca situa-se na unidade centro do Colégio Pedro II e foi doada pela família de Haroldo Lisboa da Cunha. Ela contém livros acumulados pelo professor Lisboa ao longo da vida, inclusive aqueles herdados do professor Rodrigues. A figura 3 mostra a capa e a contra capa do livro *Metodi di Geometria Descrittiva*, de Gino Loria, que pertencia ao professor Rodrigues e que está nessa biblioteca.

A análise proposta no capítulo 4 constitui uma leitura dos textos de Rodrigues e uma interlocução entre estes e os textos que constam de sua bibliografia. Pretende-se, com isso, demonstrar que não há texto sobre Geometria Descritiva e Perspectiva no Brasil com o enfoque histórico dado por Alvaro Rodrigues. A tese propõe, em consequência, que a obra de Rodrigues tem importância para a história da matemática no Brasil, apesar de tratar de um assunto que consta no currículo de poucas instituições de ensino básico.

Mario de Faria Bello Junior foi professor de Descritiva da ENBA após a aposentadoria de Alvaro Rodrigues. O fragmento a seguir foi publicado nos *Arquivos da Escola de Belas-Artes* e constituiu discurso proferido em homenagem póstuma pelo 84º aniversário do professor Rodrigues, solenidade ocorrida em 26 de abril de 1966 no Salão Nobre da Escola.

Não sei de outro trabalho que contenha tantas referências históricas como êste do saudoso Mestre. Em um de nossos encontros, transmiti-lhe essa impressão e sugeri-lhe que pensasse em dar, a êsse detalhe de sua obra, um desenvolvimento maior, para o qual, ao que saiba, só êle teria plenas condições de fazê-lo, entre nós. Com aquela bonhomia muito característica, respondeu-me que a idéia era boa, mas vinha um pouco tarde... (BELLO JUNIOR, 1966, p.171)

A pesquisa iconográfica foi feita no Arquivo Geral da Cidade do Rio de Janeiro. O Arquivo também disponibilizou os *Boletins da Prefeitura do Distrito Federal* dos anos de 1914, 1915 e 1916, nos quais foram consultados os decretos da municipalidade mencionados nessa pesquisa. A seção 2.4.1 foi escrita com base no material encontrado no setor de cartografia da BN, que autorizou que a Carta Econômica do Brasil, mapa feito por Alvaro Rodrigues em 1911, fosse fotografada e que as imagens fizessem parte desta tese.

2 Vida e Obra

“Geometria Descritiva é um romance.”

Alvaro José Rodrigues



Figura 4: Alvaro José Rodrigues - Acervo AGCRJ

Nascido em 26 de abril de 1882, Alvaro José Rodrigues²⁶ é natural do Pará. Filho de José Alvaro Rodrigues e Maria Clara Pereira Rodrigues, chegou ao Rio de Janeiro entre os anos de 1900 e 1901. Engenheiro civil formado pela Escola Polytechnica do Distrito Federal, dedicou 35 anos ao ensino de Geometria Descritiva na Escola Nacional de Belas Artes. Casou-se com Heloisa Teixeira de Mello em 25 de janeiro de 1912²⁷, com quem teve dois filhos, José Alvaro Rodrigues e Maria de Lourdes Teixeira de Mello Rodrigues²⁸, e residiu no bairro de Botafogo²⁹. Faleceu aos 83 anos, em 7 de janeiro de 1966.



Figura 5: Família Rodrigues³⁰

²⁶ A figura 4 consta do acervo do Arquivo Geral da Cidade do Rio de Janeiro e foi feita por Augusto Malta.

²⁷ Ver nota publicada no jornal *O Paiz* em 25 de janeiro de 1912, pág. 4.

²⁸ José e Maria de Lourdes nasceram em 15 de novembro de 1912 e 3 de janeiro de 1914, respectivamente. José Alvaro tornou-se almirante da marinha brasileira e Maria de Lourdes casou-se com Haroldo Lisboa da Cunha, professor de matemática do Colégio Pedro II e reitor da Universidade do Estado do Rio de Janeiro.

²⁹ A família residiu na Rua Macedo Sobrinho. Os terrenos da família foram adquiridos pela Casa de Saúde São José para sua ampliação. A casa onde residiu o professor Rodrigues ainda existe e é conhecida, atualmente, como "Casa das Freiras".

³⁰ Foto cedida pelo senhor Ricardo Lisboa da Cunha.

Vejamos o que o próprio personagem diz sobre sua história. O fragmento a seguir é parte do discurso de agradecimento proferido pelo professor Rodrigues³¹ em cerimônia ocorrida no dia 19 de outubro de 1962, no salão nobre da Escola Nacional de Belas Artes:

Eu me fiz professor de Geometria Descritiva alguns anos depois de ter deixado os bancos acadêmicos. Como e por que, dir-vos-ei em poucas frases.

Essa ciência impôs-se a meu espírito como base de uma educação técnica perfeita, depois de prolongada permanência na Alemanha, no comêço dêste século. E isso se deu da seguinte forma: Minha atenção foi despertada, desde logo, para êsse Império que, em menos de 40 anos de existência, já assombrava o mundo pelo seu poderio econômico, notável aperfeiçoamento industrial, beleza e confôrto de suas cidades! Era para admirar que o resultante do IIº Reich, pela união feita por Bismarck, em 1871, das pequenas nações de língua alemã, sob a preponderância da Prússia - o Império Alemão - alcançasse em tão curto prazo o apogeu de seu progresso!

Foi avaliando o trabalho do povo alemão que avaliei o poder da educação técnica e do aperfeiçoamento profissional, como fatores principais da grandeza dessa Nação!

[...]

Pois bem, foi nessas escolas profissionais, pedra angular de todo o sistema educacional alemão, então vigente, que a Geometria Descritiva, surgiu em meu espírito! Empolgou-me daí por diante, pelo papel que nessas escolas desempenhava na educação da faculdade gráfica, dando existência real aos sonhos, às cogitações de artistas e engenheiros, inventores e empreendedores de obras de qualquer natureza, pelas suas transformações em projetos gráficos.

Nesse fragmento, encontramos os aspectos primordiais que pautaram a atuação profissional desse professor e sua produção bibliográfica, tópico central desta tese. Esses aspectos são a paixão pela Descritiva e o apreço pela educação técnica. Neste capítulo, a vida e a obra do professor Alvaro Rodrigues serão apresentadas. O presente texto se restringe ao período pós 1900, que compreende sua formação acadêmica e sua vida profissional, não sendo incluídos os de sua infância e adolescência no Estado do Pará. Assim, este capítulo está dividido em

³¹ (BELLO JUNIOR, 1966, p.172)

quatro partes: a formação acadêmica (seção 2.1), a atuação em cargos da administração pública (seção 2.2), o trabalho como professor (seção 2.3) e a obra (seção 2.4).

2.1 Formação acadêmica

2.1.1 O aluno nos tempos da Escola Polytechnica do Distrito Federal

O jovem Alvaro Rodrigues chegou ao Rio de Janeiro entre os anos de 1900 e 1901. Tão logo realizou os exames preparatórios necessários para o ingresso no quadro de alunos da Escola Polytechnica. Eram exigidas provas de Português, Francês, Inglês, Geografia, História, História Natural, Física e Química e Aritmética. Excetuando-se a de Francês, que foi realizada no Gymnasio Nacional³² em fevereiro de 1901, as outras foram prestadas por Alvaro Rodrigues nos anos de 1898 e 1900 no Lyceu Paraense. Além disso, o regulamento da Escola Polytechnica exigia a realização de exames de Álgebra, Geometria, Trigonometria Retilínea e Desenho Geométrico, que deveriam “ser feitos em qualquer das Escolas Militares, na Escola Naval, na de Minas, ou na propria Escola Polytechnica”³³. Alvaro Rodrigues realizou-os na Escola em 1902 e iniciou, no mesmo ano, o curso de engenharia.

Segundo o regulamento de 1901, a formação dos engenheiros tinha duração de cinco anos, divididos em um curso fundamental³⁴, de três anos, e um curso especial³⁵, de dois anos. A seguir, são apresentadas as cadeiras dos respectivos anos para engenharia civil.

Curso fundamental

1º ano

1ª Cadeira - Geometria analítica. Cálculo diferencial e integral.

³² Com a Proclamação de República, o Colégio Pedro II passou a ser denominado Instituto Nacional de Instrução Secundária e, logo em seguida, Ginásio Nacional. Em 1911, voltou a ser denominado Colégio Pedro II.

³³ BRASIL. Decreto n.3926, 16 fev. 1901.

³⁴ Ao término do curso fundamental, era concedido ao aluno o título de engenheiro geógrafo.

³⁵ Os cursos oferecidos pela Escola Polytechnica eram engenharias civil, de minas, industrial, mecânica e agrônômica.

2ª Cadeira - Geometria descritiva e suas aplicações.

3ª Cadeira - Física molecular. Ótica aplicada à Engenharia. Eletrotécnica. Meteorologia.

Aula - Desenho de aguadas e sua aplicação às sombras. Trabalhos gráficos de geometria descritiva aplicada.

2º ano

1ª Cadeira - Cálculo das variações. Mecânica racional.

2ª Cadeira - Topografia. Legislação de terras e princípios gerais de colonização.

3ª Cadeira - Química inorgânica descritiva e analítica.

Aula - Desenho topográfico. Trabalhos gráficos de topografia.

3º ano

1ª Cadeira - Trigonometria esférica. Astronomia teórica e prática. Geodésia.

2ª Cadeira - Mecânica aplicada: cinemática e dinâmica aplicadas: teoria da resistência dos materiais. Grafoestática.

3ª Cadeira - Mineralogia sistemática. Geologia e paleontologia.

Aula - Desenho e construção de cartas geodésicas. Desenho e projetos de mecanismos.

Curso de Engenharia Civil

1º ano

1ª Cadeira - Estudo dos materiais de construção e determinação experimental da sua resistência. Estabilidade das construções. Tecnologia das profissões elementares e do construtor mecânico.

2ª Cadeira - Hidráulica: líquidos e gases. Abastecimento de água. Esgotos. Hidráulica agrícola.

3ª Cadeira - Estradas de ferro e de rodagem. Pontes e viadutos.

4ª Cadeira - Economia política e finanças.

Aula - Trabalhos gráficos relativos à tecnologia do construtor mecânico, a estradas de ferro e respectivo material fixo e rodante a pontes e viadutos.

2º ano

1ª Cadeira - Arquitetura. Higiene dos edifícios. Saneamento das cidades.

2ª Cadeira - Navegação interior. Portos de mar. Faróis.

3ª Cadeira - Máquinas motrizes e operatrizes.

4ª Cadeira - Direito constitucional. Direito administrativo, contabilidade e estatística e suas aplicações à Engenharia.

Aula - Desenho e projetos de arquitetura, construções hidráulicas e saneamento das cidades.

Entre os professores da Escola Polytechnica, os nomes de Luiz Rafael Vieira Souto, catedrático de Economia política, e João Baptista Ortiz Monteiro, catedrático de Descritiva, merecem destaque. Este, segundo Galvão (1954), foi um dos mestres de Alvaro Rodrigues³⁶. Evidencia-se a admiração do jovem aluno pelo Dr. Ortiz Monteiro em homenagem registrada no livro *Projetividades, Curvas e Superfícies*³⁷. Já Vieira Souto teve importância na inserção de Alvaro Rodrigues no meio político e na sociedade carioca do início do século XX, conforme será visto na seção 2.2.

Embora os programas das disciplinas cursadas na Escola Polytechnica não tenham sido encontrados durante essa pesquisa, vê-se que a disciplina Geometria Descritiva figurava logo no primeiro ano. Em relação aos textos utilizados no curso da Escola, destacamos os *Elementos de Geometria Descritiva* da coleção FIC. Esse livro foi traduzido para o português por Raja Gabaglia, professor de Matemática do Colégio Pedro II e possui um complemento com as *Notas de Aula do Dr. Ortiz Monteiro* (GANI, 2004). Além do FIC, os livros *Traité de géométrie descriptive* de C. F. A. Leroy e *Traité de géométrie descriptive* de A. Javary também eram textos de referência para as aulas na Escola³⁸.

Seguindo o currículo supracitado, o curso fundamental de Alvaro Rodrigues ocorreu nos anos de 1902, 1903 e 1904 e o curso de engenharia civil iniciou-se em 1905. Embora o término desse curso fosse previsto para o fim de 1906³⁹, as fontes

³⁶ Galvão (1954) afirma que, além de Ortiz Monteiro, Alvaro Rodrigues teve como mestres Luiz Caetano de Oliveira e Herr Grusse. Sobre Caetano de Oliveira, veja a seção 2.4.5. Sobre o personagem Grusse, mencionado por Galvão, não foi encontrada nenhuma informação. Possivelmente Alvaro Rodrigues o tenha conhecido durante o período em que esteve na Alemanha.

³⁷ Nos livros *Operações Fundamentais, Projetividades, Curvas e Superfícies e Perspectiva Paralela*, Alvaro Rodrigues presta homenagens a Gaspard Monge, Ortiz Monteiro e Gastão Bahiana, respectivamente. Na contracapa dos livros, estão impressos desenhos dessas personalidades feitos por Calmon Barreto, antigo professor a ENBA.

³⁸ Segundo Pardal (1984, p.139), “com a morte do mestre Ortiz, o Costinha assumiu a cátedra de Geometria Descritiva. Fez uma verdadeira revolução nos processos usados até então no ensino da geometria de Monge. Foram postas de parte o FIC, Leroy, o Javary [sic], e veio a época do Roubaudi: desapareceu a “muleta”, como ele denominava a linha de terra”. Henrique Costa (o Costinha) foi professor de Cálculo da Escola Polytechnica, catedrático de Matemática do Colégio Pedro II (PARDAL, 1984). Na seção 2.4.5, serão fornecidas mais informações sobre esse professor e sua produção bibliográfica.

³⁹ Segundo Frontin (1926), o nome de Alvaro Rodrigues figura na lista de formandos da turma de engenheiros geógrafos de 1904 e na lista dos engenheiros civis formados em 1906.

primárias mostram que houve uma interrupção que levou o jovem Alvaro Rodrigues a concluir o curso apenas em 1907. A figura 4 apresenta documento endereçado ao Ministério da Justiça e Negócios Interiores (MJNI) no qual solicita autorização para a realização de exames a fim de concluir o curso de engenharia em 1907.

O documento apresentado na figura 6 indica a provável primeira atuação de Alvaro Rodrigues em cargo no governo federal: a Comissão de Inquérito Industrial, que, em 1906, o levou a visitar estabelecimentos industriais nos estados do Rio Grande do Sul e de Santa Catarina. Os objetivos da comissão, bem como o papel de Alvaro nessa missão serão apresentados na seção 2.2.1.

2.1.2 A viagem ao exterior

Nesta pesquisa, foram investigadas as possíveis fontes e instituições às quais o professor Rodrigues teve acesso nos anos que antecederam a composição de sua obra. Embora Galvão (1954) afirme que Alvaro Rodrigues fez estudos especializados na Alemanha em 1909 e 1910, na Technische Hochschule de Berlim (TH), as circunstâncias que envolveram tal viagem ao exterior careciam de mais informações⁴⁰.

De fato, Alvaro Rodrigues esteve na Alemanha entre 1909 e 1910 para atuar na Comissão de Expansão Econômica do Brasil no Estrangeiro. Essa comissão havia sido criada em 1907, no governo Afonso Pena, e foi presidida por Vieira Souto a partir de 1909. Seu objetivo era estudar e promover a intensificação do intercâmbio comercial com os países europeus através de intensa propaganda e divulgação de dados políticos e econômicos do país (CORRÊA, 1996). Com sede em Paris, a comissão possuía agências espalhadas por diversos países como Suíça, Áustria, Bélgica, Holanda, Espanha, Portugal, Itália, Inglaterra e Alemanha. Levado por seu antigo professor Vieira Souto, Alvaro Rodrigues atuou como auxiliar na agência de Berlim (VON LAEMMERT, 1910).

⁴⁰ Nos anos de permanência de Alvaro Rodrigues na Alemanha, existia a *Königlich Technische Hochschule zu Berlin*, instituição que viria a dar origem à atual Technische Universität Berlin (TU). Ao contarmos a TU sobre o objeto desta pesquisa, fomos informados que os documentos da TH foram destruídos durante a Segunda Guerra Mundial e que a escola guardou, em seus arquivos daquele período, apenas os nomes dos ex-alunos. O nome de Alvaro Rodrigues não figura nessa lista. Galvão (1954, p.127) afirma que Rodrigues teve como mestre de Geometria Descritiva, além de Ortiz Monteiro e Luiz Caetano de Oliveira, um professor de nome Grusse. A TH de Berlim também nos informou que não havia, em seu quadro de docentes, um *Herr* Grusse. Conjecturamos que essa informação pode ter sido transmitida de forma oral e foi transcrita com a grafia errada.

Cópia

Ex.^{mo} e Ex.^{mo} Sr. J.^o Ministro da Justiça e Negócios
Interiores.

Alvaro José Rodrigues, alumno da Escola Polytechnica da
Cidade do Rio de Janeiro, vem recorrer ao despacho de V. Ex.^{ca} ao seu requerimen-
to para prestar os exames do 2.^o anno do curso de Engenharia
Civil, pedindo extensões-se nos exames praticos a concessão que lhe
foi feita para prestar na presente epocha, os dois cadernos e aula
do referido anno e curso. Allega ter frequentado com assi-
duidade os trabalhos de exercicios praticos como poderia provar.
Allega que terminou em Dezembro de 1905 os exames do anno
anterior e não prestou os de exercicios pela imprevista ne-
cessidade de retirar-se do Rio no desempenho da Commis-
são de Inquerito Industrial não pretendendo portanto pres-
tar 2 annos em um só. Allega que, no desempenho
desta missão nos Estados do Rio Grande do Sul e St.^o Catha-
rina teve ensejo de visitar importantissimos estabelecimen-
tos industriaes, familiarisando-se com diferentes mecha-
nismos parte pratica da cadeira de machinas, cujo exame pede.
Allega ter frequentado com assiduidade as obras do porto do
Rio de Janeiro e as de Santos, em companhia da turma em
exercicios. Allega tambem achar-se em condições idénticas a
do seu collega Fran.^{co} Tito de Souza Reis a quem já foi dado des-
pacho favoravel. Julgando-se pois auctorisado a pedir a V. Ex.^{ca}
conceder-lhe licença para prestar exame de Exercicios praticos
do 2.^o anno do curso de Engenharia Civil e pedá de experimento.

Rio de Janeiro, 20 de Março de 1907 (assignado) Alvaro José
Rodrigues.

Figura 6: Carta de Alvaro Rodrigues ao MJNI (março de 1907)

A missão desempenhada junto à Comissão de Expansão Econômica colocou o jovem Alvaro Rodrigues na Europa do início do século XX e oportunizou o acesso a amplo acervo de consulta sobre a disciplina que viria a ministrar na ENBA. O endereço do escritório da Comissão em Berlim era próximo da TH⁴¹, o que permitiria consultas ao acervo da biblioteca dessa instituição bem como a frequência a aulas, mesmo que na condição de ouvinte. Além disso, ao relatar sua experiência no exterior⁴², Rodrigues indica ter tido contato com as escolas profissionais alemãs, o que amplia para além da TH seu contato com instituições de ensino na Alemanha.

Após a dissolução da comissão, Alvaro Rodrigues retornou ao Brasil no início de 1911 e assumiu, em outubro do mesmo ano, o cargo de professor ordinário de Geometria Descritiva, Perspectiva e Sombras na ENBA, cargo que desempenhou por trinta e cinco anos.

2.2 A atuação em cargos da administração pública

Nesta seção, mostraremos a proximidade de Alvaro Rodrigues com o governo do Distrito Federal. São apresentados os diferentes cargos públicos que desempenhou, com especial destaque para a atuação à frente da Inspeção de Ensino Técnico, bem como os dados levantados durante a pesquisa que fundamentarão a discussão empreendida no capítulo 3.

Além do já mencionado nome de Vieira Souto, outra figura pública esteve intimamente relacionada à trajetória pessoal e profissional de Alvaro Rodrigues. Trata-se de Rivadavia da Cunha Corrêa, que foi Ministro da Justiça e Negócios Interiores, Ministro da Fazenda, Prefeito do Distrito Federal e Senador. Enquanto esteve à frente de alguns órgãos públicos, Rivadavia Corrêa trouxe Alvaro Rodrigues para integrar o quadro de funcionários do governo, acumulando tais funções com a atividade docente na ENBA. Os laços familiares também uniam Alvaro Rodrigues ao Dr. Rivadavia, que era padrao de sua esposa Heloisa Teixeira e padrinho do primeiro filho do casal⁴³.

⁴¹ Segundo Von Laemmert (1910, p.524), o endereço do escritório em Berlim era Minekestrane 18. Provavelmente o endereço correto é Meinekestraße, rua que fica a cerca de dois quilômetros da Berliner Straße, endereço da TH nessa época.

⁴² Veja o fragmento transcrito na página 34.

⁴³ Veja a nota publicada no jornal *O Paiz* em 1 de fevereiro de 1913, pág. 3.

Os documentos consultados durante essa pesquisa mostraram que Alvaro foi:

- membro da Comissão de Inquérito Industrial em 1906;
- membro da Comissão para Expansão do Brasil no Estrangeiro, como já apresentado na seção 2.1.2;
- ajudante de engenheiro do MJNI⁴⁴;
- secretário do prefeito na gestão Rivadavia, de 1914 a 1916;
- inspetor de Ensino Técnico a partir de 1916 e, posteriormente, superintendente de Educação Elementar;
- membro do júri de recompensas durante a exposição do centenário da independência, em 1922.

2.2.1 A comissão de inquérito industrial de 1906

Como já mencionado na seção 2.1.1, em 1906, Alvaro Rodrigues esteve afastado da Escola Polytechnica para atuar na Comissão de Inquérito Industrial. A pedido do MJNI, ele foi enviado para os estados do Sul e do Nordeste como representante do Centro Industrial do Brasil com a incumbência de colher dados estatísticos e descritivos para a elaboração de uma obra intitulada *O Brasil em 1906*⁴⁵.

Embora essa obra não tenha sido localizada durante a pesquisa, os documentos mostram que a viagem pelos estados brasileiros de fato ocorreu. Essa atuação associada àquela na Comissão de Expansão no Estrangeiro colocou-o em contato com a questão industrial do país. Os dados coletados e os trabalhos produzidos nessas comissões confrontam-no com o grave problema da indústria brasileira: a falta de mão de obra especializada e a dificuldade das escolas técnicas brasileiras em formar profissionais. Essa questão está presente no discurso de Alvaro Rodrigues sobre o ensino técnico no país e será aprofundada no capítulo 3.

2.2.2 Prefeitura do Distrito Federal

⁴⁴ Nessa época, Rivadavia da Cunha era o ministro da justiça e negócios interiores. A exoneração do cargo de ajudante de engenheiro do MJNI ocorreu no início de 1913 em função da necessidade de desacumulação de cargos públicos, conforme publicação do jornal *A Noite*, de 25 de janeiro de 1913, p.3. Alvaro Rodrigues já era professor da ENBA desde 1911.

⁴⁵ DOU de 20 de janeiro de 1906, p. 10.

A gestão de Rivadavia Corrêa à frente da prefeitura do Distrito Federal durou de 1914 a 1916. Alvaro Rodrigues foi nomeado para o cargo de secretário do prefeito (PINHEIRO, 2010), criado por Rivadavia logo no início de seu governo por meio do decreto n. 1641, de 13 de outubro de 1914. Homem de confiança do prefeito⁴⁶, tinha entre suas atribuições⁴⁷:

- o expediente de todos os serviços de polícia administrativa municipal;
- a publicação do Boletim da Prefeitura Municipal, que contém os atos dos poderes legislativo e executivo;
- a publicação das leis de orçamento, decretos, regulamentos e relatórios⁴⁸;
- a informação de tudo quanto for relativo à divisão territorial do Distrito Federal;
- a atividade de lavrar contratos celebrados sobre os serviços comuns a todas as repartições da prefeitura;
- o expediente e a correspondência do gabinete do prefeito.

A permanência como secretário do prefeito ocorreu até 1916. Alvaro solicitou dispensa do cargo pouco tempo após ser nomeado Inspetor de ensino técnico das escolas profissionais masculinas.

2.2.3 O Inspetor de Ensino Técnico

O artigo 12 do decreto n.1730 de 5 de janeiro de 1916 autorizou o prefeito a dar novo regulamento às escolas profissionais, modificar o plano de estudos estabelecido na lei de ensino e criar novas escolas de aperfeiçoamento industrial destinadas a alunos com idades entre 13 e 18 anos que trabalhassem em fábricas ou oficinas. O novo regulamento foi publicado por meio do decreto n.1066 de 19 de abril de 1916⁴⁹. Esse decreto instituiu, entre outras coisas, o cargo de inspetor de

⁴⁶ O artigo 3º do decreto 1641 afirma que “o secretário do prefeito, que continuará a ser pessoa de sua confiança, estranha ou não ao quadro dos funcionarios municipaes, é o chefe da secretaria do gabinete do prefeito”.

⁴⁷ Boletim da Prefeitura do Distrito Federal publicado pela Secretaria do Prefeito - outubro a dezembro de 1914 (1915, p.2).

⁴⁸ As publicações eram feitas inclusive em jornais de ampla circulação, como o *Jornal do Brasil*, o *Correio da Manhã*, *A Manhã*, entre outros.

⁴⁹ O decreto está transcrito na íntegra no anexo B.

ensino técnico, sendo Alvaro Rodrigues nomeado inspetor das escolas masculinas nesse mesmo ano.

Ao inspetor, cabia, entre outras atribuições⁵⁰, visitar os estabelecimentos a seu cargo, inspecionar o material, os métodos de ensino e as condições pedagógicas das aulas e oficinas e promover a adoção e generalização dos melhores métodos de instrução profissional. Como o novo regulamento tratava também de cursos de aperfeiçoamento para jovens que já trabalhavam em fábricas e oficinas, cabia ao inspetor dialogar com os gerentes das fábricas, chefes de oficinas particulares e patrões a fim de que estes autorizassem os aprendizes a se ausentarem do trabalho duas horas consecutivas pela manhã, três vezes na semana, para frequentarem a escola de aperfeiçoamento, sem prejuízo dos seus salários.

Em 1933, foi nomeado superintendente de Ensino Particular de acordo com o decreto 4387, de 8 de setembro de 1933⁵¹ e, em seguida⁵², nomeado superintendente de Educação Elementar do Departamento de Educação. Com o Estado Novo, o decreto-lei n. 24 de 29 de novembro de 1937 obrigou a desacumulação de cargos públicos no âmbito federal. Por força de lei, a exoneração de Alvaro Rodrigues é publicada em janeiro de 1938, permanecendo no exercício das funções de professor da ENBA.



Figura 7: Alvaro Rodrigues - foto publicada no jornal *A Manhã* em 14 de dezembro de 1927

⁵⁰ As atribuições do inspetor são discriminadas no artigo 58 do decreto 1066.

⁵¹ Jornal do Brasil, 9 de setembro de 1933.

⁵² Jornal do Brasil, 24 de setembro de 1933, pg. 27.



Figura 8: Alvaro Rodrigues - foto publicada no *Jornal do Brasil* em 20 de dezembro de 1932, pg. 10

2.3 A atuação como professor da ENBA

A história de Alvaro Rodrigues como professor de GD na ENBA, título que o tornou figura de destaque para essa instituição e para essa disciplina no país, inicia-se com a sua nomeação em outubro de 1911. Galvão (1954, p.126) afirma que,

com a reforma de 1911 que criou a cadeira de Geometria Descritiva e suas aplicações, conservando a de Geometria Descritiva, Perspectiva e Sombras, passou o professor Bahiana para a primeira, sendo nomeado para a segunda, por decreto de 11 de outubro de 1911 o engenheiro civil Dr. Alvaro José Rodrigues.

Gastão Bahiana foi professor da ENBA de 1905 a 1942. Na figura 9⁵³ vê-se o termo de posse e início de exercício assinado por Alvaro Rodrigues em 18 de outubro do mesmo ano.

⁵³ Arquivo do Museu D. João VI / EBA / UFRJ

Aos dezoito dias do mez de outubro de mil novecentos e onze, na secretaria da Escola Nacional de Bellas Artes, perante o Sr. professor Rodolpho Bernardelli, director da referida Escola, compareceu para tomar posse e entrar em exercicio do cargo de professor ordinario de geometria descriptiva, perspectiva e sombras o engenheiro Alvaro Jose Rodrigues, nomeado por decreto de onze de outubro de mil novecentos e onze, de accordo com o artigo 10 do regulamento approved pelo decreto n.º 8.964 de 14 de setembro de 1911, o qual prometteu respeitar as leis da Republica, observar e fazer observar o regulamento desta Escola e cumprir os deveres de professor com zelo e dedicacao, promovendo o adiantamento dos alumnos que forem confiados aos seus cuidados, pelo que o Sr. Director mandou lavrar o presente termo, que vae assignado, por elle Director, pelo emponado e por mim secretario, que o escrevi. Secretaria da Escola Nacional de Bellas-Artes, 18 de outubro de 1911.

Dr. Francisco Luiz da Jama-Rosa, secretario.
 Alvaro Jose Rodrigues, Prof. Rodolpho Bernardelli, Director.

Figura 9: Termo de posse e início de exercício de Alvaro Rodrigues

A casa da família Rodrigues era permanentemente visitada por alunos e professores da ENBA, que passavam longos períodos de tempo discutindo as soluções gráficas de problemas sob a orientação do professor Rodrigues. Permaneceu no exercício do magistério até 1947, ano em que se aposentou no cargo de Professor Catedrático, padrão M, da cadeira de Geometria Descritiva da FNA da UB⁵⁴. Ausentou-se do ofício apenas por períodos de tempo necessários para tratamento de saúde. Em virtude de se achar licenciado em 1946, a cadeira de Geometria Descritiva foi assumida interinamente por Maria Adelaide Rabêlo Albano⁵⁵.

A admiração de mestres e alunos da ENBA pelo professor Rodrigues foi registrada em diversas homenagens. Em julho de 1953, o Conselho Universitário homologou a indicação unânime da congregação da ENBA conferindo a Alvaro

⁵⁴ DOU de 21/05/1947, p.3.

⁵⁵ DOU de 25/05/1946, p.3.

Rodrigues o título de professor emérito⁵⁶. A cerimônia ocorreu em 17 de dezembro de 1953 em sessão presidida por Pedro Calmon e, além de Alvaro Rodrigues, foram homenageados os professores Gastão da Cunha Bahiana e Augusto Bracet por seus grandes serviços ao ensino⁵⁷.

Em 1962, ano em que completou 80 anos, Alvaro Rodrigues foi novamente homenageado na ENBA. Em cerimônia a fim de laurear os “exemplos vivos de mestres de Geometria Descritiva”, realizada no salão nobre da Escola, falaram os professores Gerson Pompeu Pinheiro, Quirino Campofiorito, Mendel Coifman e Léa Santos de Bustamante⁵⁸. Os discursos proferidos nesse evento foram transcritos e publicados nos *Arquivos da Escola de Belas Artes* - número IX⁵⁹, incluindo o pronunciamento do próprio Alvaro Rodrigues, de onde foi extraído o fragmento que introduziu o capítulo 2 desta tese.

Com idade avançada, uma trombose levou à amputação de suas pernas, deixando-o recluso em sua residência até o seu falecimento. Sua morte em 7 de janeiro de 1966 foi noticiada por diversos jornais⁶⁰ e motivou novas homenagens de seus ex-alunos e colegas de trabalho. Em comemoração ao 84º aniversário do saudoso mestre, foi realizada, no dia 26 de abril de 1966, solenidade na ENBA. No evento, falou em nome da Escola o professor Mario de Faria Bello Junior, titular da cadeira de Geometria Descritiva à época⁶¹. Por fim, entre as homenagens prestadas ao antigo mestre, destaca-se a denominação da Rua Professor Álvaro Rodrigues, continuação da Rua Mena Barreto, no bairro de Botafogo, no Rio de Janeiro. A rua, que se inicia na Rua da Passagem e termina na Rua Dezenove de Fevereiro, recebeu esse nome oficialmente no dia 22 de setembro de 1966, por meio do decreto E-1230⁶².

⁵⁶ *Correio da Manhã*, 24 de julho de 1953, 1º caderno.

⁵⁷ *Correio da Manhã*, 17 de dezembro de 1953, 1º caderno.

⁵⁸ *Correio da Manhã*, 19 de outubro de 1962, pg. 3.

⁵⁹ *Correio da Manhã*, 24 de agosto de 1963, pg. 4 (2º caderno).

⁶⁰ Veja, por exemplo, *Diário de notícias*, 14 de janeiro de 1966, pg. 4; *Jornal do Brasil*, 14 de janeiro de 1966, pg. 14.

⁶¹ *Correio da Manhã*, Rio de Janeiro, 21 abr. 1966. p. 6. 2º caderno.

⁶² *Jornal do Brasil*, Rio de Janeiro, 22 jan. 1988. p.4. A iniciativa de dar o nome do professor Rodrigues ao trecho da Rua Menna Barreto foi de seu ex-aluno, o vereador Carvalho Neto.

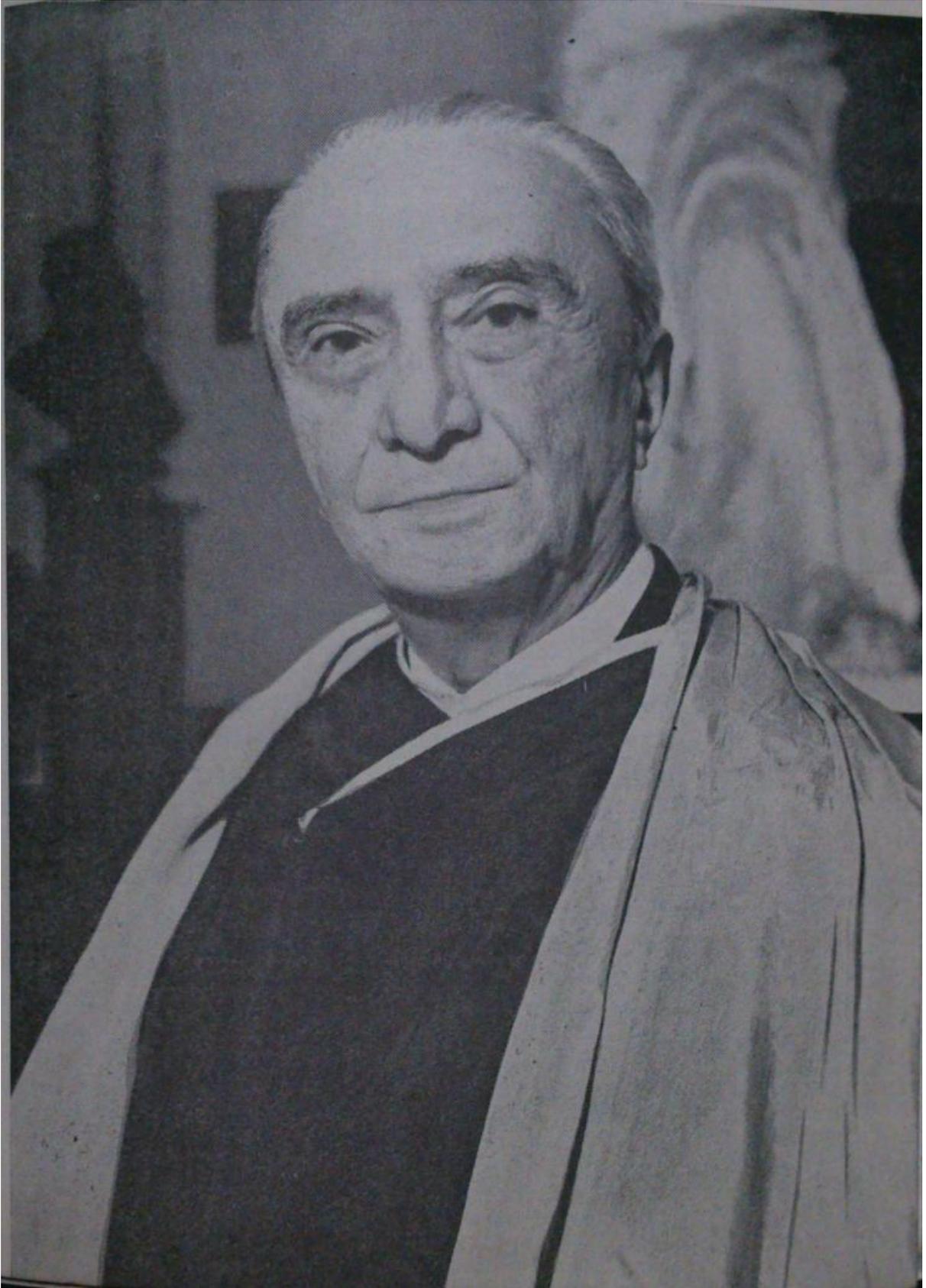


Figura 10: Arquivos da Escola de Belas-Artes. Rio de Janeiro, 1966. Prof. Alvaro José Rodrigues, p.167.

2.4 O autor

...o longo tirocínio na cátedra de professor desta ciência na Escola Nacional de Belas Artes deu-me a oportunidade de ensaiar diversos métodos e processos de ensino de Geometria descritiva, como preparo básico das faculdades do aluno inexperiente nesses estudos, a fim de dar-lhe a maior soma de conhecimentos científicos necessários às aplicações dessa matéria nos cursos de arquitetura, pintura, escultura e gravura dessa Escola. (RODRIGUES, 1964, p. viii)

Nesta seção, serão apresentados os textos que compõem a obra de Alvaro Rodrigues. Sua análise será feita nos capítulos 3 e 4.

2.4.1 A Carta Econômica do Brasil



Figura 11: A Carta Econômica do Brasil

A Carta Econômica do Brasil, organizada por ordem do ministro da agricultura, indústria e comércio Pedro de Toledo, foi publicada em 1911 (RODRIGUES, 1911). Tratava-se de um mapa do Brasil acompanhado de diversas informações sobre a produção agrícola, a indústria manufatureira, exportações e importações. O mapa também delineava rotas marítimas ligando os principais portos brasileiros a cidades como Nova York e Hamburgo, além de rotas terrestres e fluviais que escoavam a produção para os principais entrepostos comerciais. O exemplar disponível na BN (figura 11), analisado durante esta pesquisa, estava escrito em francês.



Figura 12: Cabeçalho da Carta Econômica

A Carta Econômica apresenta duas tabelas. Uma delas, situada à direita na figura 11, apresenta a área e a população de cada um dos vinte estados brasileiros, do Distrito Federal⁶³ e do território do Acre, bem como suas capitais. A outra tabela, à esquerda na figura 11, apresenta dados do comércio internacional em 1908 e 1909. Os dados de exportação são organizados em quatro grupos: exportação por país de destino⁶⁴, exportação por portos brasileiros⁶⁵, exportação total por classes de

⁶³ Naquela época, a cidade do Rio de Janeiro era o Distrito Federal e a capital do Estado do Rio de Janeiro era a cidade de Niterói.

⁶⁴ Os países mencionados são Alemanha, Argentina, Áustria-Hungria, Bélgica, Espanha, Estados Unidos, França, Grã Bretanha, Holanda, Itália, Portugal e Uruguai.

⁶⁵ Os portos brasileiros listados são Amazonas, Pará, Maranhão e Piauí, Ceará, Rio Grande do Norte, Paraíba, Pernambuco, Alagoas, Sergipe, Bahia, Espírito Santo, Rio de Janeiro, São Paulo, Paraná, Santa Catarina, Rio Grande do Sul e Mato Grosso.

tarifas aduaneiras⁶⁶ e exportação dos principais produtos⁶⁷. Os dados de importação são apresentados em dois grupos: importações por portos brasileiros de destino e importações por país.

É interessante observar que o mapa exibe o potencial produtivo individualizado dos estados brasileiros. O nome do produto é apresentado em regiões específicas dentro dos estados. Na figura 13, são exibidos alguns detalhes do mapa: o estado do Rio de Janeiro e seus limites com os estados de São Paulo, Minas Gerais e Espírito Santo. Vê-se, por exemplo, a produção de sal na região de Cabo Frio, o café na região serrana (próximo a Nova Friburgo), o açúcar destacado no norte fluminense (entre as cidades de Campos e Itaperuna). Não há uma legenda explicativa sobre as convenções adotadas nas representações do mapa, mas é possível inferir que as rotas marítimas são as linhas pontilhadas que partem do porto do Rio de Janeiro e as linhas vermelhas indicam rotas terrestres. Vê-se, também, a indicação de presença de indústria manufatureira no Distrito Federal.



Figura 13: Alguns detalhes da Carta Econômica

⁶⁶ Eram três as classes consideradas: Classe I - animais e seus produtos; Classe II - minerais e seus produtos; e Classe III - vegetais e seus produtos.

⁶⁷ Os produtos listados são café, látex da seringueira (caoutchouc), couros e peles, cacau, algodão, mate, tabaco, cera de carnaúba, manganês e ouro em barra.

Embora a Comissão para Expansão no Exterior já estivesse extinta, a publicação do mapa indica continuidade de estratégias de aproximação do Brasil com o estrangeiro com objetivos comerciais por meio de propaganda⁶⁸. No Brasil, o mapa foi distribuído pela Sociedade Nacional de Agricultura⁶⁹. Uma cópia em português foi publicada por Alvaro Rodrigues em seu livro *Escolas Profissionaes* (p. 217), de 1922.

2.4.2 A revista *Avante!*

No trabalho à frente da inspetoria de ensino técnico, Alvaro Rodrigues fundou e dirigiu uma revista pedagógica intitulada *Avante!* (COSTA, 1966). A publicação, editada pela Caixa Escolar do 8º Distrito, tinha por objetivo angariar com a sua vendagem recursos para manutenção da referida Caixa Escolar, como também concorrer para a divulgação dos novos processos educativos.

Os artigos tratam de assuntos como as aulas pela escola do trabalho, testes de escolaridade, higiene escolar, testes de desenho, leitura em voz alta, hino escolar, educação social, correção de exercícios. Alvaro Rodrigues publicou nessa revista um artigo sobre métodos de inspeção escolar. A revista podia ser encontrada nas livrarias Alves e Leite Ribeiro e em todas as escolas municipais do 8º Distrito⁷⁰.

2.4.3 A revista *Architectura*

Architectura – mensário de arte teve sua primeira edição em junho de 1929 e era muito difundida entre os estudantes de arquitetura (ATIQUE, 2008). Preparada por Moacyr Fraga, então aluno da ENBA, seus artigos tratavam de temas de interesse de profissionais como pintores, arquitetos e engenheiros. A revista, que

⁶⁸ Uma tiragem de vinte e cinco mil exemplares em francês do mapa foi adquirida pelo Ministério da Agricultura, Indústria e Comércio (DOU de 20 de março de 1912, p. 26) e remetida ao diretor do Serviço de Informações e Divulgação para distribuição como propaganda (DOU de 04 de outubro de 1912, p. 16). Parte dessa tiragem foi distribuída entre professores de escolas primárias e elementares na França.

⁶⁹ A Sociedade Nacional de Agricultura mantinha, desde 1897, a revista agrícola *A Lavoura*, destinada à propaganda em favor da reabilitação da agricultura nacional.

⁷⁰ AVANTE! **Diário Carioca**, Rio de Janeiro, 9 out. 1929. p. 5.

desapareceu precocemente (ATIQUE, 2008) ⁷¹, contava, como colunistas, com diversos expoentes de instituições de ensino do Rio de Janeiro que escreviam sobre suas áreas de conhecimento. Entre os colunistas, Júlio César de Mello e Souza falava de matemática, Felipe dos Santos Reis de resistência dos materiais, Gastão Bahiana de perspectiva, entre outros.



Figura 14: Contra capa da primeira edição da revista *Architectura*

⁷¹ No museu D. João VI, foram localizados os números 1, 2 e 4 da revista *Architectura*.

Alvaro Rodrigues tinha uma coluna intitulada “Geometria Descritiva”, escrita com base em seu curso na ENBA. Em seus artigos, encontram-se fragmentos do texto que compõe seu primeiro livro, *Operações Fundamentais e Poliedros*, publicado apenas anos mais tarde. Vê-se, por exemplo, que seu artigo do primeiro número da revista consiste de parte da introdução de seu primeiro livro. Já os artigos dos números 2 e 4 do mensário podem ser encontrados *ipsis litteris* nesse mesmo livro⁷². O exposto mostra que a obra didática de Alvaro Rodrigues já existia como compêndio para as aulas da ENBA antes de sua primeira edição em 1941. Porém, os artigos da revista não continham as notas históricas que figuram nos livros. Com ausência dessas notas, conjectura-se que sua inclusão foi motivada pela publicação em formato de livro. Ao transformar suas notas de aula em livro-texto, Alvaro Rodrigues pode ter vislumbrado a possibilidade de difundir seu repertório cultural em torno de sua ciência.

2.4.4 Os livros

Nesta seção, serão apresentados os livros que integram a obra de Alvaro Rodrigues. Descreveremos seu conteúdo, as edições, a abordagem adotada pelo autor no estudo dos temas, bem como os assuntos tratados. A análise detalhada do conteúdo dos livros que tratam do ensino técnico será feita no capítulo 3. Já o caráter internalista da pesquisa constituirá o capítulo 4, no qual discutiremos o conteúdo dos livros de GD e de Perspectiva.

Escolas Profissionais

O livro *Escolas Profissionais*, de 1922⁷³, foi escrito com base na experiência de Alvaro Rodrigues à frente da inspetoria de ensino técnico, cargo que assumira desde 1916. Em sua introdução, o autor busca delinear os principais problemas do

⁷² Da página 1 à página 8 do livro *Operações Fundamentais e Poliedros*, encontramos o texto do artigo publicado no número 2 da revista *Architectura*. Da página 17 à 27, tem-se o texto do artigo de Alvaro Rodrigues publicado no número 4 dessa revista.

⁷³ Um único exemplar desse livro foi localizado na biblioteca da EBA.

ensino técnico no Distrito Federal e propõe mudanças com base em sua experiência como inspetor e nos modelos adotados em outros países, como a Alemanha.

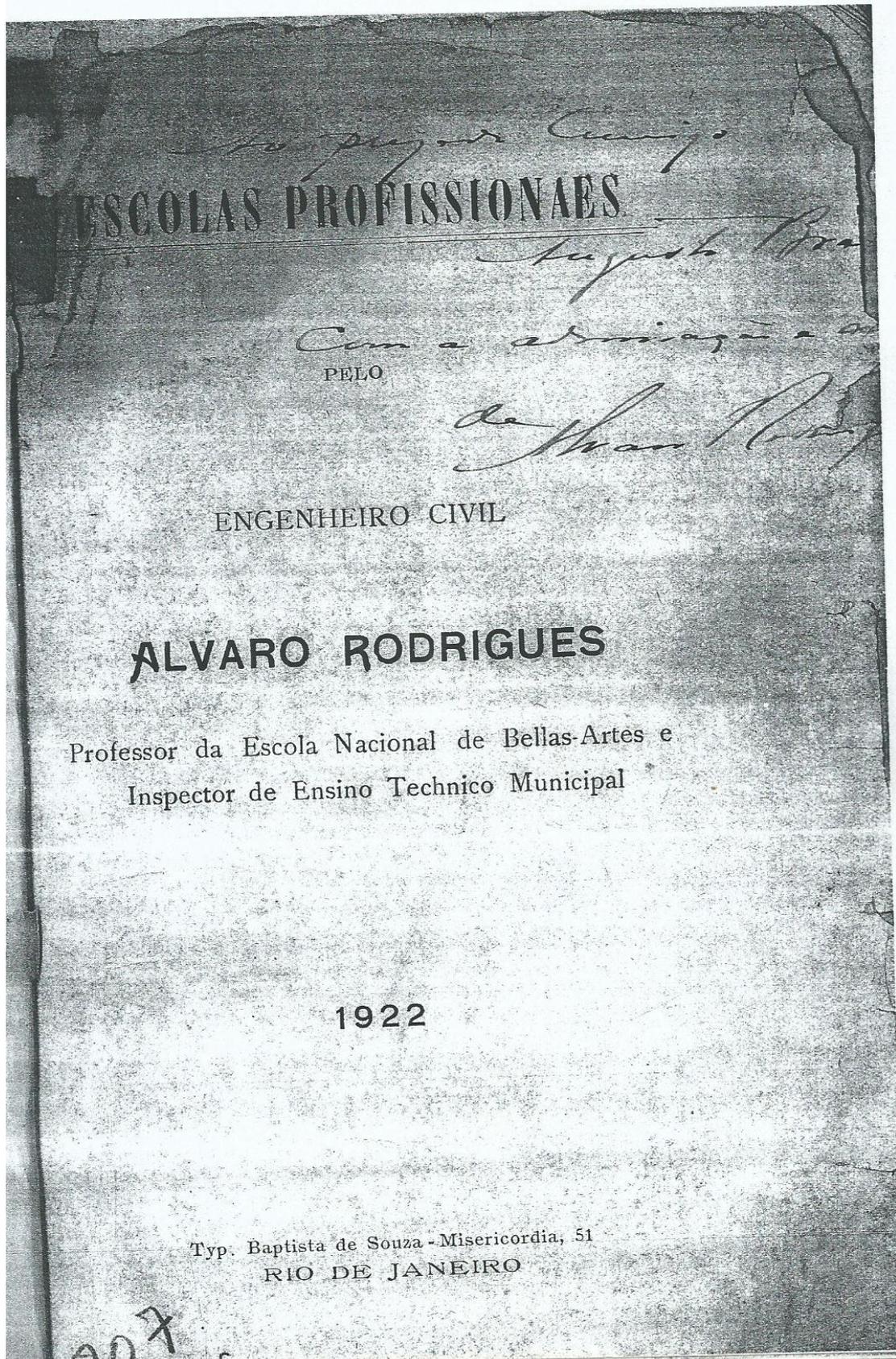


Figura 15: Contracapa do livro *Escolas Profissionais*

No fragmento a seguir, o próprio autor indica o conteúdo desse livro.

Em 1919, tive a oportunidade de apresentar á comissão reorganizadora de ensino profissional, nomeada pelo ilustre Dr. Raul de Faria, então director de Instrucção, minha maneira de fixar em linhas geraes o problema da educação technica entre nós, de capital importancia para a questão social e economica do Districto e de vital interesse para o resurgimento da propria nacionalidade. (RODRIGUES, 1922, p.3)

Para Alvaro Rodrigues, os problemas cruciais do ensino técnico no Rio de Janeiro eram o preconceito social, o pauperismo dos alunos, a má localização das escolas e as imperfeições da lei⁷⁴. O preconceito reside na dicotomia histórica entre o trabalho manual e o trabalho intelectual, este visto como superior àquele. O reflexo disso era o fato de que praticamente todas as vagas nas escolas técnicas eram ocupadas por alunos pobres, cuja condição social levava à evasão e descontinuidade nos estudos. Retornaremos a esses aspectos no capítulo 3, no qual serão discutidas as ideias de Alvaro Rodrigues sobre o tema.

A estrutura do livro *Escolas Profissionaes* era a seguinte: Cap. 1 – Introdução; Cap. 2 – Métodos de Ensino; Cap. 3 – Cursos Industriais e Cursos de Aperfeiçoamento; Cap. 4 – Instalações escolares; Cap. 5 – Representações escolares na exposição do centenário; e Cap. 6 – Leis e projetos.

Os capítulos seguintes apresentam, de maneira detalhada, os diferentes métodos de ensino adotados nas escolas profissionais do Rio de Janeiro. As lições incluíam educação moral e cívica, educação artística, técnica, manual, intelectual (português, matemática, história, geografia, ciências físicas e naturais) e física, sendo expostos os programas das diferentes disciplinas, transcrições de redações de alunos, relatórios produzidos por professoras primárias sobre o desenvolvimento dos alunos e fragmentos do *Livro de Ouro* dessas escolas, destinado a “conservar para sempre a lembrança das boas acções desempenhadas pelos alumnos da escola, encorajando e estimulando-os a praticar gestos nobres que possam servir de exemplo às gerações que se seguirem” (RODRIGUES, 1922, p.47). Entre as escolas mencionadas no livro, há destaque para as escolas Álvaro Batista, Visconde de

⁷⁴ Na ocasião, o regulamento em vigor para as escolas técnicas havia sido estabelecido pelo decreto n. 1066, de abril de 1916, que o leitor encontra no anexo B dessa tese.

Cairú, Souza Aguiar e o Instituto João Alfredo, sendo apresentado vasto conteúdo documental e fotográfico dessas instituições⁷⁵.

Voto Vencido, Ensino na Zona Rural e Escola do Trabalho

Voto Vencido é uma monografia sobre o ensino profissional no Distrito Federal editada pela prefeitura em 1919⁷⁶. Essa obra não foi localizada durante a pesquisa. Porém a transcrição encontrada nas páginas 4 a 13 do livro *Escolas Profissionais* pode ser parte de seu discurso à referida comissão reorganizadora do ensino ou mesmo um fragmento do livro *Voto Vencido*.

Ensino na Zona Rural é uma ampliação da conferência pronunciada na Escola do Matadouro na comemoração do 1º centenário da anexação do curato de Santa Cruz ao Distrito Federal⁷⁷. Publicada pela prefeitura em 1934, essa obra também não foi localizada durante a pesquisa.

Há, ainda, evidências da existência de uma terceira obra que trata da experiência de Alvaro Rodrigues sobre o ensino profissional. Nelson Costa, ao homenagear o professor Rodrigues após seu falecimento, afirma, em 1966, que

Há cerca de um ano terminara um novo livro, *Escola do Trabalho*, infelizmente ainda inédito, retrospecto da aplicação desse método de ensino nas escolas primárias do 8º Distrito Escolar e nas escolas profissionais masculinas, nos últimos anos do primeiro período republicano, quando nelas atuou com seu idealismo e descortino. (COSTA, 1966, p.5)

Provavelmente essa obra não publicada é uma ampliação de conferência de mesmo nome pronunciada por Alvaro Rodrigues no ano de 1928 em evento organizado pela Diretoria Geral de Instrução⁷⁸.

A localização dessas três obras traria mais subsídios para a compreensão do pensamento de Alvaro Rodrigues sobre o ensino profissional do país. Contudo, o conteúdo do livro *Escola Profissionais*, de 1922, juntamente com outras fontes primárias e secundárias localizadas durante a pesquisa fornecem subsídios adequados para a discussão sobre o pensamento de Alvaro Rodrigues a respeito do

⁷⁵ As escolas Visconde de Cairú, Souza Aguiar e João Alfredo funcionam até o presente e, atualmente, estão vinculadas à Secretaria de Estado de Educação do Rio de Janeiro.

⁷⁶ Essa informação é encontrada na contracapa do livro *Operações Fundamentais e Poliedros*.

⁷⁷ Informação encontrada na contracapa do livro *Operações Fundamentais e Poliedros*.

⁷⁸ Jornal do Brasil de 18 de maio de 1928, p.16.

ensino técnico no Rio de Janeiro, tema a ser tratado em detalhes no capítulo 3 desta tese.

Geometria Descritiva - Operações Fundamentais e Poliedros

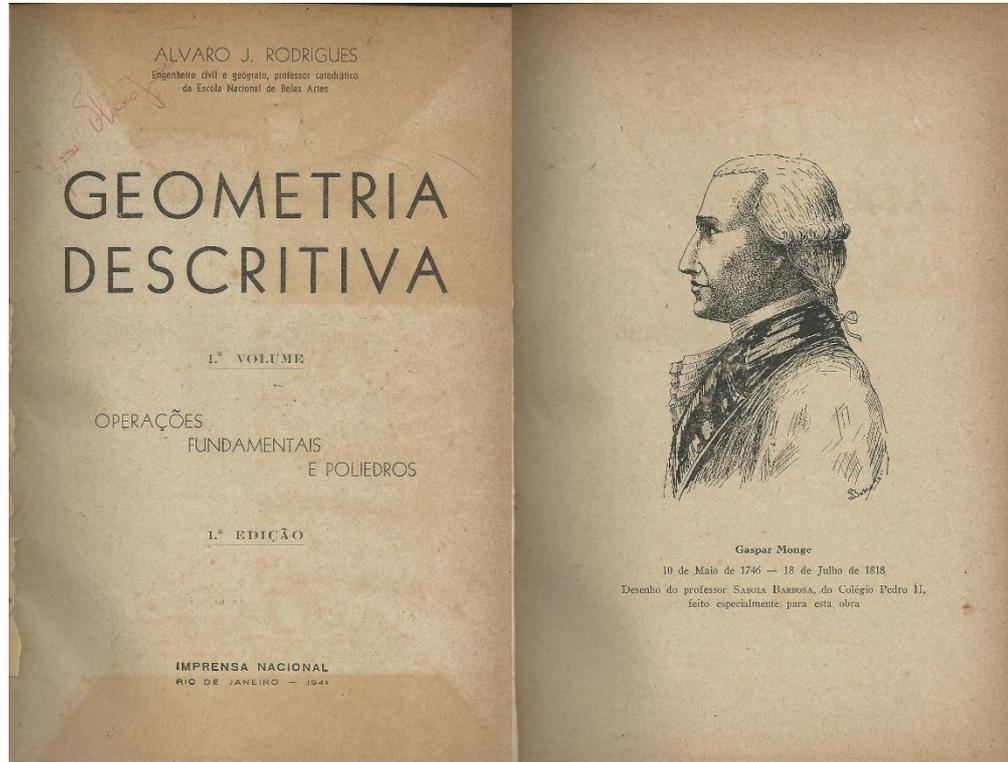


Figura 16: Contracapa do livro *Operações Fundamentais e Poliedros* (1ª edição) e homenagem a Gaspard Monge

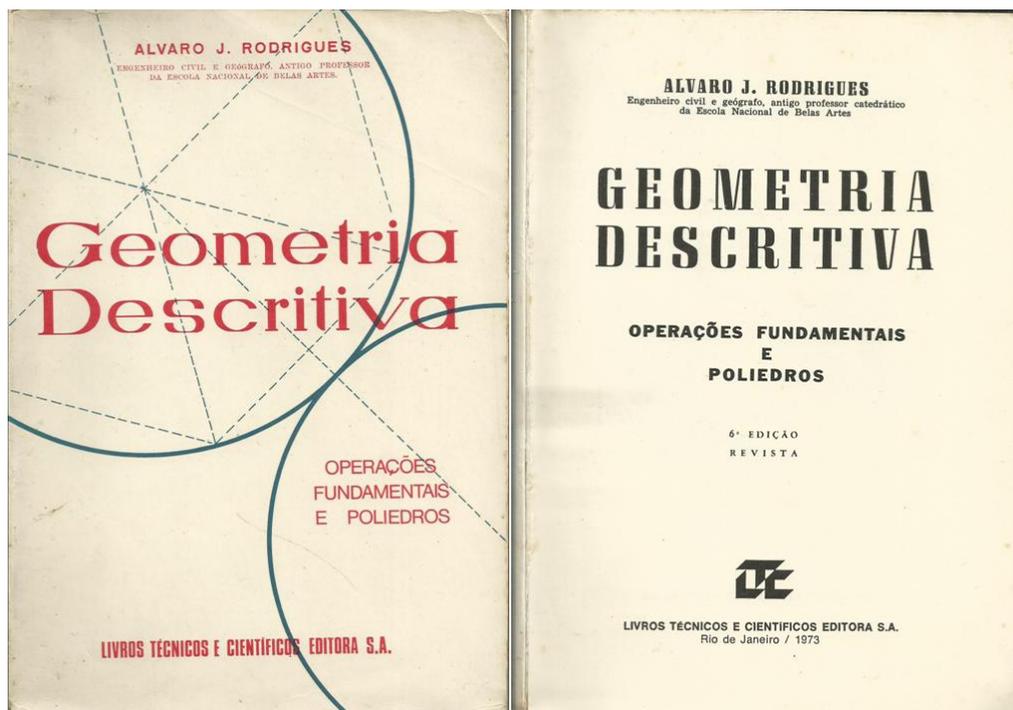


Figura 17: Capa e contracapa do livro *Operações Fundamentais e Poliedros* (6ª edição)

A obra dedicada à Geometria Descritiva de Alvaro Rodrigues é dividida em dois volumes. O primeiro, intitulado *Geometria Descritiva - Operações Fundamentais e Poliedros*, segundo Rodrigues (1964, p.xviii), era destinado à educação secundária dessa matéria. Tratava-se de uma reprodução de suas aulas no 1º ano do Curso de Pintura, Escultura e Gravura da ENBA e no 1º ano do Curso de Formação de Professores de Desenho. A primeira edição é de 1941 e foi editada pela Imprensa Nacional. A tabela 1 apresenta informações sobre as edições desse primeiro volume.

Tabela 1: Edições, ano de publicação e editoras do livro *Operações Fundamentais e Poliedros*

Edição	Ano de publicação	Editora
1ª	1941	Imprensa Nacional
2ª	1945	Imprensa Nacional
3ª	1950	Agir
4ª	1951	Agir
5ª (revista)	1961	Ao Livro Técnico S.A.
6ª	1963	Ao Livro Técnico S.A.
6ª (revista)	1964	Ao Livro Técnico S.A.
6ª (1ª reimpressão)	1968	Ao Livro Técnico S.A.
6ª (2ª reimpressão)	1970	Ao Livro Técnico S.A.
6ª (3ª reimpressão)	1973	Ao Livro Técnico S.A.

O texto constitui-se do estudo da Geometria Descritiva, partindo da representação em épura do ponto, da reta e do plano. Em seguida, apresenta o estudo da representação em épura dos poliedros, bem como a resolução dos problemas de interseção entre esses sólidos. Por fim, trata de outros métodos de representação: as projeções cotadas, atribuídas pelo autor a Philippe Buache, e o método de Brook Taylor. Sua estrutura é a seguinte:

Livro I – As operações fundamentais pelo método de Monge

Cap.1 – Generalidades sobre as projeções: ponto, reta e plano

Cap.2 – Métodos descritivos

Cap.3 – Problemas métricos

Cap.4 – Triedros

Livro II – Poliedros

Cap.5 – Poliedros irregulares

Cap.6 – Poliedros regulares

Livro III – As operações fundamentais por outros métodos de representação

1ª Parte – O método de Philippe Buache

Cap.7 – Generalidades sobre as projeções cotadas

Cap.8 – Problemas métricos

2ª Parte – O método de Brook Taylor – Cousinery

Cap.9 – Generalidades sobre as projeções centrais

Cap.10 – Problemas métricos

Na comparação entre suas diferentes edições, nota-se que a primeira, de 1941, continha apenas o método mongeano de representação. Os capítulos 7 e 8 passaram a integrar o texto a partir da 2ª edição. Já os capítulos 9 e 10 apareceram a partir da 3ª edição. Além disso, excetuando-se as notas históricas que constituem a sua introdução, não há qualquer informação sobre a história da Descritiva ao longo das duas primeiras edições. A partir da 3ª edição, o livro passou a incluir as notas históricas, motivação principal desta tese.

Nota-se a evolução de um texto que tem origem em um compêndio para aulas da ENBA, mas incrementa-se a partir da erudição de seu autor acerca de sua ciência, fator que distingue essa obra de outras da mesma área. Há ainda pequenas modificações e inclusão de novos exercícios ao longo das edições. A discussão que constituirá o capítulo 4 será feita com base na 6ª edição revista de 1964, última edição desta obra. As edições *post mortem* eram apenas reimpressões, sem modificações naquela de 1964.

Geometria Descritiva - Projetividades, Curvas e Superfícies

Rodrigues (1964) afirma que o segundo volume era um texto destinado à instrução superior dessa matéria, pelo desenvolvimento do programa da cadeira de Geometria Descritiva no 1º ano do Curso de Arquitetura da ENBA e no 2º ano do Curso de Formação de Professores de Desenho. A tabela 2 apresenta informações sobre as edições desse livro.

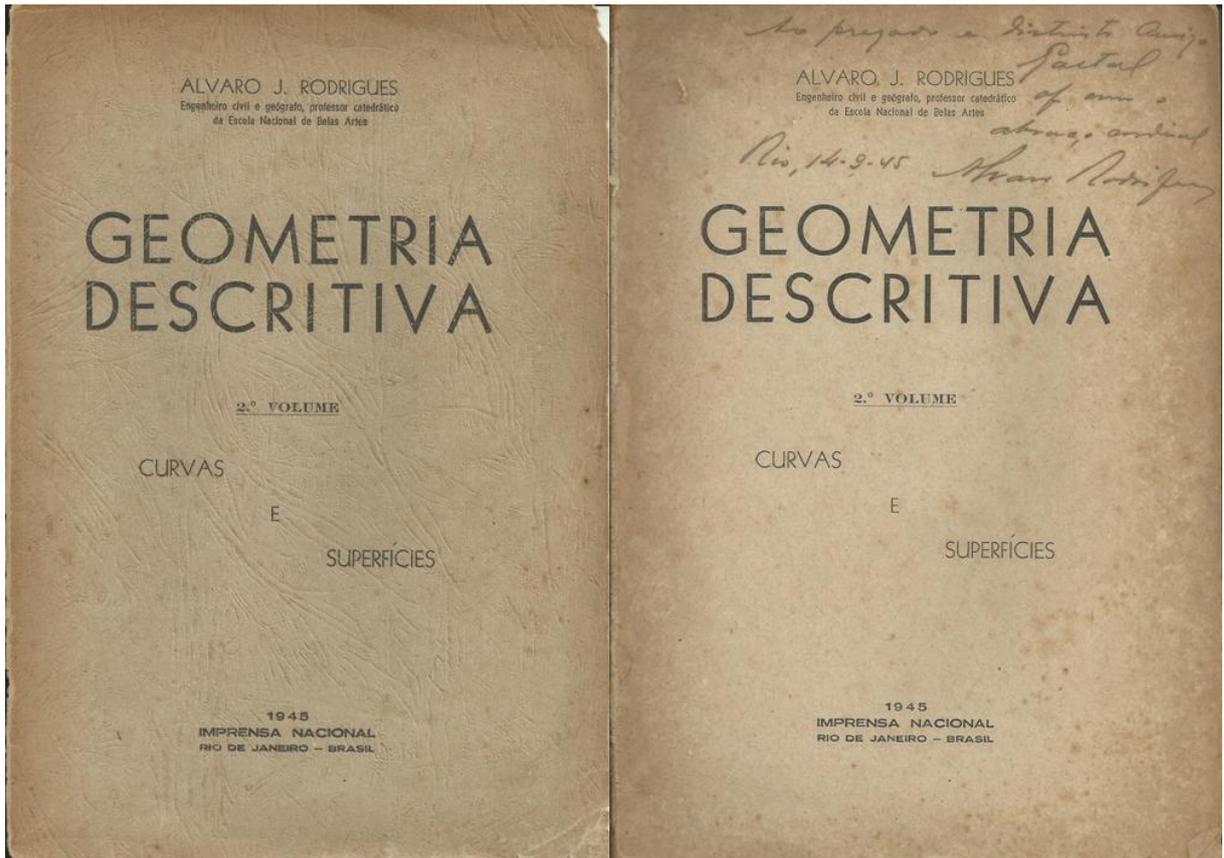


Figura 18: Capa e contracapa do livro *Projetividades, Curvas e Superfícies* (1ª edição)

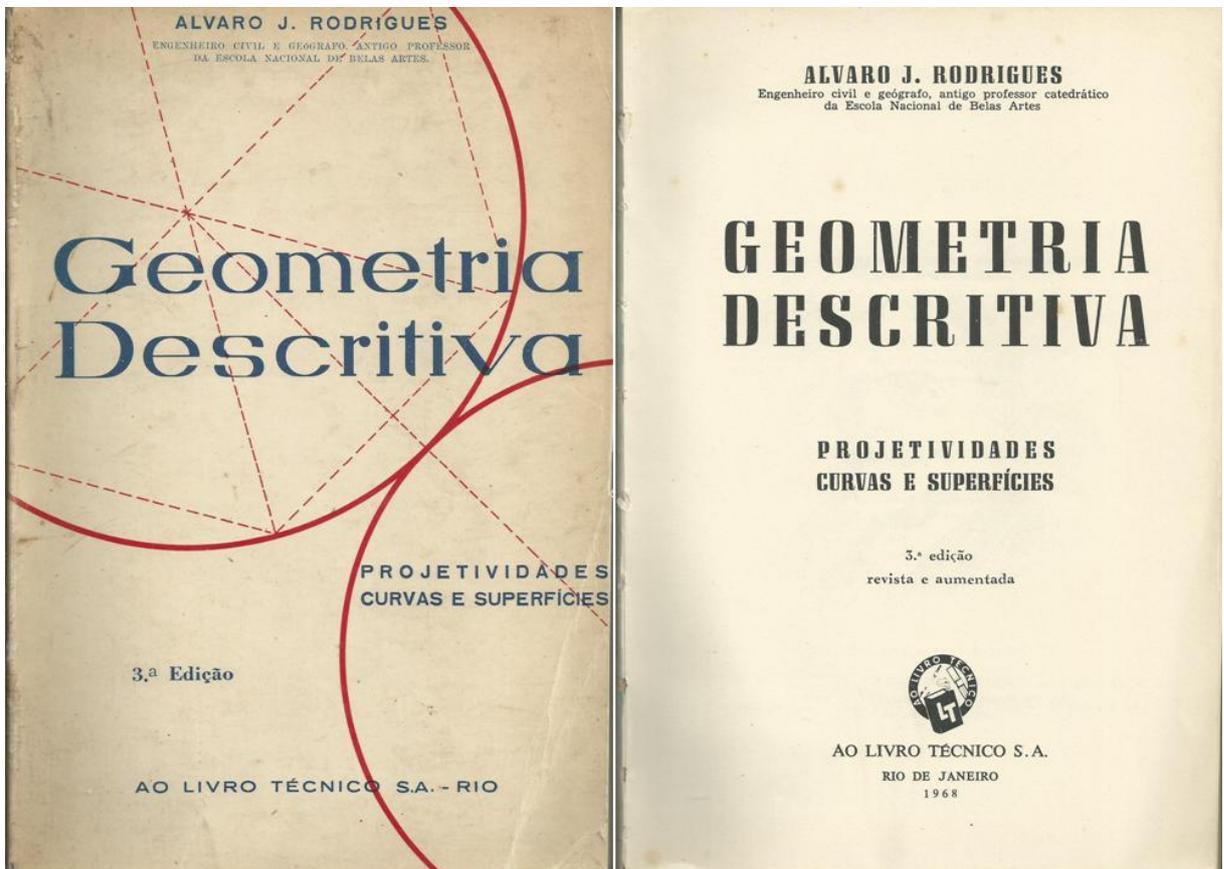


Figura 19: Capa e contracapa do livro *Projetividades, Curvas e Superfícies* (3ª edição)

Tabela 2: Edições, ano de publicação e editoras do livro *Projetividades, Curvas e Superfícies*

Edição	Ano de publicação	Editora
1ª	1945	Imprensa Nacional
2ª (aumentada)	1953	Agir
3ª (revista e aumentada)	1960	Ao Livro Técnico S.A.
3ª (1ª reimpressão)	1964	Ao Livro Técnico S.A.
3ª (2ª reimpressão)	1968	Ao Livro Técnico S.A.
3ª (3ª reimpressão)	1969	Ao Livro Técnico S.A.

Esse segundo volume já continha, desde a sua primeira edição, as notas históricas ao longo do texto. Além disso, o livro intitulava-se *Geometria Descritiva - Curvas e Superfícies* nessa edição. A partir da segunda edição, passou a incluir em seu título o termo “Projetividades”, por conter um capítulo introdutório dedicado à Geometria Projetiva. Segundo Bello Junior (1966, p.170), “era sua intenção modificar substancialmente sua obra didática, [...], introduzindo-lhe, sem titubeios e acanhamento, o ferramental magnífico da Geometria Projetiva”. A estrutura desse livro é a seguinte:

Livro IV – O método de Poncelet

Cap.1 – Generalidades

Cap.2 – Operações Fundamentais – Dualidade

Cap.3 – Razão Anarmônica

Cap.4 – Homologia Plana

Livro V – Estudo descritivo das curvas geométricas

Cap.5 – Generalidades

Cap.6 – Superfícies auxiliares

Cap.7 – Projeções das curvas do sistema plano-cone

Cap.8 – Projeções de curvas do sistema cilindro-esfera

Cap.9 – Projeções de curvas do sistema plano-toro

Cap. 10 – Projeções das curvas do sistema hélice cilíndrica-cone-esfera

Livro VI – Estudo descritivo das superfícies geométricas

Cap.11 – Generalidades sobre as superfícies

Cap.12 – Propriedades gerais das superfícies

Cap.13 – Superfícies retilíneas desenvolvíveis

Cap.14 – Superfícies retilíneas reversas

Cap.15 – Superfícies de revolução

Cap.16 – Superfícies de circunvolução

Apesar de não trazer uma construção axiomática do plano projetivo, Alvaro Rodrigues discute algumas generalidades como as ideias de ponto no infinito, reta do infinito e o princípio da dualidade. Discute a invariância da “razão anarmônica” por projeção e a determinação do “quarto harmônico”⁷⁹. Entre os teoremas apresentados, encontra-se o Teorema de Desargues⁸⁰ acompanhado de uma demonstração atribuída pelo autor a Luigi Cremona. O impacto do uso das ferramentas da Geometria Projetiva para o estudo proposto em sua obra será o foco da discussão a ser empreendida no capítulo 4 desta tese. Essa análise tomará como base o texto de 1960, sua última edição.

Além da importante modificação no texto, que incluiu um capítulo introdutório sobre Geometria Projetiva, as novas edições trouxeram contribuições de brasileiros para a área. A 3ª edição (1960) inclui, em apêndice, a demonstração do “Teorema de Theodore Olivier” atribuída pelo autor a Luiz Caetano de Oliveira⁸¹. Ainda em edição posterior (1969), o autor inclui, em apêndice, as principais ideias do “método das projeções hiperbólicas”, atribuído a Mendel Coifman⁸².

A falta de novas edições após a sua morte e a publicação de novos textos sobre o assunto, que adotavam a notação cremoniana, distinta daquela usada nos livros do professor Rodrigues, fizeram com que seus livros deixassem de ser adotados nas instituições de ensino. No âmbito da ENBA, por exemplo, adotou-se o livro do professor Virgílio Athayde Pinheiro.

⁷⁹ Se quatro pontos A, B, C e D alinhados são tais que $\frac{AC}{BC} = \frac{AD}{BD}$, dizemos que C e D *dividem harmonicamente* o segmento AB. Dados três pontos sobre uma reta, determinar o *quarto harmônico* é obter o quarto ponto de modo que a proporção anterior seja satisfeita.

⁸⁰ “Se ABC e A'B'C' são dois triângulos em perspectiva a partir de O, i.e., O, A e A' estão alinhados, assim como O, B e B', e como O, C e C', e se L é o ponto de interseção entre BC e B'C', M é o ponto de interseção entre AC e A'C', e N é o ponto de interseção entre AB e A'B', então os pontos L, M e N estão alinhados” (GRAY, 2007, p.26).

⁸¹ Para informações sobre Luiz Caetano de Oliveira, veja a seção 2.4.5.

⁸² Para informações sobre Mendel Coifman, veja a seção 2.4.5.

Perspectiva Paralela - Classificação das Projeções e Projeções Axonométricas

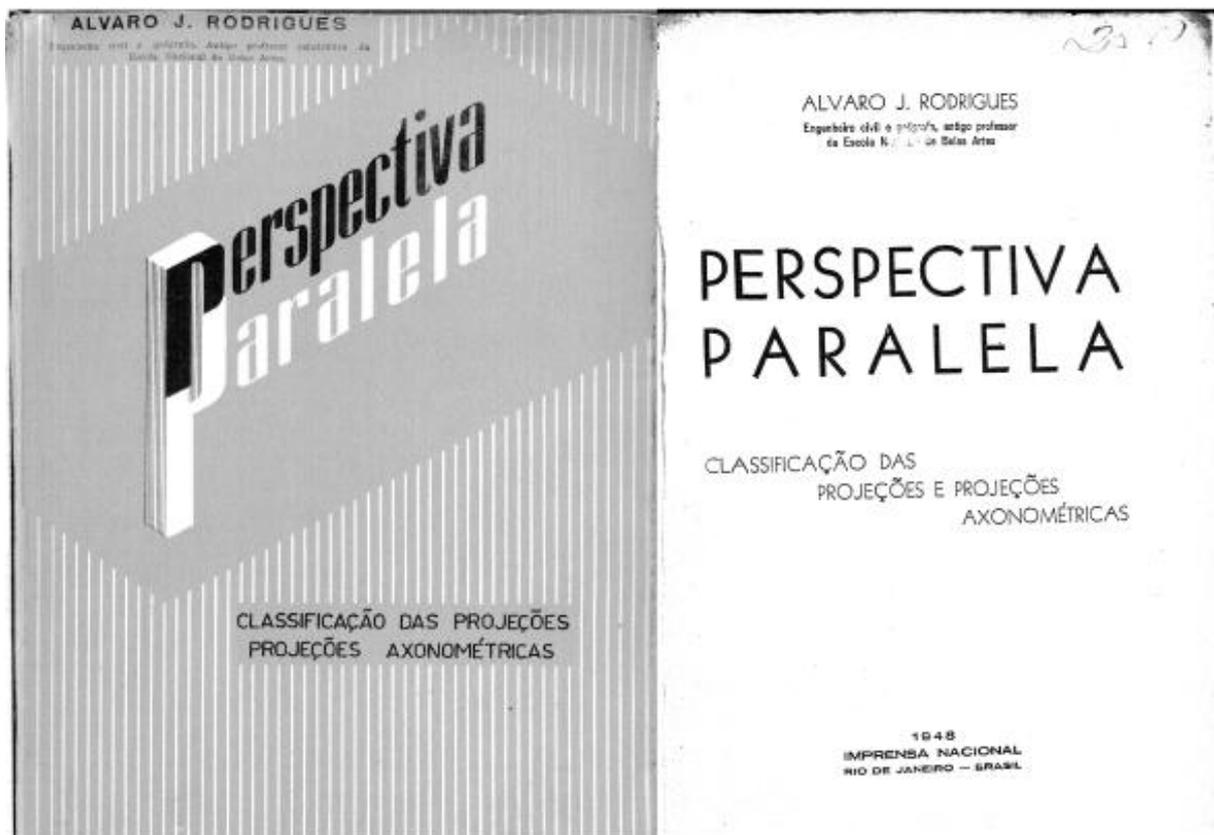


Figura 20: Capa e contracapa do livro Perspectiva Paralela

Entre seus pares, Alvaro Rodrigues encontrou reconhecimento pela publicação de seus dois volumes sobre GD. A introdução do livro *Perspectiva Paralela* traz fragmentos de referências elogiosas proferidas por professores de diversas instituições de ensino da época, como, por exemplo, Júlio Cesar de Mello e Souza. Nas palavras do autor, “êsse prestigioso ambiente, que a generosidade de meus eminentes colegas formou em tórno de minha “Geometria Descritiva”, animou-me a publicar o complemento dessa obra [...], ao qual denominei de “*Perspectiva Paralela*”.” (RODRIGUES, 1948, p.vi). Esse livro teve uma única edição em 1948, publicada pela Imprensa Nacional.

As notas do autor às novas edições dos dois volumes de sua Geometria Descritiva trouxeram referências elogiosas à sua obra provenientes de professores brasileiros e estrangeiros. A 4ª edição do primeiro volume traz o elogio enviado por carta, em agosto de 1950, pelo professor Mario Giovanardi, da Universidade de Nápoles, à obra *Perspectiva Paralela* e, também, fragmento da carta enviada em

outubro de 1944 por Leopoldo Agorio, da Universidade de Montevidéo, saudando a obra de Alvaro Rodrigues pela precisão e clareza de sua exposição.

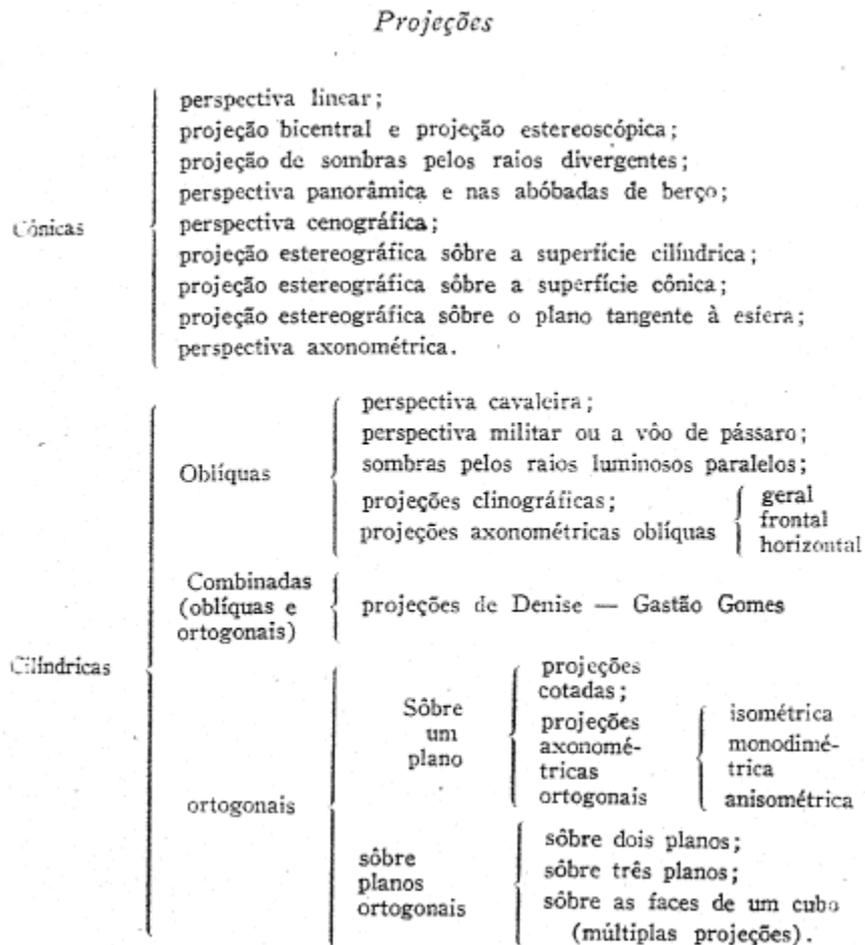


Figura 21: Quadro sinótico das projeções (RODRIGUES, 1948, p.7)

A estrutura do livro é a seguinte:

Livro I – Classificação das projeções

Cap.1 – Projeções cônicas – 1ª parte

Cap.2 – Projeções cônicas – 2ª parte

Cap.3 – Projeções cilíndricas – 1ª parte

Cap.4 – Projeções cilíndricas – 2ª parte

Cap.5 – Projeções cilíndricas – 3ª parte

Livro II – Projeções axonométricas – 1ª parte

Cap.6 – Teoria geral

Cap.7 – Axonometria geral

Cap.8 – Axonometria frontal

Cap.9 – Axonometria horizontal

Cap.10 – Axonometria ortogonal – 1ª parte

Cap.11 – Axonometria ortogonal – 2ª parte

Livro III – Projeções axonométricas – 2ª parte

Cap.12 – Perspectiva axonométrica

Para esse livro, discutir-se-á a forma como Alvaro conta a “História da Perspectiva” a partir de suas notas históricas, confrontando-a com os textos de referência apresentados na seção 1.2.1. A análise será enriquecida com o estudo da teoria matemática subjacente ao texto de Alvaro Rodrigues.

Antes do seu falecimento, o professor Rodrigues adquiriu os direitos autorais de todos os seus livros, de modo que, atualmente, a família Rodrigues detém os direitos sobre a obra.

2.4.5 A enciclopédia Delta Larousse

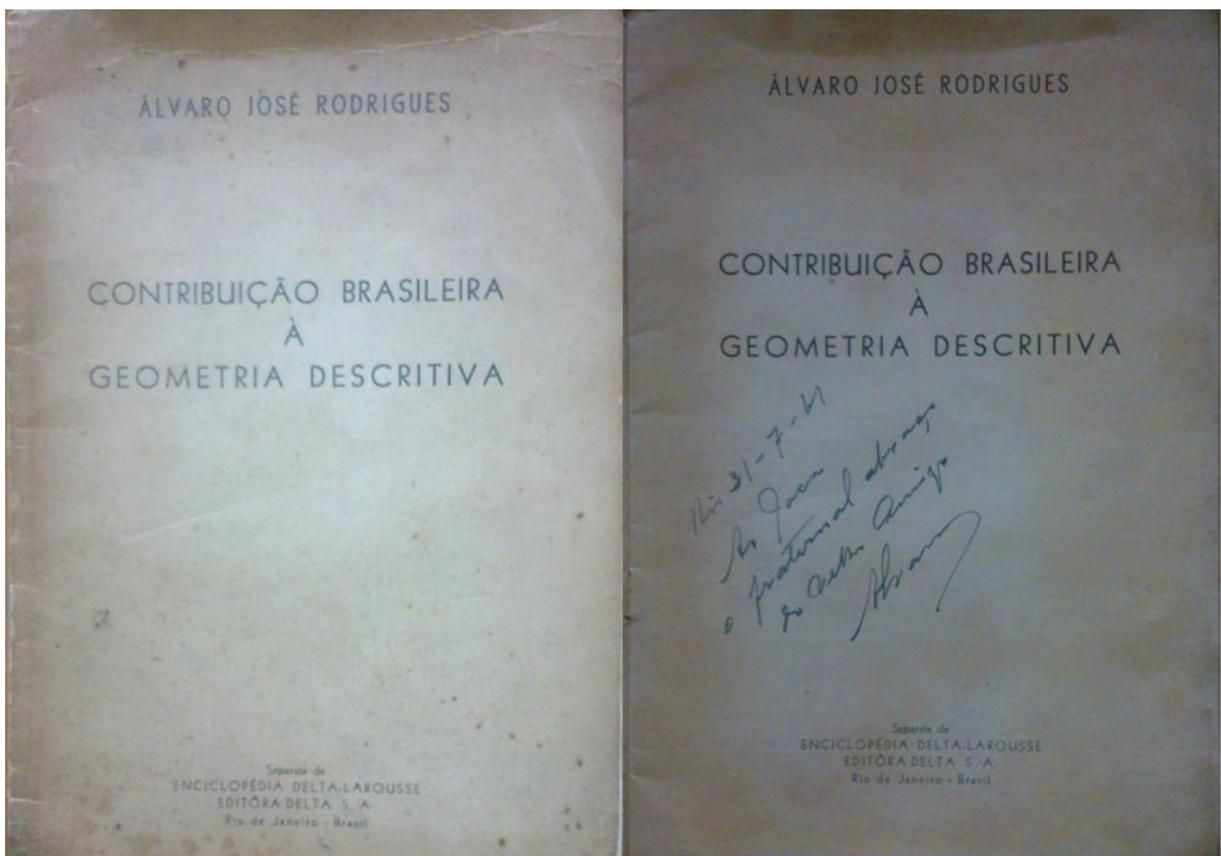


Figura 22: Capa e contracapa da separata da Enciclopédia Delta Larousse⁸³

⁸³ A separata da Enciclopédia Delta Larousse está na biblioteca do CPII, como parte do acervo de Haroldo Lisboa.

Na década de 1960, foi publicada no Brasil uma edição da Enciclopédia Delta Larousse em 15 volumes. Diferente da estrutura de verbetes, cada volume era destinado a uma área de conhecimento específica, que era exposta de forma abrangente. O volume 10 era dedicado à Matemática e contemplava os campos Aritmética, Álgebra, Geometria, Mecânica Racional, Astronomia e Topografia. A Geometria Descritiva era um dos tópicos da parte de Geometria e essa seção foi integralmente escrita por Alvaro Rodrigues.

A primeira parte desse texto foi traduzida do francês por Alvaro Rodrigues⁸⁴ e apresenta a estrutura tradicional do estudo da Descritiva: representação do ponto, da reta, do plano, métodos das rotações, dos rebatimentos, distâncias e ângulos, representação de superfícies planas, dos poliedros e suas interseções e representação dos corpos redondos.

Na segunda parte, de título “Contribuição brasileira à Geometria Descritiva”, Alvaro Rodrigues expõe trabalhos de alguns brasileiros sobre o assunto. Os personagens mencionados por Alvaro Rodrigues e suas contribuições, tomando como base as teses defendidas por eles e outras publicações, são:

- Luiz Caetano de Oliveira: interessou-se pelo Teorema de Pohlke, demonstrando-o “com elegância e simplicidade” (RODRIGUES, 1967, p.5393). Construiu, juntamente com o engenheiro mecânico Simão Leal, um *axonômetro* (figura 23)⁸⁵;
- Roberto Muniz Gregory: fez estudo sobre cúbicas revêssas, organizou uma classificação das quádricas baseada na Geometria Projetiva e na Geometria Métrica e propôs soluções para problemas de graduação de escalas na axonometria central;
- Arcy Tenório de Albuquerque: professor da Faculdade de Filosofia e Ciência e Letras da Universidade do Estado da Guanabara, apresentou tese sobre Geometria Descritiva a quatro dimensões⁸⁶;
- Alcyr Pinheiro Rangel: em tese apresentada em 1950 à Escola Nacional de Engenharia (ENE), “estudou casos especiais de graduação de eixos axonométricos na axonometria central” (RODRIGUES, 1967, p.5400);

⁸⁴ O texto original é de autoria de G. Gouard, J. Dalbanne e A. Métadier.

⁸⁵ Esse aparelho representa a projeção de um triedro trirretângulo em um plano como retas que concorrem em um único ponto.

⁸⁶ Lindgren e Slaby (1968), em obra já mencionada, propõem uma GD em quatro dimensões.

- Léa Santos de Bustamante: professora da ENBA, apresentou tese sobre as projeções da esfera;
- Felipe dos Santos Reis: aplicou os métodos da Descritiva para a solução de problemas grafostáticos em suas aulas na FNA;
- Henrique Costa: professor da ENE, teve obra sobre Poliedros publicada em francês pela Gauthier-Villars;
- Gastão Gomes: Alvaro Rodrigues atribui a Gastão Gomes um sistema de representação que combinava projeções cilíndricas a 45° com projeções ortogonais⁸⁷;
- Giuseppina Moreira: apresentou tese à FNA em 1945 na qual aplicou o método de Gastão Gomes na didática do ensino e no desenho arquitetônico;
- Carlos del Negro: na tese “Desenho e relevo”, apresentada em 1938 à ENBA, “identifica o baixo-relevo à homologia sólida com o auxílio do método de Monge” (RODRIGUES, 1967, p.5402);
- Mendel Coifman: estabeleceu um método auxiliar das projeções mongeanas que denominou *projeções hiperbólicas* em tese apresentada em 1958 à ENBA intitulada “Curvas reversas na superfície do toro circular - projeções hiperbólicas - curvas cíclicas - epi e hipocloidais regulares, alongadas e encurtadas”;
- Jayme Machado Cardoso: professor da Escola de Engenharia da Universidade do Paraná, publicou artigos no Boletim da Sociedade Paranaense de Matemática e na Revista de Matemática Hispano-Americana contendo um tratamento analítico para as projeções hiperbólicas;
- Carlos Shalders: catedrático de Geometria Superior da Escola Politécnica de São Paulo, “foi efetivamente o introdutor e divulgador da Geometria Projetiva no Brasil” (RODRIGUES, 1967, p.5405). Alvaro destaca a tradução para o português da obra de Luigi Cremona, feita por Shalders em 1899.

⁸⁷ Maiores detalhes sobre o método Gastão Gomes serão dados no capítulo 4.

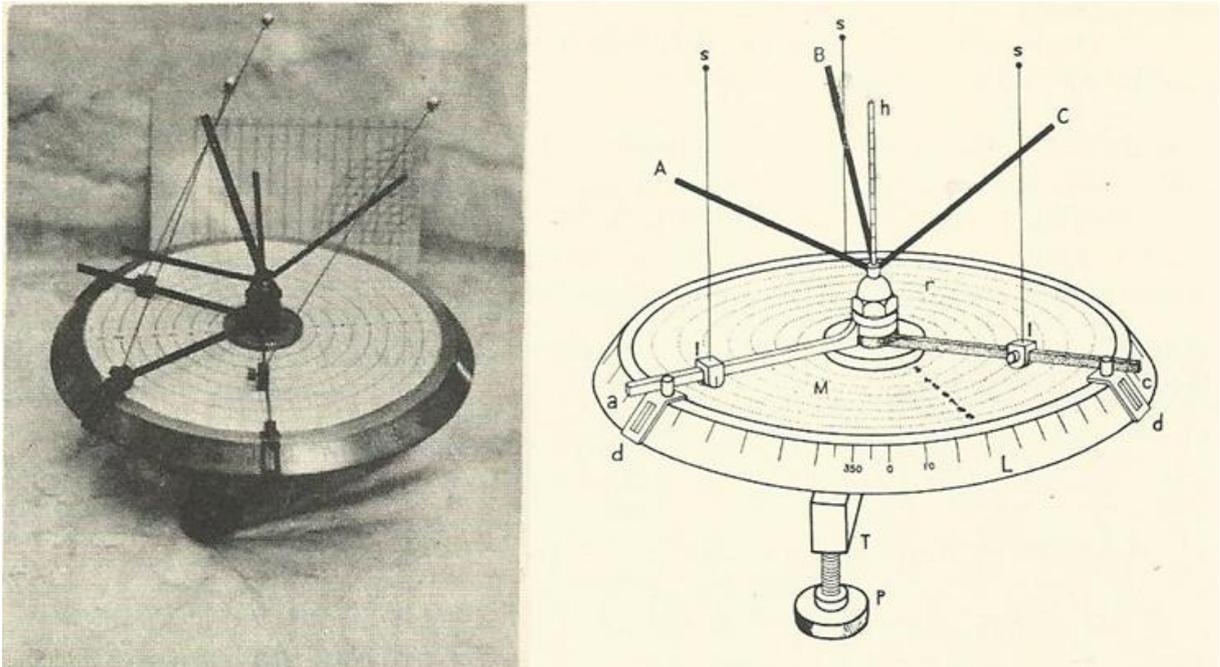


Figura 23: O Axonômetro Caetano de Oliveira - Simão Leal

Alvaro Rodrigues aponta alguns museus dedicados à Geometria Descritiva na cidade do Rio de Janeiro, objetivando a produção de materiais diversos para o ensino dessa disciplina. Os museus descritos são:

- o museu “Caetano de Oliveira”, organizado por Muniz Gregory na ENE;
- o museu do Colégio Militar do Rio de Janeiro, organizado pelo professor Luiz Tettamanti⁸⁸;
- o museu do Colégio Estadual Visconde de Cairu, organizado pelos professores Ricardo Antunes Júnior e Salvador Batalha;
- o da ENBA, que compreende as seções de Perspectiva, Sombras e Estereotomia, transferido para a FNA;
- o museu pedagógico da Faculdade de Engenharia da Universidade do Estado da Guanabara, dirigido pelo professor Felipe Reis.

A última parte trata da Geometria Cotada, texto traduzido do francês por Alvaro Rodrigues. São estudadas as linhas retas e as posições relativas entre retas,

⁸⁸ Segundo Rodrigues (1967, p.5397), “êsse museu é constituído de quase uma centena de exemplares representando não sòmente a concretização das épuras dos elementos fundamentais, como também das que se referem a representações, seções e interseções de poliedros e das superfícies retilíneas revêssas e das de revolução, feitas em madeira torneada e entalhada com rigor”. Atualmente, o Colégio não possui mais as peças que constituíam esse museu, nem há qualquer informação sobre o destino delas.

os planos e as posições relativas destes com retas e com outros planos e, por fim, o estudo das superfícies topográficas. Em nota introdutória, Alvaro afirma que

O método de representação denominado *Geometria cotada*, idealizado por Felipe Buache (1700-1773) para o levantamento hidrográfico na feitura da “*Carta do Canal da Mancha*” em 1737, teve sua sistematização, como método representativo, somente nas publicações dos engenheiros militares franceses F. N. Chatillon (1691-1765) e Millet de Mureau (1756-1825), estudos esses publicados depois da criação da Geometria descritiva de Monge, da qual receberam o maior impulso, influência e coordenação, principalmente a obra de F. Noizet (1792-1872) intitulada “*Géométrie Appliquée au dessin de la fortification*”, organizada como método completo de representação e publicada em Metz, em 1831. Mais tarde, foi divulgada pelo tratado de “*Géométrie Descriptive*” de A. Leroy (1780-1854). (RODRIGUES, 1967, p.5406)

Embora considere que está além do escopo deste trabalho discutir se houve de fato alguma contribuição brasileira para a Geometria Descritiva enquanto área de conhecimento, é evidente que essa disciplina mereceu a atenção de um grupo de professores vinculados a importantes instituições de ensino brasileiras durante o corte temporal estabelecido para esta tese. Do ponto de vista kuhniano⁸⁹, tem-se um grupo de pessoas cuja prática gira em torno da solução de problemas com base em um paradigma estabelecido, ou seja, um grupo de acadêmicos que faziam “ciência normal”. Esses professores buscaram aprofundar-se nos métodos de representação tanto do ponto de vista teórico quanto prático, aprimoraram sua didática, desenvolveram materiais para o ensino e deixaram seus resultados registrados em textos que podem ser alvo de futuros estudos.

Ao olharmos para todo o volume 10 da Enciclopédia, vemos que não há textos dedicados a produções de brasileiros para os outros campos da matemática contemplados pelo volume. Na seção sobre Astronomia, há uma única página contendo um breve histórico da Astronomia no Brasil. Tal fato nos leva à conjectura de que a redação da seção “Contribuição brasileira à Geometria Descritiva” foi uma iniciativa pessoal de Alvaro Rodrigues e não uma orientação mais ampla para a edição brasileira da Enciclopédia.

⁸⁹ Veja a seção 1.2.1.

3 Escolas Profissionais: uma reflexão sobre a concepção de Alvaro Rodrigues para o ensino técnico no Distrito Federal

“Propaguemos por todos os meios a verdadeira educação que é a que ensina a “fazer”, a única que pode preparar o Brasileiro para as carreiras praticas onde o homem discrimina, combina e domina as fontes naturaes da nossa riqueza economica.”

(RODRIGUES, 1922, p.5)

A biografia de Alvaro Rodrigues mostra sua proximidade com o ensino técnico no Rio de Janeiro durante a primeira metade do século XX. Trata-se de uma faceta pouco difundida sobre esse personagem, que, hoje, é reconhecido apenas pela sua atuação na ENBA. Este capítulo apresenta a atuação de Alvaro Rodrigues nas discussões sobre o ensino técnico à luz de sua obra *Escolas Profissionaes* (RODRIGUES, 1922). Esse livro, já apresentado na seção 2.4.4, foi escrito com base na experiência do professor Rodrigues como Inspetor de Ensino Técnico, cargo que desempenhou de 1916 a 1938. Por fim, este capítulo mostra ao leitor como o ensino de GD era visto por Alvaro Rodrigues como crucial para a formação técnica nas escolas.

3.1 As ideias de Alvaro Rodrigues para o ensino técnico

3.1.1 Os males existentes e as correções sugeridas

Existem aspectos da biografia de Alvaro Rodrigues que o credenciam a discutir as questões ligadas ao ensino técnico no Rio de Janeiro. A atuação na comissão de inquérito industrial de 1906, o acompanhamento de grandes obras, como a construção dos portos do Rio de Janeiro e de Santos⁹⁰, o trabalho no escritório da Comissão de Expansão Econômica em Berlim, além do trabalho como

⁹⁰ Veja a figura 4.

Inspetor de Ensino colocam o professor Rodrigues em contato com as principais questões em torno dessa modalidade de ensino.

O texto *Escolas Profissionais* inicia-se com um fragmento do discurso do professor Rodrigues à comissão reorganizadora de ensino profissional de 1919. Nesse discurso, Alvaro Rodrigues aponta quatro problemas para essa modalidade de ensino: o preconceito social, o pauperismo, a má localização das escolas e as imperfeições das leis. Fonseca (1961, p.180) aponta também como problema a carência de profissionais que pudessem ser aproveitados como mestres nas oficinas escolares⁹¹. Rodrigues (1922) é crítico da concepção inferiorizada do trabalho manual⁹² que termina por recrutar os alunos para o bacharelismo. Dessa forma, “só procura a escola profissional, em regra, o aluno desprovido de qualquer recurso que lhe permita ensaiar outra educação” (RODRIGUES, 1922, p.6).

A conjuntura social associada às leis vigentes inevitavelmente conduzia o operário à estagnação. O fragmento a seguir mostra como Alvaro Rodrigues descreve a “carreira” do operário.

O egresso da escola, como aprendiz em fabrica, sem o amparo de uma lei, é o servente de machinas até attingir completo desenvolvimento physico. Colocado como operario é necessario que seu trabalho seja compensador para que o patrão lhe pague um salario modesto. Desprovido do minimo capital tecnico, póde sómente ser aproveitado em mistéres simples de guiador de machinas onde se vão embotar as suas faculdades, creando uma situação prejudicial ao desenvolvimento do Districto, á raça e á familia brasileiras (RODRIGUES, 1922, p.7).

Algumas das leis reformuladoras do ensino técnico previam o salário escolar como uma forma de evitar a evasão provocada pelos elevados índices de pobreza. O 6º parágrafo do artigo 74 da lei Azevedo Sodré (Anexo B), por exemplo, distribuiu percentual do valor obtido com a venda da produção das escolas entre os alunos. Sobre a remuneração do alunado, Fonseca (1962) indica que a forma de incentivo ao trabalho baseada na remuneração, usada como estratégia para aumentar o interesse pela modalidade de ensino, é perigosa se não adotada com critério. Com interesse em maior resultado econômico, os alunos tendiam a escolher atividades repetitivas, “de pouca expressão pedagógica”. Mas o autor afirma que “não há

⁹¹ Para esse fim, foi criada, em 11 de agosto de 1917, A Escola Normal de Artes e Ofícios Venceslau Brás. Até 1921, não havia livros para as escolas técnicas em português (FONSECA, 1961, p.189).

⁹² Sakarovitch (1998, p.269) afirma que se deve reconhecer a “riqueza de uma formação técnica e a necessidade de incorporá-la à formação das elites e, simultaneamente, a necessidade de uma formação teórica no ensino técnico para lutar contra a rotina e o obscurantismo.”

dúvida ser muito o entusiasmo pelos trabalhos de oficina quando uma remuneração qualquer é dada pelos serviços executados” (FONSECA, 1962, p.228).

Ao tratar das imperfeições da lei, Rodrigues (1922) aponta o problema do estudo do desenho. A amplitude deixada pela lei deixou os programas a cargo dos professores, sem uma orientação determinada. Alvaro Rodrigues defendia o ensino de desenho geométrico, projetivo e de ornatos, noções elementares de perspectiva linear e sombras.

Precedendo-se as aulas de desenho, Rodrigues (1922) acreditava que a educação estética tinha papel importante. Para o autor, a educação estética deveria preceder à artística, valendo-se da noção intuitiva de beleza que há nas crianças. Para corroborar sua opinião, o autor cita fragmentos de textos de Rui Barbosa. “A faculdade de sentir, admirar e gozar o bello existe virtualmente em todas as almas; é, em todos nós apenas questão de cultivo” (RODRIGUES, 1922, p. 21-22)⁹³.

Na ocasião em que se dirigiu à comissão reorganizadora de 1919, Alvaro Rodrigues sugeriu o incentivo, por meio de isenções fiscais, às escolas particulares que adotassem trabalhos de *Slöjd*⁹⁴ à faca, decoupage de madeira, cartoneagem, desenho de ornatos à mão livre e modelagem em massa plástica. Porém, julgava que essa medida era insuficiente e considerava que deveria existir uma lei que estabelecesse um curso de trabalhos manuais no Colégio Pedro II e haver a exigência do certificado do curso profissional para matrícula nas escolas superiores. Essa proposta era a essência do projeto de autoria de Fidélis Reis, apresentado em 10 de outubro de 1922. O projeto instituía o ensino profissional obrigatório no Brasil, a exigência de certificado de habilitação profissional para o acesso às escolas superiores (civis ou militares), a garantia de igualdade de condições e o direito de nomeação a funções públicas aos portadores do referido certificado. Naturalmente, tal proposta não encontrou adesão entre as classes ricas. Fidélis defendia suas ideias citando Albert Einstein, que, certa feita, concedeu uma entrevista na qual defendeu a instituição compulsória do aprendizado de um ofício (FONSECA, 1961, p.197). O projeto foi aprovado somente em 1927 com uma emenda que retirou do

⁹³ Trecho do discurso “O Desenho e a Arte Industrial” proferido por Rui Barbosa no Liceu de Artes e Ofícios do Rio de Janeiro.

⁹⁴ “A palavra *slojd*, verdadeiro barbarismo grammatical, dada sua forma reverberativa, é empregada por não haver equivalente em portuguez, ao menos que eu saiba, sancionada por polygrapho ou philologo. De origem sueca, “*slojd*” significa trabalho manual escolar.” Esse fragmento é atribuído por Rodrigues (1922, p.158-159) à obra *Manual do Slojd Educativo* de Theophilo Moreira da Costa.

seu artigo 1º a obrigatoriedade do ensino profissional. A lei nunca entrou em execução por falta de orçamento.

Ainda sobre a questão do ensino obrigatório, Rodrigues (1922, p.29) comenta o caso da Alemanha. O autor mostra a estrutura dos cursos alemães em nível primário (para alunos de 6 a 14 anos), em nível secundário (alunos com idades entre 14 e 18) e de terceiro grau (para alunos maiores de 18 anos). A título de exemplo, são apresentados dois horários de cursos das *Fachliche Fortbildungsschulen* (Escolas Profissionais de Aperfeiçoamento). No curso para marceneiros, por exemplo, o tempo dedicado ao desenho de ornatos, estilização e desenho projetivo era 50% maior que o dedicado aos trabalhos nas oficinas nos três primeiros anos e chegava ao dobro no quarto ano.

3.1.2 Métodos de Ensino

Conforme descrito na seção 2.4.4, o Capítulo 2 do livro “Escolas Profissionais” apresenta os métodos de ensino utilizados em algumas escolas do Rio de Janeiro. O texto fala da Educação Moral e Cívica, Artística, Técnica, Manual, Intelectual e Física. As disciplinas que integravam a formação técnica eram o desenho geométrico, desenho projetivo, desenho industrial, trabalhos manuais profissionais e tecnologia das profissões elementares. Nesta tese, são enfocados apenas os programas de desenho geométrico e projetivo, que constituem parte do escopo desta pesquisa. Havia, ainda, o desenho à mão livre, o desenho de ornatos e a escultura decorativa, que faziam parte da Educação Artística dos alunos.

O livro *Escolas Profissionais*, da página 84 à página 111, expõe os programas de desenho geométrico e de desenho projetivo das escolas mencionadas na seção 2.4.4. Vejamos, como exemplo, o programa da escola Visconde de Cairú.

1º ano (2 séries)

1ª série

- a) morfologia geométrica;
- b) conhecimento gráfico das figuras geométricas mais usuais sem emprego de instrumentos;

- c) leis gerais de suas formações e relações entre si;
- d) convenções gráficas das figuras geométricas planas;
- e) primeiras noções de abstração geométrica.

2ª série

- a) ponto e reta, suas gerações;
- b) divisões de retas e todos os problemas que a ele se referem;
- c) polígonos regulares, problemas;
- d) circunferência;
- e) traçados de curvas provenientes de seções retas;
- f) curvas geométricas sem leis próprias;
- g) cicloide;
- h) hipocicloide;
- i) hélice cilíndrica e cônica;
- j) espiral de Arquimedes;
- k) escalas geométricas;
- l) escalas transversais;
- m) ornatos geométricos e figuras geométricas combinadas, com aplicação das escalas.

2º ano (2 séries)

1ª série

Desenho Projetivo

- a) noções teóricas das figuras no espaço e a sua representação gráfica sobre os diedros;
- b) demonstrações práticas das projeções geométricas com uso dos diedros de vidro e museu de Geometria Descritiva;
- c) pontos e retas;
- d) planos;
- e) poliedros;

- f) noções de interseção dos diferentes casos de retas com planos, de dois planos, de um plano e um poliedro e de dois poliedros;
- g) superfícies de revolução: cone, cilindro, esfera, toro, parabolóide, elipsoide e hiperbolóide;
- h) helicoides;
- i) engrenagens.

2ª série

Noções de aplicações de desenho projetivo

- a) perspectiva dos planos, diferentes processos;
- b) perspectiva das elevações, diferentes processos;
- c) sombras, lugar convencional do foco luminoso;
- d) sombras próprias nos poliedros;
- e) sombras projetadas nos poliedros;
- f) sombras próprias nas superfícies de revolução;
- g) sombras projetadas nas superfícies de revolução;
- h) sombras em perspectiva;
- i) as principais aplicações da estereotomia na pedra, na madeira e no ferro.

3º ano

Desenho Industrial

- a) detalhes técnicos;
- b) composição;
- c) aplicação dos lápis de cores e aquarelas.

Um programa tão extenso poderia deixar dúvida quanto à real possibilidade de sua execução. Rodrigues (1922) mostra, a título de exemplo, um quadro com a distribuição das disciplinas ao longo dos anos de escolaridade para o ano de 1922 do Instituto Profissional João Alfredo (Figura 21). Nota-se que, em todos os anos escolares, a carga horária dedicada ao desenho geométrico (5 horas semanais) era maior que aquela das outras disciplinas. O desenho projetivo, perspectivo e de sombras era estudado no quinto e no sexto ano, além da disciplina Geometria.

Nesses dois últimos anos escolares, a carga horária das disciplinas Geometria e Desenho representavam mais da metade do tempo dedicado aos estudos, excluindo-se o tempo de trabalho nas oficinas.

Instituto Profissional João Alfredo			
HORARIO			
Anno de 1922			
Aulas	Materias	Numero de horas por semana	Observações
1º anno (5 turmas)	Portuguez.....	4 horas semanaes	
	Arithmetica.....	4 " "	
	Geographia.....	2 " "	
	Desenho Geometrico.....	5 " "	
2º anno (5 turmas)	Portuguez.....	4 horas semanaes	
	Arithmetica.....	3 " "	
	Geographia e H. do Brasil.....	2 " "	
	Sciencias Physicas e Naturaes.....	1 " "	
	Desenho.....	5 " "	
3º anno (3 turmas)	Portuguez.....	3 horas semanaes	
	Arithmetica.....	3 " "	
	Geographia e H. do Brasil.....	2 " "	
	Sciencias Physicas e Naturaes.....	2 " "	
	Desenho Geometrico.....	5 " "	
4º anno (1 turma)	Portuguez.....	3 horas semanaes	
	Arithmetica e Noções de Algebra.....	3 " "	
	Geographia e H. do Brasil.....	2 " "	
	Sciencias Physicas e Naturaes.....	2 " "	
	Desenho Geometrico.....	5 " "	
5º anno (1 turma)	Portuguez.....	3 horas semanaes	
	Arithmetica e Geometria.....	3 " "	
	Geographia e H. do Brasil.....	2 " "	
	Physica e Chimica.....	2 " "	
	Desenho.....	5 " "	Desenho projectivo, perspectivo e de sombras
6º anno (1 turma)	Portuguez.....	3 horas semanaes	
	Geometria.....	4 " "	
	Physica e Chimica.....	3 " "	
	Desenho.....	5 " "	Desenho projectivo, perspectivo e de sombras.
	Desenho de ornato.....	6 horas semanaes	
	Musica vocal.....	3 " "	Todos os alumnos em turmas
	» theorica.....	3 " "	Todos os alumnos em turmas
	» theorica e instrumental.....	6 " "	Para os novos matriculados
	Modelagem.....	6 horas semanaes	Para os que, revelando aptidão para instrumento, fazem parte da banda.
	».....	3 " "	Para os alumnos da officina de entalhador
	Trabalhos ruraes.....	2 " "	Em turmas para os novos matriculados
	Gymnastica.....	2 " "	Todos os alumnos em turmas successivas.
	Exercicio militar.....	3 " "	Todos os alumnos em turmas
		2 " "	Todos os alumnos em conjunto.
	Officinas		
	1º anno.....	5 horas semanaes	
	2º ".....	10 " "	
	3º ".....	10 " "	
	4º ".....	15 " "	
	5º ".....	15 " "	
	6º ".....	20 " "	

Instituto Profissional João Alfredo.

OCTAVIO MAIA.

Figura 24: Horário do Instituto Profissional João Alfredo (1922)

Ao discutir os métodos de ensino, Alvaro Rodrigues menciona, ainda, a aplicação nas escolas do Distrito Federal do método pedagógico alemão⁹⁵ para o ensino por meio de museus. Para o autor,

o musêo torna o estudo mais concreto com as épuras-modelos desenhadas e colladas em duas pranchetas unidas por dobradiças na representação da linha de terra, de sorte que as projecções verticaes fiquem sobre uma dellas e as horizontaes noutra (RODRIGUES, 1922, p.98).

As próprias escolas reuniram, em seus museus de Geometria Descritiva, conjuntos de modelos de épuras. Alvaro Rodrigues destaca, por exemplo, as cento e quarenta e cinco épuras do acervo da escola Visconde de Cairú, apresentando o catálogo completo desses modelos (RODRIGUES, 1922, p.100-107). Esse acervo teve lugar entre as diversas representações escolares na Exposição do Centenário da Independência, ocorrida em 1922 no Rio de Janeiro, e “a exposição pedagogica da Escola Cayrú mostra a importancia que este ramo de ensino publico attingio entre nós, pelo emprego dos methodos educativos mais modernos” (RODRIGUES, 1922, p.239). Ainda segundo o autor,

o Musêo de Geometria Descriptiva, o Musêo de Sombras Geometricas e o Musêo de Perspectiva Linear, executados pela primeira vez no Brasil, são demonstrações perfeitas de uma orientação e direcção segura do saber dos docentes e da nitidez dos desenhos dos alumnos. (RODRIGUES, 1922, p.239)

Ainda sobre os métodos de ensino, Alvaro transcreve a monografia apresentada pelo arquiteto Oswaldo Vieira Machado à inspetoria de ensino técnico, na qual descreve a construção de um perspectógrafo (figura 25). Trata-se de um aparelho “no qual se acha adaptada uma superficie plana transparente de vidro ou celluloides [...], formando um conjunto collocado com o maximo rigor, perpendicularmente á superficie de uma mesa” (RODRIGUES, 1922, p.114). Do ponto de vista didático, o aparelho “dá immediatamente ao alumno a idéa da deformação provocada pela distancia do objecto ao quadro” (RODRIGUES, 1922, p.114).

⁹⁵ Na introdução do livro *Operações Fundamentais e Poliedros*, Alvaro apresenta o método didático alemão baseado na composição de épuras a partir do uso de pranchetas articuladas. Possivelmente, a exposição do autor é baseada no período em que viveu na Alemanha, assunto que constituiu a seção 2.1.2 dessa tese.

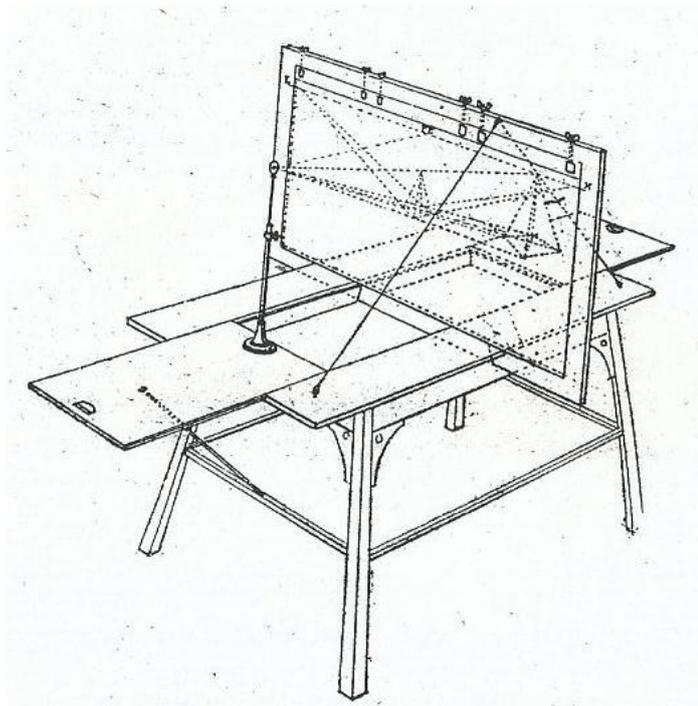


Figura 25: RODRIGUES, A. J. **Escolas Profissionais**. Rio de Janeiro: Typ. B de Souza, 1922.
Perspectographo Vieira Machado, p.114.



Figura 26: ANDERSEN, K. **The Geometry of an Art: The History of the Mathematical Theory of Perspective from Alberti to Monge** New York: Springer, 2007. Figura II.3, p.22.

O funcionamento do perspectógrafo Vieira Machado assemelha-se ao método encontrado no livro *De pictura* de Alberti (figura 26), que usa uma malha quadriculada no lugar de uma superfície transparente. O próprio Vieira Machado reconhece que

a idéia primitiva do emprego da superfície transparente para ensino da perspectiva é atribuída a um dos maiores gênios que a humanidade possuiu - Leonardo da Vinci.
É novidade em meu aparelho apenas a disposição geral, a mesa articulada e as diversas peças mecânicas componentes do mesmo.

3.1.3 Cursos industriais e cursos de aperfeiçoamento

Os cursos industriais consistiam num estágio intermediário entre a escola e a fábrica. “Retendo o alumno depois de concluido o terceiro anno do curso profissional propriamente dito, a escola vae fornecer-lhe nesse anno de transição os dados de aperfeiçoamento no officio [...]” (RODRIGUES, 1922, p.206). Alvaro Rodrigues defendia esse tipo de curso como complemento “necessario ao preparo do alumno em orçamentos, desenho industrial e aperfeiçoamento de officio” (RODRIGUES, 1922, p.205). Rodrigues (1922) apresenta alguns trabalhos da Escola Souza Aguiar, incluindo cópias de modelos de orçamentos para serviços desempenhados pelos alunos da escola. Há, ainda, transcrição da regulamentação do trabalho dos cursos industriais, feita pela inspetoria de ensino técnico, sendo discriminadas as formas de trabalho e remuneração dos alunos.

Os cursos de aperfeiçoamento, criados pelo Decreto n.1066, “calcados nos moldes alemães [...], visavam actuar sobre operarios feitos e empregados no commercio” (RODRIGUES, 1922, p.216)⁹⁶. O professor Rodrigues expõe a forma como a Inspeção de Ensino Técnico implementou o funcionamento da Escola de Aperfeiçoamento, apresentando a estrutura de seu curso. A experiência vivida na Alemanha o leva a defender esse modelo de ensino profissional apresentando, como exemplo, casos de cidades alemãs.

3.1.4 Instalações escolares

As instalações de nossas escolas, defeituosas e más, fructo não raro de adaptações apressadas de predios construidos para misteres mui diversos, têm sido um entrave serio ao ensino. Por vezes sem cubagem necessária, sem a ampliação que o seu desenvolvimento exigia, os predios escolares quando não mentiam completamente á finalidade do ensino, davam aos que se aproximavam delles, paes ou administradores, uma impressão desoladora. E qualquer autoridade superior do ensino defrontando a physionomia pouco agradável dos estabelecimentos recebia tão forte decepção que não se atrevia mais a vencer as dificuldades das instalações, relegando para o plano secundário esse ramos do ensino publico. (RODRIGUES, 1922, p. 221)

⁹⁶ Veja o artigo 19 do decreto n. 1066, que consta no anexo B desta tese. O inspetor de ensino tinha papel importante no funcionamento desses cursos de aperfeiçoamento, como já mostrado na seção 2.2.3.

Na seção dedicada a tratar das instalações escolares, Alvaro Rodrigues apresenta um conjunto de reformas, conduzidas durante a gestão do prefeito Carlos Sampaio, nas escolas João Alfredo e Souza Aguiar, além da construção de novas sedes para as escolas Visconde de Cairú, no Méier, e Alvaro Batista, na Rua Mem de Sá. Contando com diversos registros fotográficos de suas instalações, Rodrigues (1922) apresenta o mobiliário utilizado, as oficinas e maquinários dessas instituições.

O professor Rodrigues defendia que os ofícios ensinados nas escolas poderiam ser aproveitados pela própria administração pública, transformando-as em fornecedoras de material, a preço baixo, para os diversos setores da prefeitura. Dessa forma, Rodrigues (1922) destaca o caso da escola Alvaro Batista, que, durante o governo Carlos Sampaio, ampliou o ensino de artes gráficas, agregando ao ensino da estereotipia as oficinas de litografia, gravura, encadernação, pautação e douração.

3.1.5 Representações escolares na exposição do centenário

A Exposição do Centenário da Independência, inaugurada em 7 de setembro de 1922 e encerrada em 2 de julho de 1923, vislumbrou demonstrar, em nível mundial, o desenvolvimento nacional após a Primeira Guerra. Para Ribeiro (2015), as comemorações do centenário, na forma de exposição internacional, representaram importante marco, traduzindo-se em avaliação e demonstração do progresso brasileiro e em ideais para o futuro. Modificações urbanas importantes ocorreram na cidade, com a construção dos pavilhões de exposições ao longo de avenidas do centro da cidade.

A subcomissão responsável pela organização dos expositores pedagógicos foi presidida pelo inspetor de ensino técnico das escolas profissionais masculinas (Rodrigues, 1922) e visava orientar os Estados no envio de trabalhos escolares⁹⁷. Rodrigues (1922) apresenta diversos trabalhos expostos pelas escolas profissionais e dá particular destaque à exposição do Museu de Geometria Descritiva, o Museu de Sombras Geométricas e o Museu de Perspectiva Linear, feitos pela escola Cairú.

⁹⁷ Essa comissão foi destituída um mês após o início de seus trabalhos. Rodrigues (1922) afirma que um ano mais tarde ocorreu determinação, por parte do governo, do comparecimento das escolas à exposição.

Em seu livro, o professor Rodrigues exhibe fotos de épuras de diversos sólidos, acompanhadas de peças em madeira.

3.2 O afastamento do Inspetor de Ensino Técnico

O fragmento que se segue foi extraído do jornal *A Manhã*, de 11 de maio de 1927 (pg. 3), e tem como título *O ensino profissional*.

O ensino profissional, fonte de progresso e amparo dos pobres que não podem seguir as carreiras da autocracia, foi um sonho do prefeito Rivadavia Corrêa, que deu um surto largo á Idea revivendo o lendário Instituto Profissional João Alfredo e creando outros estabelecimentos congêneres, para ambos os sexos, nesta capital.

Essas escolas, em que a creançada pobre aprendia as artes e officios tão uteis á vida social, viveram dois ou três annos entre as esperanças do publico, que recebia noticias animadoras pelo noticiário dos jornaes.

Havia, chefiando o bando esperançoso, a figura do Dr. Alvaro José Rodrigues, respectivo inspector, que, de pasta, e ligeiro, tanto falava, tanto se movimentava, que acabou pegando enthusiasmo em muita gente aqui. Mas, foi passando o tempo. Quando se attentou no assumpto, só se viu tristeza e desanimo, e até aquelle vibrante engenheiro, filho de Santarem, no Pará, se recolheu ao silencio, igualmente convencido da inutilidade de lutar pelo ensino profissional. E hoje, as escolas cujos machinismos enferrujaram, no abandono, são reminiscências de um sonho breve, continuando os pobres sem o ensino technico, tão essencial á vida do paiz. Entretanto, se temos as escolas, por que não incentivar o problema, ressuscitando a grande obra de educação?

Esse desprezo pelas causas que interessam, directamente, a vida do Brasil, gera scepticismo que nos aponta como uma das maiores singularidades universaes.

O afastamento do professor Rodrigues das questões ligadas ao ensino técnico ocorreram pela obrigação legal de desacumular os cargos públicos que exercia. Permaneceu, portanto, apenas como professor da ENBA até sua aposentadoria, em 1947.

O livro *Escolas Profissionaes* mostra um panorama do funcionamento do ensino técnico no Rio de Janeiro antes da década de 1920. Ministrava-se um curso de Geometria Descritiva amplo, incluindo as representações de poliedros, de corpos redondos, as aplicações da perspectiva para representar objetos e suas sombras, as aplicações do desenho às peças e engrenagens, entre outros temas.

É fato que *Escolas Profissionaes* relata, apenas, o funcionamento de algumas escolas técnicas do Rio de Janeiro. Os casos particulares apresentados pelo professor Rodrigues em seu livro não representavam a totalidade de instituições

com a mesma finalidade. Porém, esse livro mostra que a Geometria Descritiva e a Perspectiva eram ensinadas em escolas técnicas de nível primário no Rio de Janeiro. Seu ensino estava relacionado à atividade profissional para a qual se dirigia o curso, corroborando a importância dessas disciplinas para o ensino de ofícios por seu caráter formativo.

4 A Geometria Descritiva na Obra de Alvaro Rodrigues

“Na verdade, cada é pura é uma estória, com tôdas as peripécias e artifícios de um bem forjado entrecho.”

Mario de Faria Bello Junior

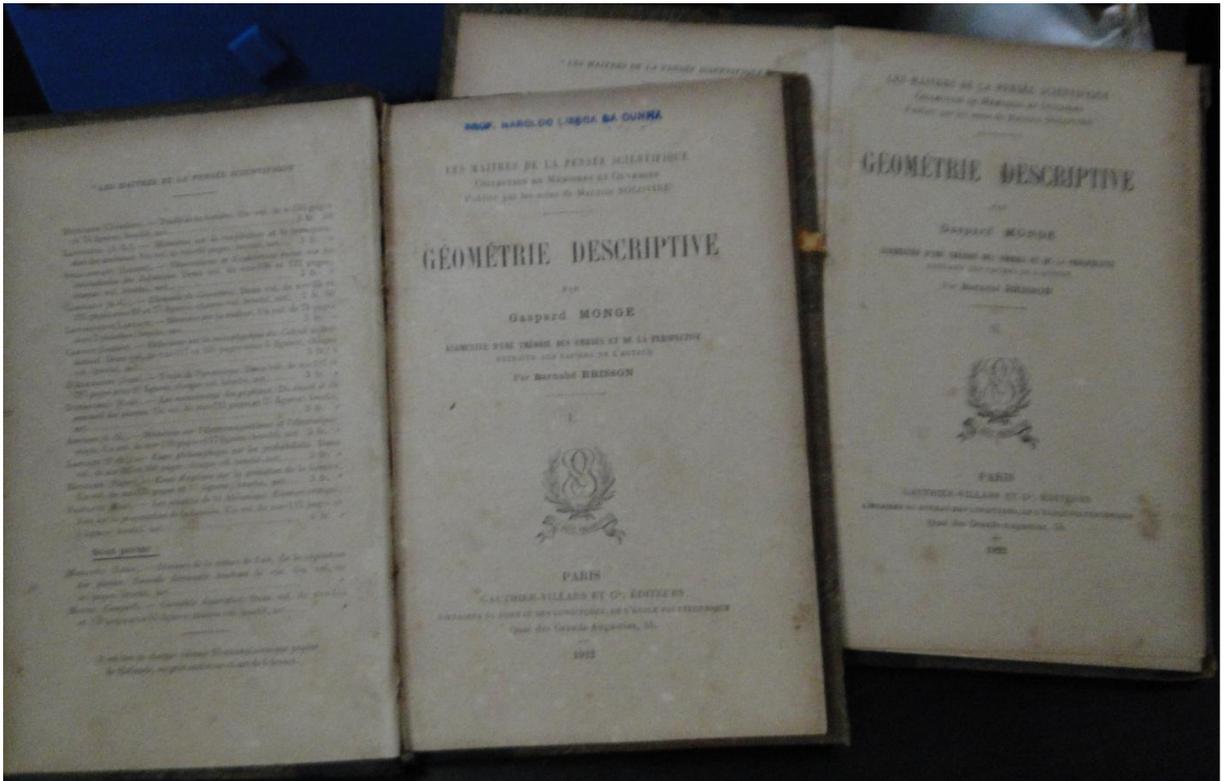


Figura 27: Folhas de rosto dos dois volumes dos “Elementos de Geometria Descritiva” (edição de 1922) de Gaspard Monge que pertenceram ao professor Alvaro Rodrigues⁹⁸

Neste capítulo, serão discutidos os aspectos internalistas da obra de Alvaro Rodrigues. Será analisada a forma como o autor estabelece, em seu texto, relação entre a teoria e a história da Geometria Descritiva e da Perspectiva. O esquema tridimensional proposto por Schubring (1987) para a análise de livros-texto orientará esse trabalho, uma vez que serão investigadas as mudanças ocorridas ao longo das edições dos livros de Alvaro Rodrigues⁹⁹, estabelecendo-se correspondências entre

⁹⁸ Os livros fazem parte do acervo da Família Rodrigues.

⁹⁹ Um panorama geral das edições dos livros de Alvaro Rodrigues foi apresentado na seção 2.4.4.

os textos que compõem essa obra, levando-se em consideração o contexto no qual o autor está inserido.

4.1 Uma breve história da Geometria Descritiva no Brasil

O ensino da Geometria Descritiva foi introduzido no Brasil pela Real Academia Militar desde sua fundação, sendo seu primeiro lente José Vitorino dos Santos e Souza, que produziu os "*Elementos de Geometria Descritiva*", publicados em 1812, pela recém-fundada Imprensa Régia, de ordem de S. A. Real o Príncipe Regente. Êsses "Elementos" foram extraídos da 1ª edição da obra do criador dessa ciência, Gaspar Monge, que nessa ocasião atingia o apogeu de sua carreira política no 1º Império Francês, como senador e ministro de Napoleão Bonaparte. O desenvolvimento desse ensino deve-se, porém, à vinda, em 1816, da Missão Francesa chefiada por Joachim Lebreton e a convite de D. João VI, para a fundação da Real Academia de Belas Artes, do Rio de Janeiro, hoje Escola Nacional de Belas Artes. Foram as *aulas de desenho arquitetônico* ministradas por Granjean (sic) de Montigny, nesse estabelecimento artístico, iniciadas pelo desenho projetivo, que lhe deram êsse desenvolvimento. (RODRIGUES, 1967, p.5390)

O fragmento anterior, de autoria de Alvaro Rodrigues, destaca dois momentos importantes na história da Geometria Descritiva no Brasil: sua introdução, por meio da tradução do texto de Monge por José Vitorino, e seu desenvolvimento a partir das aulas de Grandjean de Montigny. Faz-se necessário, portanto, analisar sua recepção e difusão no contexto da Academia Militar, bem como sua introdução na ENBA.

O avanço das tropas de Napoleão em direção à península Ibérica levou a família real portuguesa a fugir para o Brasil, que ainda era uma colônia de Portugal. O imperador Dom João VI se estabeleceu no Rio de Janeiro em 1808. Saraiva (2007, p. 24) afirma que a guerra trouxe consequências boas inesperadas no campo da difusão de ideias. Entre os principais atos do imperador, que deflagraram mudanças econômicas e culturais profundas no Brasil, está a criação da Academia Real Militar¹⁰⁰, que iniciou suas atividades em 1811. Estabelecia-se, assim, no Rio de Janeiro,

um curso regular de Ciências Exatas e de observação e de outras ciências que tivessem aplicação nos estudos militares e práticos, visando explicitamente a formação de oficiais mais capacitados ao exercício de sua profissão. (OLIVEIRA, 2005, p.159)

¹⁰⁰ Para maiores informações sobre as medidas joaninas, veja Oliveira (2005), Saraiva (2007) e Mormêlo (2010).

Os professores então designados para ministrar as disciplinas na Academia deveriam produzir compêndios de sua autoria ou traduzir um renomado texto sobre o assunto. Os textos¹⁰¹ indicados eram os “Elementos de Geometria” de Adrien-Marie Legendre¹⁰², o “Cálculo Diferencial e Integral” de Sylvester-François Lacroix e os “Elementos de Geometria Descritiva” de Gaspard Monge. Há, ainda, sugestão do uso dos textos de Étienne Bézout, de Benjamin Robins e das memórias de Leonhard Euler (OLIVEIRA, 2005, p.175-176).

Mormêllo (2010) afirma que a Geometria Descritiva era uma novidade considerando-se as instituições de ensino estabelecidas no Brasil antes de 1810. Além disso, o autor afirma que “certamente a Geometria Descritiva é introduzida na Academia Real Militar por influência da “*École Polytechnique*” da França”, uma vez que a França era tida como modelo por Portugal e “a literatura adotada no ensino militar português era quase toda ela francesa” (MORMÊLLO, 2010, p.73).

O primeiro professor de Geometria Descritiva na Academia foi José Vitorino dos Santos e Sousa¹⁰³, brasileiro, graduado pela Faculdade de Matemática da Universidade de Coimbra e 2º tenente do Real Corpo de Engenheiros. Sua tradução dos “Elementos de Geometria Descritiva” é baseada na primeira edição do texto de Monge e foi publicada em 1812 pela recém-criada Imprensa Régia. Sobre sua contribuição ao produzir tal texto, Vitorino afirma que seu desejo era

cooperar para levantar o imperio das sciencias, e das bellas artes, em hum novo mundo, que oferece muitos recursos naturaes para a applicação das mesmas a indústria, e aos melhoramentos das artes, que são as molas da grande machina social. (SOUSA, 1812, p.xix)

O sumário dos “Elementos” de José Vitorino, transcrito abaixo, é uma tradução *ipsis literis* da *table de matières* do texto de Monge de 1799.

PARTE I: Convenção própria para exprimir as formas e as posições das superfícies. Aplicação ao plano. Soluções das muitas questões elementares relativas à linha reta e ao plano.

¹⁰¹ Parte do acervo atual da Biblioteca Nacional, no Rio de Janeiro, é constituída de textos trazidos pela família real portuguesa.

¹⁰² O texto de Legendre foi traduzido para o português em 1809 por Manoel Ferreira de Araújo Guimarães. No mesmo ano, foram editados também o “Tratado de Trigonometria”, do mesmo Legendre e os “Elementos d’Algebra” de Euler.

¹⁰³ Durante essa pesquisa, não foram encontradas fontes que precisassem o período de atuação de José Vitorino na Academia.

PARTE II: Dos planos tangentes às superfícies curvas, e das suas normais. Método para tirar planos tangentes por pontos dados sobre as superfícies. Das Condições que determinaram a posição do plano tangente a uma superfície curva qualquer. Observações sobre as superfícies desenvolvíveis. Dos planos tangentes às superfícies tiradas por pontos dados no espaço. Do plano tangente à superfície de uma ou de muitas esferas. Propriedades notáveis do círculo, da esfera, das secções cônicas, e das superfícies curvas do segundo grau. Dos planos tangentes a uma superfície cilíndrica, a uma superfície cônica, e uma superfície de revolução por pontos dados fora destas superfícies.

PARTE III: Das intersecções das superfícies curvas, definições das curvas de dupla curvatura. Correspondência entre as operações da Geometria Descritiva e aquelas da eliminação algébrica. Método geral para determinar as projeções das intersecções das superfícies. Modificações deste método em alguns casos particulares. Das tangentes às intersecções das superfícies; Intersecções das superfícies, cilíndricas, cônicas, etc. desenvolvimento destas intersecções quando uma das superfícies a quem elas pertencem é desenvolvível. Método de Roberval para tirar uma tangente a uma curva que é dada pela lei do movimento de um ponto gerador. Aplicação deste método à elipse, e à curva resultante da intersecção de duas elipsoides de revolução que tem um foco comum.

PARTE IV: Aplicação das intersecções das superfícies à solução de diversas questões.

PARTE V: Considerações gerais sobre a extensão das curvas planas, e à dupla curvatura, das suas evolutas e devolutas, evolventes e devolidas dos seus raios de curvatura. Da superfície que é o lugar geométrico das evolutas de uma curva a dupla curvatura; propriedade notável das evolutas consideradas sobre esta superfície, geração de uma curva qualquer a dupla curvatura por um movimento contínuo. Das superfícies curvas. Demonstração desta proposição “Uma superfície qualquer, não tem senão duas curvaturas em cada um dos seus pontos, cada uma destas curvaturas tem um sentido particular seu raio particular, e os dois arcos sobre quem estas curvaturas se medem formam ângulos retos sobre a superfície”. Das linhas de curvatura de uma superfície qualquer; de seus centros de curvatura da superfície que é o seu lugar geométrico, aplicação à divisão das abobadas em aduelas, e à arte de gravura.

NOTAS E ADIÇÕES: Definição do que se deve entender por famílias de superfícies cilíndricas, cônicas, e superfícies de revolução, etc., e dos termos meridiano paralelo, e outros mais, cuja significação se generaliza nestes elementos, comparação das construções de Geometria Descritiva com as da Perspectiva Linear, necessidade destas ciências nas Arquiteturas.

I Ao nº 4. Três superfícies cilíndricas de bases circulares que se interceptam tem em geral oito planos comuns...

II Ao nº 12. Da geração da superfície reversa (é assim que se chama a superfície que envolve o espaço percorrido por uma reta.) da superfície reversa que pode ser gerada por uma reta de dois modos diferentes.

Ao nº 30. Do plano tangente a uma superfície reversa. (SOUSA, 1812, p.240-244)

Embora apresente alguns problemas ligados à adequação do texto em francês para o português, quase a totalidade é uma tradução *ipsis literis* e nenhuma parte do original foi omitida. A carta régia que instituiu a criação da Academia determinava não apenas a tradução, mas sua modificação à medida que novas descobertas fossem feitas. O tradutor dos “Elementos” de Monge incluiu notas que ocupam 27 páginas¹⁰⁴. Há uma exposição introdutória nessas adições na qual Vitorino expõe a justificativa para o uso da dupla projeção tanto do ponto de vista teórico, pela possibilidade de estudar propriedades de figuras geométricas, como do ponto de vista prático, para o uso de artistas e arquitetos. Em seguida, o autor discute a insuficiência da noção de distância para dois pontos fixos ou da distância para duas retas na determinação da posição de um ponto do plano. Argumenta que, após a discussão anterior, “será muito fácil agora aplicar estas mesmas considerações ao espaço” (SOUSA, 1812, p.211), como faz Monge em sua introdução. Vitorino inclui discussão sobre a geração das superfícies cilíndricas e cônicas, como superfícies geradas pela reta. O autor, ainda, se estende ao tratar da geração das superfícies, entre elas as de revolução, como uma forma de caracterizá-las.

As notas e adições de José Vitorino não incluem novas informações ao texto de Monge do ponto de vista teórico. Trata-se de um comentário que pretende suprir dificuldades que um leitor pouco familiarizado com geometria pode ter ao ler o texto de Monge.

Saraiva (2007) aponta diversos problemas enfrentados pela Academia durante seus primeiros vinte anos de funcionamento. Alguns desses problemas estavam diretamente relacionados à disciplina Geometria Descritiva. Ao analisar o desempenho dos alunos durante os dez primeiros anos de funcionamento da Academia, Saraiva (2007) indica problemas de rendimento dos alunos. Para o autor, o maior problema era a dificuldade em fazer os alunos se interessarem pelos assuntos estudados nas aulas. Mormêllo (2010) ressalta os problemas ligados ao corpo docente da Academia. Em 1831, a Junta Militar, responsável pela gestão das atividades da Academia, informou que o cargo de professor de Geometria Descritiva estava vago, e que, de treze disciplinas da instituição, somente quatro possuíam lentes proprietários prontos. Miranda (2001) e Mormêllo (2010) indicam outro

¹⁰⁴ Veja Sousa (1812, p.205-231).

problema que trazia consequências para a Geometria Descritiva. Uma das atribuições do lente de Geometria Descritiva era substituir lentes de quaisquer das cadeiras das ditas “matemáticas”, em seus impedimentos.

Durante esta pesquisa, foram encontradas evidências que indicam a presença do texto sobre Geometria Descritiva de S.F. Lacroix¹⁰⁵ na Academia Militar, apesar de a carta régia que criou a Academia haver indicado o texto de Monge¹⁰⁶. Mormêllo (2010, p.121) transcreve fragmentos de um parecer de 1836 sobre os livros em uso na Academia, requisitado pelo Ministro da Guerra à época, que afirma ser o compêndio de Geometria Descritiva de Lacroix “o mais difícil dos compêndios que escreveu o seu autor, e o menos próprio para a instrução elementar”. A figura 24 mostra fragmento de manuscrito que indica esse livro, para a Academia Militar, no ano de 1837. É possível, portanto, afirmar que a Geometria Descritiva de Lacroix era uma das referências para o curso da Academia Militar e, posteriormente, para a Escola Politécnica.

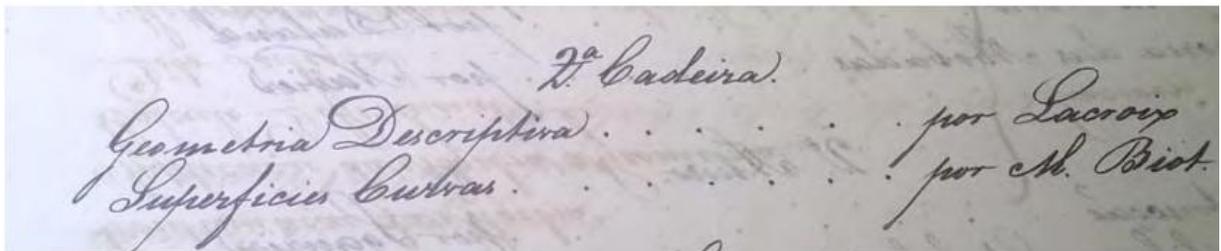


Figura 28: Indicação do texto de Lacroix para o curso de Geometria Descritiva da Academia Militar (Fonte: Arquivo Nacional do Rio de Janeiro – Códice IG³⁵)

Em 1874, a Escola Central é transferida do Ministério do Exército para o Ministério do Império e passa a ser denominada Escola Politécnica, tendo como público alvo apenas civis. Inácio da Cunha Galvão foi professor da Escola Central e, por ocasião da separação em Escola Militar e Escola Politécnica, permaneceu nesta até sua aposentadoria, em 1889. Miller (2003) afirma que Ignácio Galvão foi diretor

¹⁰⁵ (LACROIX, 1795)

¹⁰⁶ Nas notas e adições de José Vitorino para os Elementos de Monge, há referência aos Elementos de Geometria de S.F. Lacroix. Vitorino afirma que “quem ler várias obras de perspectiva, de cortes de pedras, de gnomonica etc. as quais não são mais do que aplicações desta Geometria, como diz Lacroix (Elementos de Geometria, Prefacio pág. XIV [...])” (SOUSA, 1812, pg.226-227). A citação não se refere à Geometria Descritiva de Lacroix, mas aos seus Elementos de Geometria, que, no Brasil, foram traduzidos para o português por Manuel Ferreira de Araújo Guimarães e publicados somente em 1824. Esse autor, um dos professores responsáveis pelas traduções dos primeiros textos para a Academia Militar, teria preferido a publicação da Geometria de Lacroix, mas, por decisão de D. Rodrigo de Souza Coutinho, terminou por traduzir a Geometria de Legendre (LEGENDRE, 2009).

interino da Escola Politécnica e diretor efetivo de 1880 a 1889, sendo aposentado como diretor. Foi responsável pela cadeira de Geometria Descritiva até 1882. Bacharel em letras pela Universidade de Paris, doutor em Matemática pela Academia Militar, serviu no corpo de engenheiros e desempenhou cargos políticos do império além do cargo de professor da Escola Politécnica. Sua tese era intitulada “As Superfícies Envolvórias (Enveloppes)”¹⁰⁷ e data de 1848.

No período em que a disciplina esteve sob a responsabilidade de Inácio Galvão, o seu programa¹⁰⁸ contemplava mais de 120 tópicos¹⁰⁹ e discriminava todos os teoremas e problemas que deveriam ser resolvidos pelos alunos. O curso era dividido em três partes. A primeira tratava da representação do ponto, da reta, do plano, da interseção entre retas e planos, das retas e planos determinados por diversas condições, das retas e planos perpendiculares, dos ângulos entre retas e planos, da solução de problemas envolvendo o triedro. Na segunda parte do curso, eram estudadas as superfícies e planos tangentes, o cilindro e o cone, as superfícies de revolução, as curvas de contato entre duas superfícies, as propriedades das superfícies reversas de revolução. Por fim, na terceira parte, estudavam-se as seções planas, a interseção de duas superfícies curvas, as envoltórias, a hélice e a epicloide.

Ao analisarmos os programas da disciplina durante o período em que Galvão esteve na Academia, identificou-se uma modificação pontual que merece destaque. O item 123 do programa de 1879 (construir a curva de interseção entre o toro e o plano) não aparece nos programas subsequentes. O toro é um caso especial, uma vez que apenas alguns casos particulares de curvas de interseção são construtíveis por meio de régua e compasso. Como não se encontrou documento que justificasse tal modificação, é possível inferir o motivo da sua exclusão. A dificuldade no tratamento de tal problema do ponto de vista construtivo está na escolha de casos particulares que possam ser resolvidos por meio da régua e do compasso. A falta de

¹⁰⁷ Siqueira Martines (2014) analisa o texto da tese de Ignacio Galvão. Esse texto, segundo a autora, encontra-se na BOR. A autora afirma que, provavelmente, a fonte de consulta para a redação da tese foi o texto de Monge devido a uma citação feita por Galvão. Porém, afirma não ter encontrado o assunto da tese na *table de matières* dos “Elementos” de Monge.

¹⁰⁸ O programa para o ano de 1876 pode ser consultado na íntegra em MIRANDA (2001). Nessa pesquisa, foram analisados os programas de ensino da disciplina Geometria Descritiva de 1879 a 1899.

¹⁰⁹ Miranda (2001) considera o programa muito extenso e cogita a possibilidade de que ele não fosse cumprido na íntegra.

generalidade nos processos para a solução de tal problema impõe dificuldade que poderia ser inadequada para um curso elementar sobre o assunto. Esse tema é tratado à luz da obra de Alvaro Rodrigues na seção 4.3.4 desta tese.

João Baptista Ortiz Monteiro ingressou em 1872 na, ainda denominada, Escola Central. Em 1874, com o desdobramento da Escola Central em Escola Militar e Escola Politécnica, permaneceu nesta e concluiu o curso em 1877. Era engenheiro civil e doutor em ciências físicas e matemáticas. Foi nomeado em 1879 como substituto da 1ª seção do Curso geral da Escola Politécnica. Em 1882 foi promovido a titular da cátedra de Geometria Descritiva, substituindo o Conselheiro Inácio da Cunha Galvão. Com autorização do imperador, que simpatizou com o elevado nível intelectual de Ortiz Monteiro, viajou para o exterior com o intuito de se especializar na ciência de Monge. Pardal (1984) afirma que Ortiz Monteiro fez cursos especializados em Viena, Paris e Leipzig, retornando ao Brasil em 1885. Foi diretor da Escola entre 1905 e 1913. Proferiu discursos e conferências em congressos científicos latino-americanos, era membro da Sociedade de Ciências, professor honorário da Universidade de Zurich e membro do Instituto Histórico (PARDAL, 1984).

Ao assumir a disciplina de Geometria Descritiva, Ortiz Monteiro preservou o programa anterior proposto por Inácio da Cunha Galvão na íntegra para o ano de 1883. Mas já no ano seguinte, identificam-se modificações no programa como a inclusão do estudo dos polígonos e poliedros. Ao serem comparados os programas da disciplina do período compreendido entre 1884 e 1899, há pequenas mudanças no texto, mas o conteúdo permanece inalterado.

Os programas de outras instituições de ensino, que, no período considerado nesta pesquisa, ofertavam curso de Geometria Descritiva, trazem luz sobre a abordagem adotada para essa disciplina no contexto brasileiro. A Escola de Minas de Ouro Preto foi fundada em 1876, fruto de um esforço pessoal do Imperador D. Pedro II (PEREIRA e SCHUBRING, 2014). Claude Henri Gorceix foi o primeiro diretor da Escola de Minas e teve papel fundamental na concepção de todos os aspectos que nortearam a instituição. Pereira e Schubring (2014) destacam que Gorceix era formado pela Escola Normal Superior de Paris e pesquisador nas áreas de Mineralogia e Geologia. Em suas ideias para a concepção da Escola, dispunha de dois modelos: as Escolas de Minas de Paris e Saint-Étienne. Terminou por optar pela segunda, “possivelmente por ser um modelo mais fácil de adotar dentro da

realidade brasileira” (PEREIRA e SCHUBRING, 2014). Na Escola de Ouro Preto, a Geometria Descritiva era uma disciplina do primeiro ano e, a partir de 1877, também fazia parte do curso preparatório, criado em função da preocupação com o nível dos alunos que ingressariam na Escola. Entre os professores de Descritiva da Escola de Minas, Pereira e Schubring (2014) indicam os nomes de Armand de Bovet e Arthur Thiré, este veio a ser Livre Docente de Geometria Analítica e Cálculo Diferencial na Escola Politécnica do Rio de Janeiro, catedrático de Matemática no Colégio Pedro II e autor de diversas obras didáticas.

A Escola Politécnica de São Paulo é a terceira escola de engenharia do país e sua criação data de 1893. A figura central durante os primeiros vinte e cinco anos de funcionamento da Escola foi Antônio Francisco de Paula Souza, criador da lei que fundou a Escola e seu primeiro diretor¹¹⁰. Nessa instituição, o curso de “Geometria Descritiva e suas aplicações à teoria das sombras” era ofertado no primeiro ano e, com a criação de um novo regulamento em 1894, a disciplina passa a ser ministrada no curso preliminar, com duração de um ano, no primeiro ano do curso geral e no segundo ano do curso geral, sendo designada “Aplicação da geometria descritiva e generalidades da arquitetura”. Para Pereira (2016),

parece-nos adequado conjecturar que a nova estrutura estabelecida na Escola Politécnica de São Paulo pode ser visualizada como transmissão do modelo das Escolas Politécnicas alemãs, particularmente da Escola Politécnica de Karlsruhe, uma vez que, o currículo nas referidas instituições assumiram o modelo de um primeiro ano introdutório, com a matemática assumindo um papel propedêutico, e, em ambos casos, a estrutura foi concebida influenciada pela existência de um ensino secundário que não satisfazia as demandas necessárias.

O programa da Escola de Minas de Ouro Preto para o ano de 1885, por exemplo, era dividido em oito partes. Na primeira parte, intitulada “Noções Preliminares”, são apresentadas as representações de pontos, retas e planos, bem como os teoremas sobre a determinação destes entes geométricos. Além disso, retas e planos são estudados em diversas posições.

A segunda parte trata de “Problemas sobre a linha reta e o plano”, incluindo a solução de problemas de suas interseções. A terceira parte é dedicada aos problemas de distâncias. No estudo das retas e planos perpendiculares, são

¹¹⁰ Pereira (2016) apresenta, em sua tese, um conjunto de fontes primárias que confrontam a historiografia desse personagem. O autor mostra, por exemplo, que Antônio Francisco de Paula Souza foi aluno de Richard Dedekind e Elwin Christoffel na *Eidgenössische Technische Hochschule* de Zurique. Seus estudos não foram concluídos em Zurique, já que, em 1864, tornou-se aluno da Escola Politécnica de Karlsruhe.

resolvidos os problemas de distâncias entre ponto e plano, entre planos paralelos, entre ponto e reta, entre duas retas. Nesta terceira parte do programa, é apresentado o “Teorema sobre menor distância entre duas retas”. Embora o enunciado do teorema não conste no programa, é possível inferir que se trata do problema da determinação da perpendicular comum a duas retas reversas, abordado por Monge (1799) ao apresentar o estudo dos planos tangentes às superfícies curvas e suas normais.

“Deux droites étant données par leur projections horizontales AB, CD, et par leur projections verticales ab, cd ; construire les projections PN, pn de leur plus courte distance, c’est-à-dire de la droite qui est en même temps perpendiculaire à l’une et à l’autre, et trouver la grandeur de cette distance ?” (MONGE, 1799, p.37)

O método dos rebatimentos é apresentado na parte IV. No programa da Escola de Minas, é apresentada a solução geral do problema, bem como o rebatimento de um ponto e de uma reta. É analisado o problema inverso e são apresentadas aplicações. Na parte V, são analisados diversos problemas nos quais a mudança de plano de projeção facilita a execução da épura.

Na sexta parte, são analisados diversos problemas cuja solução envolve o método das rotações. Além disso, são executados exercícios práticos e 12 épuras escolhidas que contenham aplicações dos temas tratados no curso.

A sétima parte, intitulada “Esfera”, trata de sua representação e problemas diversos. São apresentados teoremas sobre planos tangentes ao cone e ao cilindro de revolução, as curvas de contato entre uma esfera e um cilindro e um cone circunscritos.

A oitava e última parte é dedicada aos triedros, seis casos a resolver, problema fundamental, solução direta dos seis casos, solução de três casos considerando o triedro suplementar e a redução de um ângulo ao horizonte.

O programa da Escola Politécnica de São Paulo para os anos de 1899 e 1900 era dividido em duas partes, sendo a primeira inteiramente dedicada aos problemas ligados a pontos, retas e planos e a segunda tratando das superfícies curvas. Há, ainda, uma parte final dedicada à geometria projetiva.

Na primeira parte, o programa discrimina, além das convenções e teoremas fundamentais, um conjunto de 53 itens que devem ser tratados envolvendo pontos, retas e planos. Apresenta problemas de distâncias (incluindo, no item 25, o problema da perpendicular comum a retas reversas) e de determinação de ângulos. Já

indicando o uso dos métodos dos rebatimentos e das rotações no início do programa, inclui como aplicações a resolução de problemas envolvendo figuras planas (polígonos e círculo) e poliedros. Cubos, tetraedros, pirâmides deveriam ser representados “em planta e elevação”. Por fim, são estudadas as seções planas dos poliedros, sendo analisadas as seções oblíquas de prismas retos, pirâmides, tetraedro.

A segunda parte se inicia com a classificação e a geração de superfícies, sua representação e a determinação de planos tangentes. Em seguida, são estudadas as superfícies “desenvolvíveis”, os planos tangentes às superfícies cilíndricas, cônicas e de revolução, as curvas de contato entre algumas superfícies, as projeções da hélice e do helicóide desenvolvível, as superfícies reversas. São discriminados dois tipos especiais de parafusos que deveriam ser estudados, bem como o estudo dos planos cotados e o traçado de curvas de nível em terrenos.

Por fim, na parte intitulada “Geometria Superior”, são incluídos alguns tópicos de Geometria Projetiva. Cabe salientar que, nessa época, o responsável pela cadeira era Carlos Shalders, tradutor do texto de Luigi Cremona sobre Geometria Projetiva para o português. São abordadas as formas fundamentais, as figuras homológicas, o princípio da dualidade, as formas projetivas, as formas harmônicas, a razão anarmônica, as formas projetivas no círculo e nas cônicas, incluindo os Teoremas de Pascal, Brianchon, Moebius, Maclaurin e Apolônio, o Teorema de Desargues, Polos e Polares. A introdução da Geometria Projetiva no curso de Geometria Descritiva da Escola Politécnica de São Paulo deve-se à concepção de Carlos Shalders para o seu ensino, esta, por sua vez, influenciada pela tradição italiana proveniente da obra de Cremona.

O programa da Escola Politécnica do Rio de Janeiro para o ano de 1898 era dividido em três partes. A primeira, seguindo a mesma concepção das outras escolas apresentadas anteriormente, tratava da representação do ponto, da reta e do plano. Eram apresentados os principais teoremas sobre a determinação destes entes, as convenções, bem como o estudo de diferentes posições. São consideradas duas categorias de problemas: os problemas descritivos e os problemas métricos. Na primeira, são consideradas as construções de pontos, retas e planos por diversas condições. Já na segunda categoria, são resolvidos problemas que envolvem a determinação de medidas de segmentos e ângulos. Os métodos mencionados no programa são as rotações e os rebatimentos. É discutida mudança

na linha de terra paralelamente à sua posição original e seu efeito para a épura, bem como sua supressão. O estudo dos polígonos e poliedros é feito no final da primeira parte, destacando-se os prismas e pirâmides. As seções planas desses sólidos são estudadas à luz do conceito de homologia plana.

A segunda parte do programa trata das curvas e superfícies. No estudo das curvas, o programa discrimina a representação, o traçado de tangentes e normais, o traçado de tangentes por meio das *curvas de erro* e os pontos notáveis e singulares nas projeções das curvas. Não são discriminadas as curvas que deveriam ser estudadas. Para as superfícies, o programa indica a sua classificação segundo a natureza da geratriz. São apresentados teoremas sobre planos tangentes, noções sobre as superfícies consideradas como envoltórias, problemas sobre planos tangentes às superfícies cilíndricas e cônicas, o hiperboloide de uma folha e o paraboloides hiperbólico, problemas sobre planos tangentes às superfícies de revolução e curvas de contato entre algumas superfícies.

Por fim, a terceira parte apresenta as interseções de superfícies, seções planas de cilindros e cones, noções sobre superfícies envoltórias, hélices, helicoides, geodésicas e planos osculadores e epicicloides. Além disso, são estudados os planos cotados e curvas de nível.

No período que compreende os anos de 1812 até 1843, Barbin (2015) lista as publicações francesas sobre Geometria Descritiva. Para a autora, a disseminação da Geometria Descritiva corresponde a novas *élémentations* em relação ao texto de Monge, sendo identificadas quatro mudanças importantes. A primeira diz respeito às noções preliminares, “onde mais e mais considerações são introduzidas para ajudar os estudantes a resolver problemas” (BARBIN, 2015, p.63). Nesse sentido, a autora aponta a abordagens de Lacroix¹¹¹ e Hachette¹¹². Enquanto o primeiro iniciava pelas projeções de retas e planos, o outro partia das projeções de pontos e retas. Autores como Vallée¹¹³ e Adhémar¹¹⁴ propuseram uma completa decomposição das projeções de pontos, retas e planos. A segunda mudança constitui o fim da “bela lição de geometria” de Monge, já que “a apresentação da geometria descritiva no

¹¹¹ (LACROIX, 1795)

¹¹² (HACHETTE, 1822)

¹¹³ (VALLÉE, 1819)

¹¹⁴ (ADHÉMAR, 1832)

rico contexto de todas as figuras do espaço e o problema inaugural para motivar a teoria foram deixados de lado”¹¹⁵ (BARBIN, 2015, p.63). A terceira mudança diz respeito às superfícies curvas. Enquanto a ordem adotada por Monge ia do geral para o particular, adota-se a ordem inversa. Dessa forma, “as projeções de uma curva e de sua tangente em um plano tornou-se um novo elemento da geometria descritiva” (BARBIN, 2015, p.63). A quarta mudança está relacionada com a busca de ferramentas para a solução de problemas. O método do rebatimento (*rabattement*) é introduzido, “considerado como uma noção e não como uma prática para apresentar desenhos, com as propriedades desta operação”¹¹⁶ (BARBIN, 2015, p.63). A autora mostra que o texto de Olivier¹¹⁷ introduz uma nova *élémentation*: o método da mudança de planos de projeção. Olivier introduz, no capítulo II do seu *Cours de géométrie descriptive*, a ideia de suplantar dificuldades na solução de problemas a partir da escolha adequada de um novo plano de projeção. Barbin (2015, p.67) afirma que, para resolver um problema,

pode ser necessário mudar o plano vertical em relação a um ponto, ou o plano horizontal, mudar os planos de projeção em relação a uma reta ou conduzir um plano em uma posição paralela a um dos planos de projeção. Essas quatro mudanças constituíram “problemas fundamentais” [...]. Então, o “método das mudanças” implicou em uma nova *élémentation*, com a noção de novos problemas “elementares”, que são os “problemas fundamentais”, e com transformações dos planos de projeção¹¹⁸.

No estudo das curvas e superfícies, notam-se concepções distintas entre os autores franceses que sucederam Monge. Monge (1799) parte de uma concepção geral de superfície para, posteriormente, analisar os casos particulares¹¹⁹. Lacroix

¹¹⁵ “...the presentation of descriptive geometry in the rich context of all the figures of space and the inaugural problem to motivate the theory were given up.”

¹¹⁶ “The fourth change is linked with the research of tools to solve problems: it is the introduction of the *rabattement*, considered as a notion and not as a practice to present drawings, with the properties of this operation”.

¹¹⁷ (OLIVIER, 1843)

¹¹⁸ “...it can be necessary to change the vertical plane in relation to a point, or the horizontal plane, to change the planes of projection in relation to a line or to lead a plane in a parallel position to one plane of projection. These four changes constituted “fundamental problems”, and 76 of his 80 problems only concern motions of straight lines or planes. Olivier began to use the word “rotation” and its properties from problem 10, which asks to make a plane parallel to the ground line. Thus, the “method of changes” implies a new *élémentation*, with the notion of new “elementary” problems, which are the “fundamental problems”, and with transformations of the planes of projection”.

¹¹⁹ “Il n’y a aucune surface courbe qui ne puisse être regardée comme engendrée par le mouvement

(1795), ao concluir a resolução de problemas sobre retas e planos, resolve um conjunto de problemas sobre a esfera antes de, na segunda parte de seu livro, discutir a geração das superfícies. Sua concepção, como nos indica Barbin (2015), é construir uma sequencia de problemas, de modo que a solução de um deles depende dos anteriores. Lacroix introduz a concepção geral de superfície de maneira similar à de Monge, atendo-se, em seguida, ao estudo das superfícies cônicas, cilíndricas, de dupla curvatura, de revolução e os problemas de interseções entre superfícies. Vallée (1819) introduz, antes da projeção das superfícies, um estudo das projeções das curvas, por meio de seus traços e com as projeções das tangentes às curvas. Vallée dá a concepção geral das superfícies de Monge, mais seu estudo parte do particular: superfícies cilíndricas, cônicas, de revolução e *enveloppes*. Adhémar (1832) segue a mesma concepção de Vallée, dando particular atenção ao teorema da tangente (a projeção da tangente a uma curva é tangente à projeção da curva). O estudo preliminar da projeção de uma curva precede a da superfície e, em seguida, o autor explora as superfícies cilíndricas, que julga as mais simples e mais úteis.

Os programas das três instituições consideradas, em suas partes introdutórias, tratam dos mesmos temas (representação de pontos, retas e planos, considerados em diversas posições especiais). No texto de Lacroix, tem-se um estudo sobre diversas maneiras de se representar pontos e retas, bem como os teoremas relativos à determinação desses entes geométricos. Em Monge, não há qualquer apresentação desses entes geométricos em diversas posições particulares. Porém, sobre isso, o autor afirma que

ce sera par des exemples nombreux et par l'usage de la règle et du compas dans nos salles d'exercice, que nous acquerrons l'habitude des constructions, et que nous nous accoutumerons aux choix de méthodes les plus simples et les plus élégantes dans chaque cas particulier (MONGE, 1799, p. 16).

Em Vallée se encontram, antes da resolução de diversos problemas, os entes geométricos primitivos representados nas posições *le plus remarquables*. O autor mostra, por exemplo, como ficam representadas retas vertical, horizontal, paralela e perpendicular à linha de terra. Esse estudo feito por meio de diversas posições

d'une ligne courbe, ou constante de forme lorsqu'elle change de position, ou variable en même temps et de forme et de position dans l'espace. Comme cette proposition pourroit être difficile à comprendre à cause de sa généralité, nous allons l'expliquer sur quelques-uns des exemples avec lesquels nous sommes déjà familiarisés" (MONGE, 1799, p.18).

especiais é, posteriormente, encontrado nos *Éléments de Géométrie Descriptive avec de Nombreux Exercices*, por F.I.C.

Em todos os programas analisados, a parte dedicada às superfícies trata, fundamentalmente, de sua representação, do traçado de planos tangentes e do estudo das curvas de contato entre algumas superfícies. Esse tópico constitui as partes II e III do texto de Monge, que privilegia a generalidade dos resultados apresentados e deixa a discussão sobre alguns casos particulares para o fim. Para superfícies, por exemplo, o autor mostra que é possível construir o plano tangente a uma superfície em um ponto dado a partir das retas tangentes a duas geratrizes da superfície que contém o ponto. Em seguida, pela resolução de diversos problemas, mostra como o método geral se aplica aos casos específicos, como os cilindros, cones e esferas.

No texto de Lacroix, como figura no programa da Escola de Minas de Ouro Preto, há uma seção denominada *De la Sphère*, que trata da representação, da construção de planos tangentes e das seções da esfera. Somente na segunda parte de seu texto Lacroix trata da geração das superfícies e inclui as superfícies cilíndricas, cônicas, de dupla curvatura e de revolução. Para as superfícies, o autor propõe um conjunto de problemas relativos às curvas de interseção entre superfícies, discute o desenvolvimento (planificação) do cilindro e do cone e a construção do plano tangente e da reta normal a um cilindro, a um cone e a uma superfície de revolução.

O problema da determinação da perpendicular comum a duas retas reversas merece destaque, visto que, dependendo do texto analisado, ele aparece em momentos distintos, que demandam arcabouço teórico diferente para sua solução. Monge discute este problema após apresentar o estudo das superfícies. No programa da Escola de Minas de Ouro Preto ele é analisado na parte inicial, dedicada ao estudo das retas e planos, pressupondo um quadro conceitual diferente daquele que aparece no texto de Monge. Enquanto o texto de Monge é caracterizado pela noção de generalidade nas suas construções, textos posteriores constituem-se pela decomposição total das figuras, como é o caso de Vallée e Adhémar (BARBIN, 2015).

No contexto brasileiro, nota-se a predominância de uma abordagem para o estudo da Geometria Descritiva presente nos textos franceses pós 1843. As *élémentations* identificadas por Barbin (2015) integram os textos sobre Geometria

Descritiva como, por exemplo, o F.I.C. Os objetos são estudados a partir de diversas posições particulares, além de figurar como habilidades básicas, a serem aprendidas pelos alunos, os métodos dos rebatimentos, das rotações e das mudanças de planos. Além disso, as superfícies são estudadas também a partir de diversos casos particulares, segundo a classificação dada por Monge. Nos textos brasileiros sobre Geometria Descritiva, são encontrados capítulos inteiros¹²⁰ que tratam dos rebatimentos e das rotações, o que mostra que tal tema é visto como habilidade básica a ser desenvolvida pelo aluno no contexto do ensino brasileiro da disciplina.

Outro fato que deve ser considerado no contexto brasileiro é a influência dos “Elementos de Geometria Descritiva”¹²¹, por F.I.C. No fim do século XIX e no início do século XX, esse texto era uma das referências para o curso da Escola Politécnica do Rio de Janeiro e de outras instituições, como o Colégio Pedro II. Os livros que compunham essa coleção francesa foram traduzidos e adaptados para o português por Eugenio de Barros Raja Gabaglia, antigo diretor do Gymnasio Nacional e professor da Escola Politécnica do Rio de Janeiro (LORENZ e VECHIA, 2004)¹²².

A estrutura do F.I.C. assemelha-se aos programas analisados. Em sua parte introdutória, trata das noções preliminares e da solução de problemas envolvendo pontos, retas e planos. Esse estudo é feito por meio de diversos casos particulares, *élémentations* como as encontradas no texto de Adhémar. Um exemplo de *élémentations* introduzidas no F.I.C. é apresentado na figura 25, na qual são consideradas nove posições para um ponto em relação aos planos de projeção. Em seguida, no F.I.C., encontram-se vários métodos descritivos, incluindo mudança de planos de projeção, rotações e rebatimentos. Há, ainda, o estudo de problemas envolvendo ângulos e aplicações na representação de figuras planas, representação de poliedros, seções planas dos poliedros, interseção de uma reta e de um poliedro.

¹²⁰ A obra de Virgílio de Athaíde Pinheiro, que substituiu o texto de Alvaro Rodrigues na Escola Nacional de Belas Artes, possui um volume inteiro dedicado a esses métodos descritivos.

¹²¹ **Éléments de Géométrie Descriptive avec de Nombreux Exercices, par F.I.C.** Paris: Alfred Mames et Fils, 1876.

¹²² Lorenz e Vechia (2004) afirmam que, em 1898, foram introduzidos estudos avançados de Matemática no Gymnasio Nacional (nome do Colégio Pedro II na época), incluindo a geometria descritiva. Já eram indicados os “Elementos de Geometria Descritiva” por F.I.C., fato que mostra que sua tradução por Raja Gabaglia é anterior a 1898. Não foi possível localizar a primeira edição deste texto durante essa pesquisa.

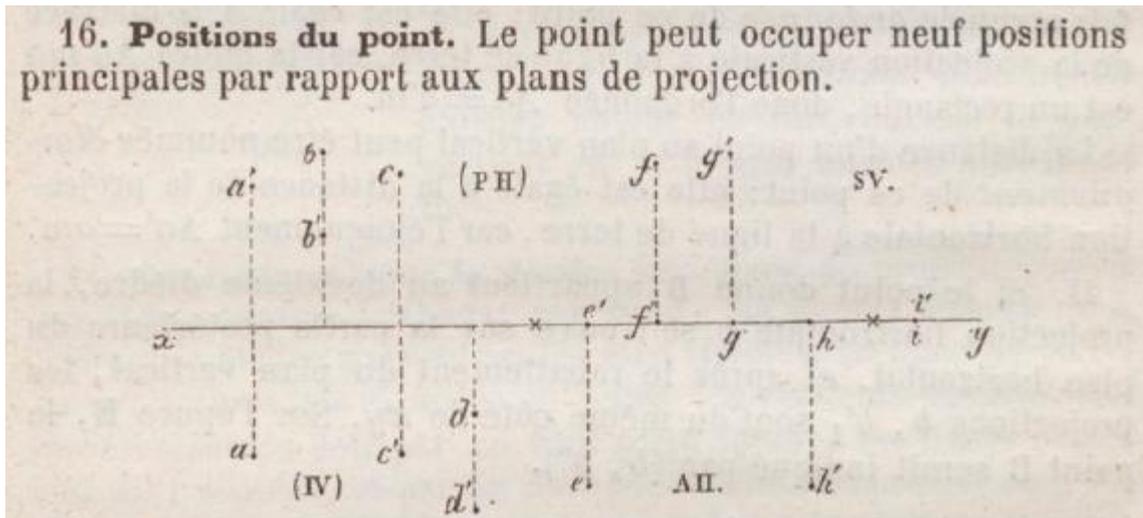


Figura 29: *Élémentation* introduzida no F.I.C.

Na segunda parte do F.I.C., são estudadas as superfícies, sua classificação, planos tangentes, representação de cilindros, cones e superfícies de revolução, planos tangentes ao cilindro, ao cone, à esfera e a uma superfície de revolução, seções planas no cilindro, no cone, nas superfícies de revolução, interseção entre poliedros, poliedros e superfícies curvas, superfícies regradas e superfícies de revolução. Na terceira parte, são apresentados os planos cotados e, na quarta parte, o estudo das sombras e perspectiva.

Na edição brasileira do F.I.C., encontramos termos que não aparecem no texto original em francês e que são usados até hoje nos livros de geometria descritiva brasileiros. Termos como “reta de frente” (paralela ao plano vertical de projeção), “reta de topo” (perpendicular ao plano vertical), “reta de perfil” (situada em um plano paralelo aos planos de projeção), “plano de topo” (perpendicular ao plano vertical de projeção), “reta de maior declive de um plano” (reta cuja projeção horizontal é perpendicular ao traço horizontal do plano ou idem para o plano vertical) aparecem na tradução brasileira do F.I.C. sem encontrar correspondente no texto francês original. Essas e outras adaptações encontradas no texto podem ser vistas com finalidade didática, objetivando-se, assim, auxiliar o aluno na compreensão de conceitos da geometria descritiva, a partir da análise de muitos casos particulares.

O F.I.C. de geometria descritiva possui um complemento com as “Notas de Aula do Dr. Ortiz Monteiro” sobre a classificação das superfícies. Nessas notas, Ortiz Monteiro classifica como “impraticável e imperfeita” a classificação de uma superfície pelo grau da equação que a determina. Propõe, portanto, a adoção da classificação

pela geração da superfície, devida a Monge. Dessa forma, Ortiz Monteiro afirma que superfície “é lugar de uma linha movel no espaço podendo, algumas vezes variar de grandeza e até de forma com tanto que o deslocamento e estas variações se façam segundo uma lei determinada contínua” (GABAGLIA, 1946, p.476). Em seguida, divide as superfícies em dois grupos: as “regradas” ou “retilíneas” (geradas pela linha reta) e as “propriamente curvas” (superfícies sobre as quais é impossível traçar uma reta). Define as superfícies “desenvolvíveis” como aquelas “que gozam da propriedade de poderem ser adaptadas sobre um plano sem dobra nem ruptura” (GABAGLIA, 1946, p.479), subdividindo esse grupo em três categorias: superfícies cônicas, cilíndricas e de aresta de reversão, estas caracterizadas por terem geratrizes sempre tangentes a uma curva de dupla curvatura. Passando a um segundo grupo de superfícies regradas, as “reversas” ou “inviezadas”, define-as como aquelas que não comportam a existência de uma aresta de reversão, não sendo, dessa forma, planificáveis. Conclui essa parte mostrando critérios para reconhecer se uma superfície é desenvolvível ou reversa.

Ao passar ao grupo das superfícies que não são geradas pela reta, apresenta o caso particular das superfícies de revolução, mostrando sua geração a partir de uma circunferência “cujo centro percorre uma reta normal a seu plano e que encontra uma curva” (GABAGLIA, 1946, p.483). Nessas superfícies, Ortiz Monteiro destaca dois grupos de curvas que se cruzam segundo um ângulo reto: os paralelos e os meridianos.

Além do F.I.C., as fontes consultadas para esta tese indicam que os livros *Traité de géométrie descriptive* de C. F. A. Leroy e *Traité de géométrie descriptive* de A. Javary também eram textos de referência para as aulas na Escola Politécnica.

Os livros-texto de autoria de brasileiros sobre GD aparecem apenas após a década de 1920. Há, nas instituições que ofertavam curso de GD durante o século XIX, a predominância de literatura estrangeira, em particular de língua francesa. No final deste século e no início do subsequente, é possível encontrar textos escritos por brasileiros sobre GD para concursos de acesso a cargos de docente nas instituições superiores. Posteriormente, com a criação do cargo de catedrático nestas escolas, encontram-se textos sobre GD escritos para os exames de cátedra.

Carlos Sússekind foi professor da Escola Naval e do Colégio Militar do Rio de Janeiro e escreveu o livro “Geometria Descritiva”¹²³, publicado em 1924. Nesse texto, escrito a partir de suas notas de aula para o curso que ministrava na Escola Naval, o autor inclui o estudo da perspectiva, das sombras e o desenho de projeções. Trata-se de um texto que enfatiza o “como” em detrimento do “porquê”. Os problemas são enunciados e as soluções são apresentadas por meio de suas épuras sem maiores justificativas do ponto de vista geométrico.

Como mostrado na seção 2.4.3, partes dos textos que viriam a constituir a obra de Alvaro Rodrigues aparecem, na forma de artigos, já em 1929. A primeira edição do livro “Operações Fundamentais e Poliedros” é de 1941, de modo que não é possível atribuir ao professor Rodrigues a primazia da publicação de um texto brasileiro sobre o tema. Contudo, a relevância da obra do professor Rodrigues está na sua forma de expor o tema, sendo secundária para esta tese a questão da primazia da publicação de um livro-texto brasileiro sobre Geometria Descritiva.

4.2 O ensino de Geometria Descritiva na ENBA

O fragmento a seguir foi proferido por Gerson Pompeu Pinheiro, em 1954, durante solenidade de comemoração de 138 anos da ENBA¹²⁴.

Nesta data há 138 anos era assinado por D. João VI um decreto criando a Escola Real de Ciências Artes e Ofícios. Três fases podem ser assinaladas em seu desenvolvimento: a primeira – criação, abrangendo os governos de D. João VI e de D. Pedro I passando sucessivamente pelos nomes de Escola Real de Ciências, Artes e Ofícios, Real Academia de Desenho, Pintura, Escultura e Arquitetura Civil, Academia de Artes e Academia Imperial de Belas Artes. São nomes destacados pertencentes a este período os missionários de Le Breton: Grandjean de Montigny, De Bret, Nicolau Taunay, Felix Emilio Taunay e outros. - a segunda - consolidação, correspondendo ao 2º império sob D. Pedro II. Chamou-se então: Imperial Academia de Belas Artes e teve como alunos e professores os gloriosos nomes de Manoel de Araújo Porto Alegre, Pedro Américo, Vitor Meireles e Almeida Junior. – a terceira – expansão de seus cursos e programas, principalmente o Curso de Arquitetura. Marca o período Republicano. Coube-lhe, então, o nome que hoje ostenta a Escola Nacional de Belas Artes. Sofreu importantes reformas das quais a mais notável foi a de Benjamin Constant. O fenômeno de maior significação verificado nesta fase foi o exagerado crescimento do Curso de Arquitetura, em tais proporções

¹²³ A primeira edição do livro de Carlos Sússekind é de 1924. Há uma nova edição, de 1933, na qual o autor inclui a solução de problemas propostos nas provas da Escola Naval. Nesta tese, foi analisado o texto de 1933.

¹²⁴ *Correio da Manhã*, 15 de agosto de 1954, pg. 7.

que motivou o seu desligamento em 1945 constituindo-se na faculdade Nacional de Arquitetura.

Os três períodos em que o professor Pinheiro divide a história da ENBA correspondem a três fases com características bastante distintas. A Academia Imperial de Belas Artes (AIBA), instituição artística oriunda das medidas joaninas, tem origem na missão francesa de 1816, chefiada por Joachim Lebreton a convite de D. João VI. O decreto de 12 de agosto desse mesmo ano cria a Escola Real de Ciências, Artes e Ofícios, instituição destinada à formação de artistas e arquitetos. O início conturbado do funcionamento da AIBA é caracterizado pelo longo período que separa sua criação, em 1816, e o efetivo início dos trabalhos, em 1826. Em discurso proferido durante sessão pública da AIBA em 19 de dezembro de 1834, Félix Émile Taunay, então diretor da Academia, afirma que

Nada se fez para tornar útil a presença dos distintos artistas que tinham sido chamados, e, antes que houvesse organização alguma, um a um quase todos desapareceram, ou ceifados pela morte, ou revogados pelas saudades de solo natalício. [...] Os movimentos políticos que colocaram o Brasil na alta categoria de nação independente talvez fossem os motivos que afastaram às vistas do Governo de uma instituição meramente nominal. Em fim, em 1826, o Visconde de S. Leopoldo teve a feliz lembrança de dar-lhe uma real existência, e, no dia 5 de novembro do mesmo ano, verificou-se a abertura solene da Academia das Belas Artes.

Nessa instituição, a disciplina Geometria Descritiva só é estabelecida em 1890. No início de seu funcionamento, em 1826, sabe-se que o regulamento instituiu a aula de “Arquitetura Civil, Perspectiva, e Geometria Prática”, tendo como professor Grandjean de Montigny, membro da missão francesa.

O regulamento de 1831¹²⁵ insere-se no contexto de reformas do período imperial conduzidas por José Lino Coutinho. Há, por parte do governo, a percepção de que a Academia de Belas Artes encontrava-se “quase em uma perfeita nulidade, sem conseguir os fins para que fôra criada” (BRASIL, 1831, p.91). O motivo apontado para tal situação era a falta de regulamentos próprios.

A Academia oferecia os cursos de pintura histórica, paisagem, arquitetura e escultura, sendo incluída uma aula de desenho e outra de anatomia e fisiologia de acordo com as necessidades dos cursos¹²⁶. Abertos a todos os jovens de 12 a 18

¹²⁵ BRASIL, decreto de 30 de dezembro de 1831.

¹²⁶ BRASIL, 1831. Capítulo III. Art. 2º.

anos de idade, os cursos tinham duração de cinco anos e era condição para matrícula

haver frequentado, pelo menos, um anno de desenho linear e de figuras, e haver sido nelle approvedo, apresentando demais certidão de haver frequentado a aula de geometria elementar na Academia Militar, e de geometria descriptiva, quando na mesma Academia se ensinar¹²⁷.

O regulamento de 1831, ainda, determinava que as lições de ótica da aula de física da Academia Militar deveriam ser frequentadas pelos alunos da AIBA, que deveriam apresentar declaração de frequência no final do quinto ano a fim de adquirirem seus diplomas¹²⁸. Não há nas atas da congregação justificativa para que o suporte fosse fornecido pela Academia Militar. No caso da GD, uma justificativa pode ser o fato de já haver na referida Academia um curso estabelecido desde o início de seu funcionamento. Isso indica a percepção, dentro da Academia de Belas Artes, desde 1831, de que a GD deveria fazer parte da formação fornecida pela Academia. A falta de pessoal dentro do seu corpo docente pode ter motivado a busca pelas aulas da Academia Militar.

Félix Émile Taunay sucedeu, em 1834, o pintor português Henrique José da Silva, primeiro diretor da Academia, empossado no lugar de Joachim LeBreton, chefe da Missão Francesa, que morreu antes de a instituição entrar efetivamente em funcionamento, em 1826. A gestão de Taunay abarcou, cronologicamente, todo o período da Regência (1831 - 1840) e uma década inteira do Segundo Reinado, terminando em 1854. Destacam-se, nesse período, a inauguração das Exposições Gerais de Belas Artes e a instituição dos prêmios de viagem ao exterior, ações que contribuíram para aumentar a projeção da Academia no contexto cultural do país. Assim, a gestão Taunay contribuiu para a consolidação institucional da AIBA, e é possível considerá-lo como elemento de transição, tanto pelas inovações promovidas, quanto pelo fato de seu sucessor na direção da Academia, Manuel de Araújo Porto Alegre, ter sido o primeiro brasileiro a ocupar o cargo.

O sucessor de Taunay na direção da Academia foi o brasileiro Manuel Araújo Porto Alegre¹²⁹, que assumiu o cargo em 1854, promovendo uma reforma na

¹²⁷ BRASIL, 1831. Capítulo III. Art. 3º.

¹²⁸ BRASIL, 1831. Capítulo III. Art. 6º.

¹²⁹ Araújo Porto Alegre foi aluno de Jean-Baptiste Debret na AIBA. Acompanhou Debret em seu retorno à França em 1831, matriculando-se na École National Supérieur des Beaux-Arts em Paris. Ao retornar ao Brasil em 1837, assume a cadeira de pintura histórica na Academia, cargo anteriormente

instituição em 1855. Tal reforma inseriu-se em um contexto mais amplo de reformas educacionais do Império, a chamada “Reforma Pedreira” (SQUEFF, 2000). Para Squeff (2000), além da formação de artistas “aptos a contribuir com imagens e monumentos para a nação que se consolidava sob o reinado de D. Pedro II”, Araújo Porto Alegre acrescentaria a tarefa suplementar de instruir artífices e operários, incluindo, assim, o ensino técnico na AIBA.

Em 1855, a Academia foi organizada em cinco seções: Arquitetura, Escultura, Pintura, Ciências Acessórias e Música¹³⁰. Entre as chamadas “ciências acessórias”¹³¹, estava a de matemáticas aplicadas, cadeira cujos professores deveriam ensinar “todos os elementos indispensáveis ao Artista”¹³². Os professores eram responsáveis por ensinar a estereotomia, a trigonometria aplicada ao levantamento de plantas e nivelamento de terrenos¹³³, além da perspectiva e teoria das sombras¹³⁴. Havia, ainda, um curso de desenho geométrico, de responsabilidade da seção de Arquitetura, que tinha por objetivo complementar a cadeira de matemáticas por meio do ensino do desenho linear e apresentar aplicações especiais do desenho à indústria, conforme a profissão ou destino dos alunos¹³⁵. Dessa forma, a disciplina Matemáticas Aplicadas terminava por ensinar alguns tópicos de Geometria Descritiva.

No Brasil, a cadeira de Geometria Descritiva, Perspectiva e Sombras foi introduzida na Escola de Belas Artes da UFRJ ainda quando esta era a Academia Imperial de Ciências, Artes e Ofícios, na reforma de ensino de 1890. Antes o seu conteúdo já era ensinado na disciplina de Matemáticas Aplicadas¹³⁶.

Na reforma de 1890, conduzida por Benjamin Constant, a AIBA passa a ter

ocupado por Debret (BUENO e SANTOS, 2013).

¹³⁰ BRASIL. Decreto n. 1603 de 14 de maio, 1855. Art.3.

¹³¹ *Idem*. Art. 4. As ciências acessórias eram Matemáticas Aplicadas, Anatomia e Fisiologia das paixões, Histórias das Artes, Estética e Arqueologia.

¹³² *Idem*. Art.40.

¹³³ *Idem*. Art.41.

¹³⁴ *Idem*. Art.47 e 48.

¹³⁵ *Idem*. Art.18.

¹³⁶ www.eba.ufrj.br/gd/brevehistorico.htm (Acesso em 10/11/2014)

denominação de Escola Nacional de Belas Artes (ENBA). Quanto à estrutura, a ENBA oferecia um curso geral, com duração de três anos, e cursos especiais de pintura, escultura, arquitetura e gravura, também com duração de três anos¹³⁷. Entre as cadeiras oferecidas pela Escola¹³⁸, tem-se

- Desenho Linear, no 1º ano;
- Geometria Descritiva e seus respectivos trabalhos gráficos, no 2º ano;
- Perspectiva e Sombras e seus respectivos trabalhos gráficos, no 3º ano.

Do pessoal docente, consta um professor de geometria descritiva, perspectiva e sombras¹³⁹. O arquiteto italiano Sante Bucciarelli foi o primeiro professor dessa disciplina (GALVÃO, 1954). O engenheiro civil italiano Carlo Cianconi e o Arquiteto Adolfo Morales de Los Rios também lecionaram GD na ENBA. Dessa forma, fica criada a disciplina de Geometria Descritiva na ENBA, cujo conteúdo era antes parte da cadeira de matemáticas aplicadas. Além disso, o curso de arquitetura apresentava, em seu currículo, noções de topografia - plantas e desenhos topográficos, estereotomia e desenho de arquitetura - trabalhos práticos - plantas e projetos.

A ENBA estruturava-se em seções, sendo a 3ª delas responsável pelas cadeiras de geometria descritiva, perspectiva e sombras, cálculo e mecânica, materiais de construção, resistência dos materiais, tecnologia das profissões, plantas e desenhos topográficos. À 4ª seção, cabiam as disciplinas arquitetura, estereotomia, desenho de arquitetura, trabalhos práticos, plantas e projetos. Já a 5ª seção era responsável pelo desenho figurado, o desenho geométrico, os elementos de arquitetura e o desenho elementar de ornatos¹⁴⁰.

Pelo Decreto n. 981, assinado por Benjamin Constant, ficou instituído o ensino de desenho em todos os níveis da educação. Para Dazzi (2013, p.28), “a introdução do ensino de desenho em todas as séries que compunham os currículos dos ensinos primário e secundário e do curso normal, para além de outras explicações, fazia parte da própria filosofia positivista”. Além disso, a introdução do ensino de desenho permitiu a atuação de artistas vinculados à ENBA em escolas

¹³⁷ Brasil. Decreto n. 983 de 8 de novembro de 1890. Art.3.

¹³⁸ *Idem.* Art. 3.

¹³⁹ *Idem.* Art. 17.

¹⁴⁰ *Idem.* Art.6.

públicas e privadas.

A análise dos regulamentos da AIBA de 1855 e de 1890 mostra uma gradativa ampliação do espaço ocupado pela Geometria Descritiva entre as cadeiras da AIBA (e posteriormente da ENBA). É possível inferir que tal fato se dá em consequência de reformas educacionais mais amplas ocorridas no país. No período imperial, a busca pela industrialização no governo de Dom Pedro II leva à necessidade de formação técnica. A reforma de 1855 da AIBA vislumbra contribuir com tal tipo de formação e a Geometria Descritiva, como parte da disciplina de matemáticas aplicadas, cumpre o papel de “ciência acessória”, termo usado no próprio texto do regulamento para designar as áreas que deveriam apoiar o ofício dos profissionais formados pela Academia. Já no período republicano, a introdução do ensino de desenho nas escolas primárias e secundárias levou à necessidade de suprir as escolas com professores, “professores esses que soubessem passar para os alunos aquilo que se desejava” (DAZZI, 2013, p.29). A criação da cadeira de Geometria Descritiva como uma disciplina independente amplia seu espaço dentro da ENBA visando à formação de professores de desenho.

Os regulamentos considerados mostram, também, a proximidade que a Geometria Descritiva manteve com a formação de arquitetos pela AIBA. As cadeiras relacionadas à matemática estavam primordialmente vinculadas ao curso de arquitetura, de modo que é possível afirmar que, no âmbito da AIBA, a Geometria Descritiva articulou conhecimentos teóricos e práticos.

Em 1901, repetindo o que estava estabelecido desde 1890, a cadeira de Geometria Descritiva figurava no 2º ano do curso geral e a de Perspectiva e Sombras no 3º ano. Há a supressão das cadeiras de “História Natural” e “Física e Química” do curso geral. Não há modificações significativas nas cadeiras que compõem os dois anos do curso especial de arquitetura, que permanece com as noções de topografia no 1º ano e a estereotomia no 2º ano. Tal qual o regulamento anterior, havia a previsão para a admissão de um professor de Geometria Descritiva, Perspectiva e Sombras.

Observa-se, no regulamento de 1901, a inclusão de um capítulo que trata do concurso para professores. O texto discrimina todas as etapas do concurso, desde a inscrição dos candidatos até as provas, que incluíam uma parte escrita, uma prática e uma oral. Podiam participar do certame brasileiros em pleno gozo de seus direitos

civis e estrangeiros que falassem português¹⁴¹. Para a cadeira de Geometria Descritiva, Perspectiva e Sombras, a prova prática versaria sobre a resolução de problemas gráficos com épura corretamente desenhada¹⁴².

O regulamento de 1911¹⁴³ é crucial para esta tese, visto que ele amplia as disciplinas destinadas ao ensino da Geometria Descritiva na formação fornecida pela ENBA. A estrutura é a mesma prevista pelo regulamento anterior, apresentando um curso geral, com duração de 3 anos. A Geometria Descritiva figurava no 2º ano e o estudo da Perspectiva e Sombras no 3º ano. Os cursos especiais de Pintura, Escultura e Gravura de metais e pedras preciosas teria duração de dois anos. Porém, o curso de arquitetura é ampliado e passa a durar 3 anos. Criam-se duas novas cadeiras exclusivas para o curso de arquitetura: “Geometria Descritiva e suas aplicações” e “Geometria analítica e cálculo” e acabam as de “Mitologia” e “História da Arte” e voltam as de “História Natural, Física e Química”¹⁴⁴.

Do pessoal docente, o regulamento prevê um professor de desenho geométrico e de exercícios de aguadas e de topografia e desenho topográfico, um professor de Geometria Descritiva, Perspectiva e Sombras, um professor de Geometria Descritiva e suas aplicações e um professor de Geometria Analítica e Cálculo.

Desde 1905, Geometria Descritiva, Perspectiva e Sombras era de responsabilidade do engenheiro Gastão Bahiana. Formado pela *École Nationale des Ponts et Chaussées* da França (GALVÃO, 1954), assumiu, em 1911, a cadeira de Geometria Descritiva e suas aplicações, ficando Alvaro Rodrigues na vaga deixada pelo professor Bahiana. A aposentadoria do Dr. Gastão Bahiana ocorre em 1942.

Do provimento do cargo, o processo¹⁴⁵ é diferente daquele previsto pelo regulamento anterior. O diretor da Escola informa a disponibilidade de vaga por meio de publicação em diário oficial e os candidatos entregam requerimento apresentando “as obras, documentos, relação de serviço e trabalhos artísticos que os

¹⁴¹ BRASIL. Decreto n. 3987 de 13 de abril de 1901. Art.48.

¹⁴² *Idem*. Art.67.

¹⁴³ BRASIL. Decreto n. 8964, de 14 de setembro de 1911.

¹⁴⁴ *Idem*, Art. 79.

¹⁴⁵ *Idem*. Arts. 53, 54, 55, 56 e 57.

recomendarem”¹⁴⁶. Os livres docentes da Escola teriam prioridade para ocupar as vagas, mas, na ausência destes, “a inscrição será para todos que apresentarem prova de boa conduta moral”¹⁴⁷. Por fim, a aprovação dos candidatos caberia ao conselho docente.

O Regulamento de 1915¹⁴⁸ propõe a distribuição das cadeiras da ENBA em três grupos: teóricas, teórico-práticas e práticas. Permanecia a estrutura de um curso geral com duração de três anos e os cursos especiais de pintura, escultura, arquitetura e gravura de medalhas e pedras preciosas. No que tange ao conteúdo desta tese, “matemática complementar” figurava entre as teóricas (3º ano – curso geral) e foi assumida pelo professor da antiga “Geometria analítica e cálculo”. “Desenho geométrico e aguadas” (1º ano – curso geral), “geometria descritiva e primeiras aplicações às sombras e à perspectiva” (2º e 3º anos – curso geral) e “geometria descritiva aplicada e topografia” (1º ano – curso de arquitetura) figuravam entre as teórico-práticas. Fica instituída a obrigatoriedade dos exames de “matemática complementar” e de “geometria descritiva aplicada” apenas aos alunos do curso de arquitetura¹⁴⁹.

Atribui-se aos professores de diversas disciplinas, inclusive as duas de GD, o título de catedrático¹⁵⁰. Pelo regulamento, o catedrático gozava da prerrogativa de compor o programa de sua cadeira e requisitar auxiliares para as aulas. Seguindo-se à publicação desse regulamento, Alvaro Rodrigues é nomeado catedrático de Geometria Descritiva. Dessa forma, pode-se afirmar que o conteúdo dessa disciplina na ENBA, até meados dos anos 1940, estava contido na obra de Alvaro Rodrigues. O próximo fato relevante para esta tese, no que tange à estrutura da ENBA, ocorre em 1946.

Em 1946 foi criada a Faculdade Nacional de Arquitetura com a ampliação do curso de arquitetura da Escola Nacional de Belas Artes. Esse curso após a última reforma de 1932 estava quase autônomo, pois sua Congregação e seu Conselho Técnico eram independentes [...]. E os professores de

¹⁴⁶ *Idem.* Art. 54.

¹⁴⁷ *Idem.* Art. 55.

¹⁴⁸ BRASIL. Decreto n.11749 de 1915.

¹⁴⁹ *Idem.* Parágrafo único.

¹⁵⁰ *Idem.* Art. 19.

Geometria Descritiva e de Perspectiva e Sombras faziam parte da Congregação do Curso de Arquitetura. Nestas condições, quando o Governo o transformou na atual Faculdade, eles foram transferidos por Decreto de 3 de setembro de 1946. As duas cadeiras foram, posteriormente restabelecidas na Escola Nacional de Belas Artes (GALVÃO, 1954, p.126-127).

Isso explica por que o professor Rodrigues aposentou-se como professor da FNA em 1947. A próxima seção apresentará com detalhes a obra de Alvaro Rodrigues.

4.3 Análise da obra de Alvaro Rodrigues

Apesar de, cronologicamente, os dois volumes sobre geometria descritiva precederem o livro “Perspectiva Paralela”, é conveniente que a análise se inicie por esse texto. Do ponto de vista historiográfico, a teoria matemática da perspectiva precede a sistematização da geometria descritiva por Gaspard Monge. Nessa seção, será confrontada a história da perspectiva e da descritiva contada por Alvaro Rodrigues, através de suas notas históricas, com aquela contada por outros autores, como Andersen (2007) e Sakarovitch (1998). A identificação de semelhanças e diferenças sobre o relato histórico do professor Rodrigues e de historiadores dedicados à descritiva e à perspectiva traz luz sobre a forma como esses campos eram tratados no âmbito da ENBA.

4.3.1 Perspectiva Paralela

Ao falar de perspectiva linear, Rodrigues (1948, p.14-15) afirma que esta

Foi estabelecida pelos gregos em remota antiguidade, desenvolvendo-se através dos séculos nas obras de artistas e matemáticos tais como Felipe Bruneschi, Pier de Franceschi (sic), Guidobaldo del Monte, Evangelista Torricelli, Girard Desargues, Leonardo da Vinci até a “Linear Perspective” do matemático inglês Broock (sic) Taylor (o da série). Nessa obra a concepção tomou corpo científico, servindo de base um século depois a um fecundo método de Geometria descritiva, denominado método das projeções centrais, organizado na mesma época, independentemente um do outro, pelo engenheiro civil francês Bartholomeu Cousinery, na sua “Géométrie Perspective” ou “Principes de projection polaire appliqués a la description des corps” (1828) e Wilhelm Dufour¹⁵¹, engenheiro militar suíço na sua “Géométrie Perspective avec applications à la recherche des ombres”.

¹⁵¹ O nome do autor é Guillaume-Henri Dufour e, embora Rodrigues (1964) afirme que sua obra *Géométrie perspective, avec ses applications a la recherche des ombres* seja de 1828, o ano de publicação é 1827.

A investigação conduzida por Andersen (2007) sobre a história da teoria matemática da perspectiva apresenta o tratamento dado ao tema ao longo do tempo, levando-se em consideração as particularidades regionais. A autora afirma que houve três grandes passos para o desenvolvimento da teoria matemática da Perspectiva: a introdução da noção geral de um ponto de fuga (*vanishing point*) por Guidobaldo del Monte, o desenvolvimento de um conceito generalizado de linha de fuga por Brook Taylor e a criação de uma perspectiva abstrata por Johann Heinrich Lambert (ANDERSEN, 2007, p. 719).

No contexto do *quattrocento* italiano, os textos de Leon Battista Alberti¹⁵² e de Piero della Francesca¹⁵³ são considerados marcos para a perspectiva do ponto de vista da matemática. No *cinquecento*, um número considerável de obras sobre perspectiva apareceu na Itália. Algumas dessas obras revelavam o interesse dos autores em compreender a geometria por trás da perspectiva, como Piero della Francesca havia feito (ANDERSEN, 2007, p. 714). Esse caminho conduziu à abordagem, considerada por Andersen (2007) revolucionária, do texto de Guidobaldo del Monte¹⁵⁴, publicado em 1600. Dahan (2012, p.6)¹⁵⁵ enuncia da seguinte forma o *Teorema de Guidobaldo*¹⁵⁶:

“As imagens de um conjunto de retas paralelas que cortam o plano do quadro se encontram em um ponto chamado de *vanishing point*. Este ponto é o ponto de interseção entre o plano do quadro e a reta paralela que passa pelo ponto que representa o olho do observador.”

¹⁵² O texto *De Pictura* de Alberti data de 1435.

¹⁵³ *De prospectiva pingendi* é o tratado mais antigo de Piero della Francesca e o único trabalho inteiramente dedicado à perspectiva antes de 1500. Piero descreve quatro procedimentos diferentes para a construção de perspectivas de figuras planas, “refletindo um desenvolvimento expressivo da disciplina emergente” (ANDERSEN, 2007, p.17).

¹⁵⁴ “He was the first to realize the importance of considering the perspective images of sets of parallel lines and created the concept of a general vanishing point. His accomplishment turned out to be so fruitful that I find it appropriate to designate him the father of the mathematical theory of perspective.” (Andersen, 2007, pp. 238)

¹⁵⁵ “The images of a set of parallel lines that cut the picture plane all meet in a point called their vanishing point. This point is the point of intersection of the picture plane and the line among the parallel lines that passes through the eye point”.

¹⁵⁶ ANDERSEN (2007, p. 245) chama esse resultado de *vanishing point theorem*. É importante salientar que o termo *vanishing point* é introduzido apenas um século após o texto de del Monte por Brook Taylor.

No contexto inglês, a literatura britânica sobre o assunto foi inteiramente dominada por Brook Taylor¹⁵⁷, de modo que numerosos textos sobre perspectiva que surgiram na segunda metade do século XVIII estavam diretamente relacionados ao texto de Taylor. Para Andersen (2007), Taylor foi responsável por introduzir o termo *vanishing point*, além de um conceito generalizado de reta de fuga (*vanishing line*).

Generalidades do texto e o quadro sinótico das projeções

“Perspectiva Paralela”, de Alvaro Rodrigues, se inicia com uma exposição dos princípios que determinam as projeções centrais e paralelas. Na projeção central (ou cônica), são dados um ponto próprio V (o centro da projeção) e uma superfície. Dessa forma, a projeção de um ponto A sobre essa superfície é o ponto A' de interseção entre a reta VA e a superfície. Já na projeção paralela (ou cilíndrica), são dadas uma reta r e uma superfície. Nesse caso, a projeção do ponto A sobre essa superfície é determinada pela interseção entre a paralela a r por A e a superfície. A projeção paralela é equivalente a uma projeção central cujo centro é um ponto impróprio, dado por uma direção.

Todo o conteúdo desse livro é estruturado com base no quadro sinótico das projeções, criado por Alvaro Rodrigues (figura 21). O autor afirma que tal quadro é o resultado de um ensaio lógico “para classificar as principais projeções empregadas nas ciências, nas indústrias e nas artes” (RODRIGUES, 1948, p.6) e que existem quadros com a mesma proposta em literatura estrangeira que são omissos ou falhos. Giesecke (1940, p.9) apresenta, por exemplo, um quadro com uma classificação para as projeções com estrutura similar à de Alvaro Rodrigues. Porém, Rodrigues inclui uma categoria nas projeções cilíndricas, além das oblíquas e ortogonais, que classifica de “combinadas”. Esse tema será retomado mais à frente.

Projeções Cônicas ou Centrais

¹⁵⁷ O texto *Linear Perspective: or, a New Method of Representing justly all Manner of Objects* de Brook Taylor é de 1715. Esse texto sofreu modificações e, em 1719, foi publicado com título *New Principles of Linear Perspective: or the Art of Designing on a Plane the Representations of all sorts of Objects, in a more General and Simple Method than has been done before*.

Entre as Projeções Cônicas, Rodrigues (1948) considera¹⁵⁸

- a perspectiva linear;
- a projeção bicentral e a projeção estereoscópica;
- a projeção de sombras pelos raios divergentes;
- a perspectiva panorâmica e nas abóbadas de berço;
- a perspectiva cenográfica;
- as projeções estereográficas sobre a superfície cilíndrica, sobre a superfície cônica e sobre o plano tangente à esfera;
- a perspectiva axonométrica.

Na perspectiva linear, projeta-se um objeto sobre um plano situado entre o objeto e o observador (figura 26)¹⁵⁹. O plano de projeção é vertical e o autor afirma que tratará apenas desse caso, deixando a indicação de que o texto de Willem 'sGravesande *Essai de perspective*¹⁶⁰ é o primeiro a estudar perspectivas lineares sobre quadros inclinados¹⁶¹.

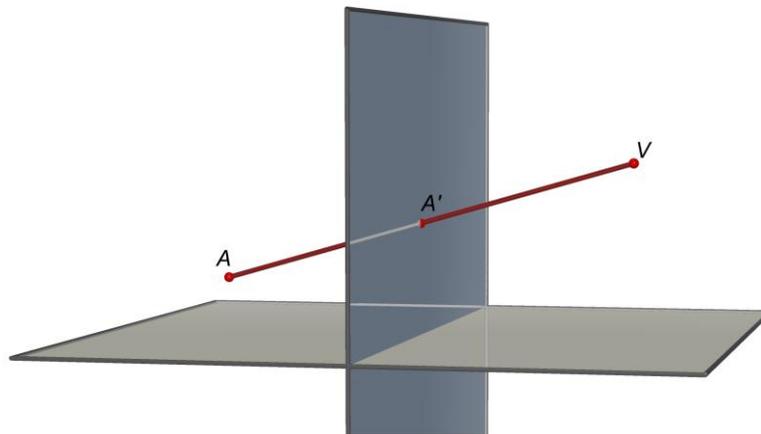


Figura 30: Perspectiva linear

¹⁵⁸ Veja a figura 21.

¹⁵⁹ Na figura 30, Alvaro Rodrigues denomina o plano de projeção de *quadro*, *V* de *centro das projeções* (o olho do observador), *A'* é a *imagem* de *A* e o plano horizontal de *geométral*. No caso em que o objeto está entre o observador e o plano de projeção, o autor denomina tal projeção de *anamorfose*.

¹⁶⁰ 'sGRAVESANDE, W. J. **Essai de perspective**. Haya, 1711.

¹⁶¹ Alvaro Rodrigues não expõe a origem dessa informação. Andersen (2007, p. 321-322) mostra como o holandês Frans van Schooten tratou o problema da perspectiva em quadros inclinados em um texto de 1660, cinquenta anos antes do texto de 'sGravesande. Ainda segundo a autora (p. 291), van Schooten fez renascer a abordagem acadêmica de Stevin para a perspectiva e um segundo renascimento ocorreu com a publicação, em 1711, do *Essai de perspective* de Willem 'sGravesande.

O princípio da projeção cônica é o mesmo para a lista de casos particulares considerados por Alvaro Rodrigues, variando-se a superfície sobre a qual os objetos são projetados. Dessa forma:

- na projeção bicentral e a projeção estereoscópica, tem-se dois centros de projeção de modo que, quando se deseja ter pela perspectiva linear “a sensação do relêvo ou da distância dêle ao observador”, tomam-se dois centros de projeção sobre uma paralela ao quadro “para corrigir a imperfeição da visão simples” (RODRIGUES, 1948, p.54);
- na projeção de sombras pelos raios divergentes, o centro de projeção representa um foco luminoso e, assumindo que a luz se propaga em linha reta, a projeção de um objeto situado entre o quadro e o centro é sua sombra;
- na perspectiva panorâmica, aplica-se o princípio da projeção central enunciado anteriormente, substituindo-se o plano por um cilindro circular de eixo vertical. Se o eixo do cilindro for horizontal, tem-se a perspectiva nas abóbadas de berço;
- na perspectiva cenográfica, tem-se um conjunto de superfícies (ou partes de superfícies) distintas. Essa perspectiva tem por objetivo a composição de cenários em que um ator, movendo-se livremente no palco, não figure de maneira desproporcional aos elementos da cena¹⁶²;
- nas projeções estereográficas, projetam-se pontos da superfície esférica sobre a superfície cilíndrica, sobre a superfície cônica e sobre o plano tangente à esfera. Rodrigues (1948) apresenta aplicações dessas projeções para a Geografia;
- na perspectiva axonométrica, é possível “projetar uma figura relacionada a três eixos ortogonais, de um ponto da perpendicular traçada da origem das coordenadas sobre um quadro predeterminado” (RODRIGUES, 1948, p. 82).

¹⁶² No século XV, a perspectiva estava associada à *scenographia* e tratava-se da arte de representar graficamente panoramas espaciais ou objetos em superfícies bidimensionais. Expressões como *perspectiva naturalis* e *perspectiva artificialis* (ou *pingendi*) foram usadas para distinguir ótica e a representação geométrica (ANDERSEN, 2007). Entre os textos mais antigos sobre perspectiva, Andersen (2007) destaca o diálogo *O Sofista* de Platão, no qual seu autor descreve como, em grandes esculturas ou pinturas, objetos não podem ser representados em suas reais proporções já que, dessa forma, as partes altas pareceriam menores.

Rodrigues (1948) introduz a ideia de ângulo de visão a partir de um cone circular reto, com vértice no observador, cujo maior ângulo entre duas geratrizes mede 90° . O eixo do cone é perpendicular ao plano do quadro e determina sobre ele o “ponto principal de visão”. A interseção entre o cone e o plano do quadro é uma circunferência, cujo diâmetro paralelo ao plano horizontal determina a “linha do horizonte”. As extremidades deste diâmetro são os “pontos distância”, isto é, dois pontos na linha do horizonte que distam do ponto de fuga principal a mesma distância que o observador está do quadro.

Uma vez enunciados esses elementos, Alvaro Rodrigues introduz a “operação fundamental da perspectiva”. Para ele, considerando-se um plano do quadro Q , um plano R paralelo a Q que contém um ponto de vista V e uma reta AB que não está contida em R e não passa por V , a projeção central ab dessa reta sobre Q é a interseção entre Q e o plano determinado por AB e V . Porém, ab é projeção de qualquer reta contida no plano determinado por AB e V , de modo que conhecer uma reta ab do quadro é insuficiente para se determinar a reta projetada AB . Assim, Rodrigues (1948) introduz dois pontos sobre ab para a determinação da reta AB : t , a interseção de AB com Q (o traço de AB), e f , a interseção entre Q e a paralela a AB por V (o ponto de fuga de AB).

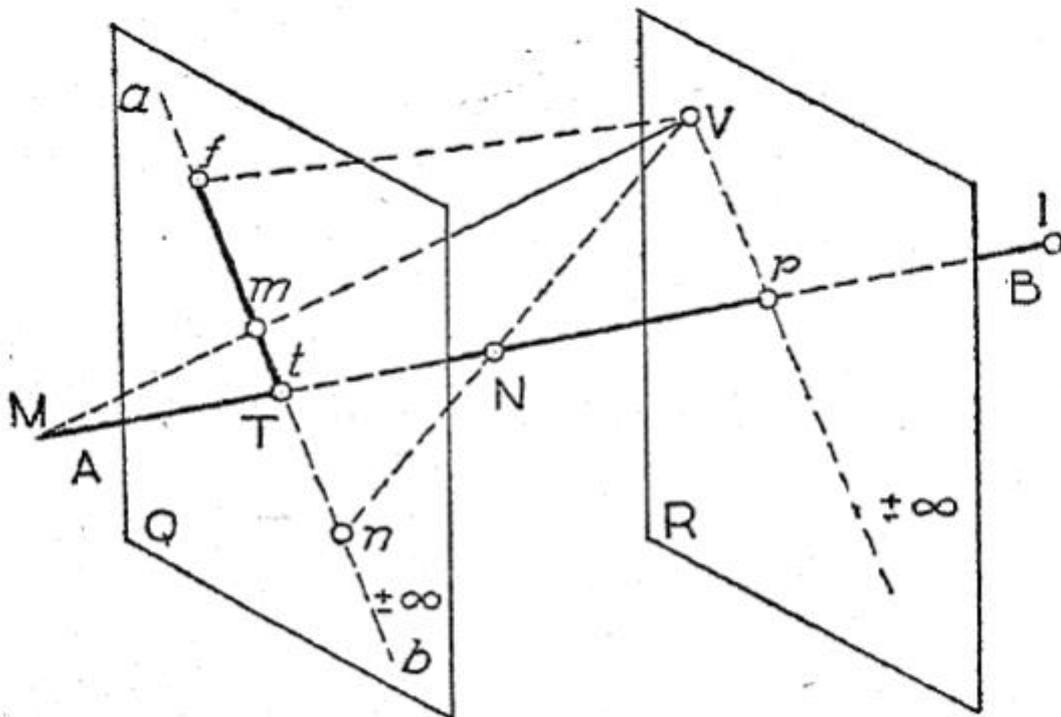


Figura 31: RODRIGUES, A. J. **Perspectiva Paralela - Classificação das Projeções e Projeções Axonométricas**. Rio de Janeiro: Ao Livro Técnico S.A., 1948. Fig. 7.

Em seguida, introduz a noção de reta de fuga de um plano. Um plano S não paralelo ao plano do quadro corta-o ao longo de uma reta, o traço de S no quadro. Um plano paralelo a S que passa por V intersecta o plano do quadro ao longo de uma reta, a reta de fuga do plano S . A reta de fuga e o traço do plano são suficientes para sua determinação¹⁶³. Para Rodrigues (1948, p. 14), “essa concepção de *ponto e reta de fuga* caracteriza a operação fundamental da perspectiva linear”.

Para a construção da projeção central de figuras do plano horizontal, o procedimento descrito por Alvaro Rodrigues fundamenta-se na ideia de que um ponto é obtido pela interseção de duas retas, que podem ser determinadas pelos seus traços e pontos de fuga. As figuras 32 e 33 ilustram o procedimento descrito pelo professor Rodrigues.

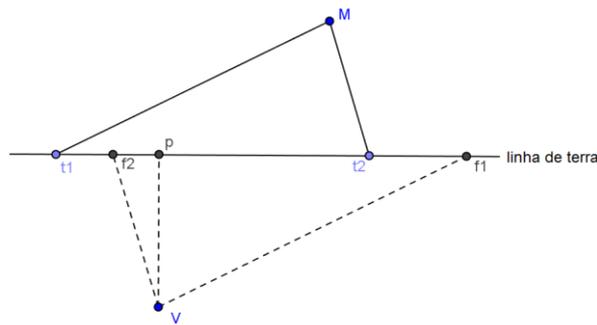


Figura 32: Construção da imagem de um ponto M pela projeção central

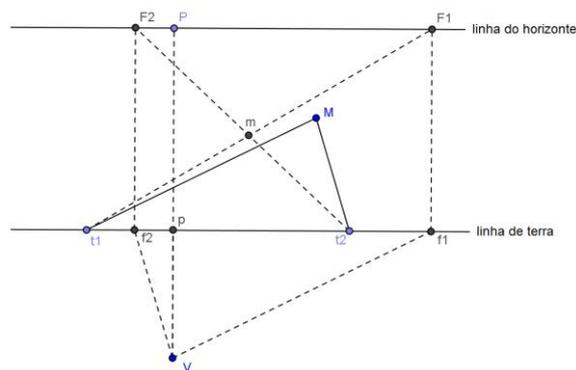


Figura 33: Construção da imagem de um ponto M pela projeção central

¹⁶³ Andersen (1992, p.9) explica que o conceito de reta de fuga (*vanishing line*) de um plano aparecia implicitamente na literatura matemática sobre perspectiva, entendida como uma reta que contém todos os pontos de fuga que pertencem a diferentes conjuntos de retas paralelas que são paralelas a um plano. Porém, para a autora, o trabalho de Brook Taylor sobre perspectiva é o primeiro a dar às retas de fuga um papel teórico importante. Provavelmente, Taylor é o primeiro a usar os termos *vanishing point* e *vanishing line*.

Deseja-se obter a imagem de um ponto M sobre o plano do quadro por projeção central. Na figura 33, os parâmetros para tal construção são o ponto de vista V , a linha de terra e a linha do horizonte que, juntas, determinam o plano do quadro, o segmento Vp que determina a distância do observador ao quadro e o segmento pP que determina a altura do observador. Na figura 28, o ponto de vista V foi deslocado para o plano horizontal, de modo que a linha do horizonte coincide com a linha de terra. Nessa figura, t_1 e t_2 são os traços de duas retas que se cruzam no ponto M . Os pontos de fuga f_1 e f_2 destas retas são obtidos traçando-se paralelas aos segmentos Mt_1 e Mt_2 passando por V . Rodrigues identifica a figura 32 como uma *épura*, a partir da qual se obtém a imagem em perspectiva. Na figura 33, o ponto de vista é posto na posição original, associando-se, assim, os pontos F_1 e F_2 da linha do horizonte aos pontos f_1 e f_2 , respectivamente. O ponto m , imagem de M , é o ponto de interseção entre os segmentos F_1t_1 e F_2t_2 . Essa ideia é reproduzida por Rodrigues para construir imagens de polígonos.

No caso de figuras irregulares do plano horizontal, o processo apresentado pelo professor Rodrigues é a “graticulagem”. Trata-se de reproduzir o procedimento anterior, porém alocando a figura irregular em uma malha quadriculada. A ideia de projetar uma malha quadriculada no quadro era o fundamento da “construção de Alberti” (ANDERSEN, 2007). Contudo, Alberti e Piero della Francesca propuseram *pointwise constructions*, isto é, projetam-se pontos e, a partir destes, as figuras do plano horizontal.

A concepção de Rodrigues é distinta desta, já que inicia pela projeção de retas e entende um ponto como o concurso de duas retas. Embora Rodrigues não explicita a referência para sua exposição desse método construtivo, a concepção usada por ele de reta de fuga tem destaque a partir do texto de Taylor já mencionado. Andersen (1992) mostra, por exemplo, que os praticantes da perspectiva tinham particular predileção por um método conhecido por *distance point construction*. Trata-se de uma construção baseada na ideia de considerar um ponto como a interseção de duas retas, uma perpendicular e outra formando 45° com o quadro, sendo usados os traços e os pontos de fugas delas. Porém, é Taylor quem enuncia e prova o “principal teorema da perspectiva” (ANDERSEN, 1992, p. 12): a projeção de uma reta não paralela ao quadro passa por sua interseção com o quadro e por seu ponto de fuga. A autora afirma que esse teorema “era

particularmente instrumental para a derivação de construções de perspectivas de figuras planas e para a prova de sua correção” (ANDERSEN, 1992, p.12). Rodrigues (1948) mostra uma construção usando retas que formam 45° com o quadro como uma forma de simplificar a solução mostrada anteriormente.

Prosseguindo em sua exposição de métodos para as construções de perspectivas, Rodrigues (1948) propõe processo que dá, segundo o autor, melhor disposição à é pura.

Se considerarmos na é pura o semiplano horizontal posterior rebatido sobre o semiplano vertical inferior, da mesma maneira que o horizontal anterior sôbre o vertical superior, a perspectiva se apresenta como um traçado de homologia plana, que tenha para eixo a linha de terra, como centro o ponto de vista rebatido sobre o vertical superior e para reta limite a linha do horizonte. (RODRIGUES, 1948, p. 21)

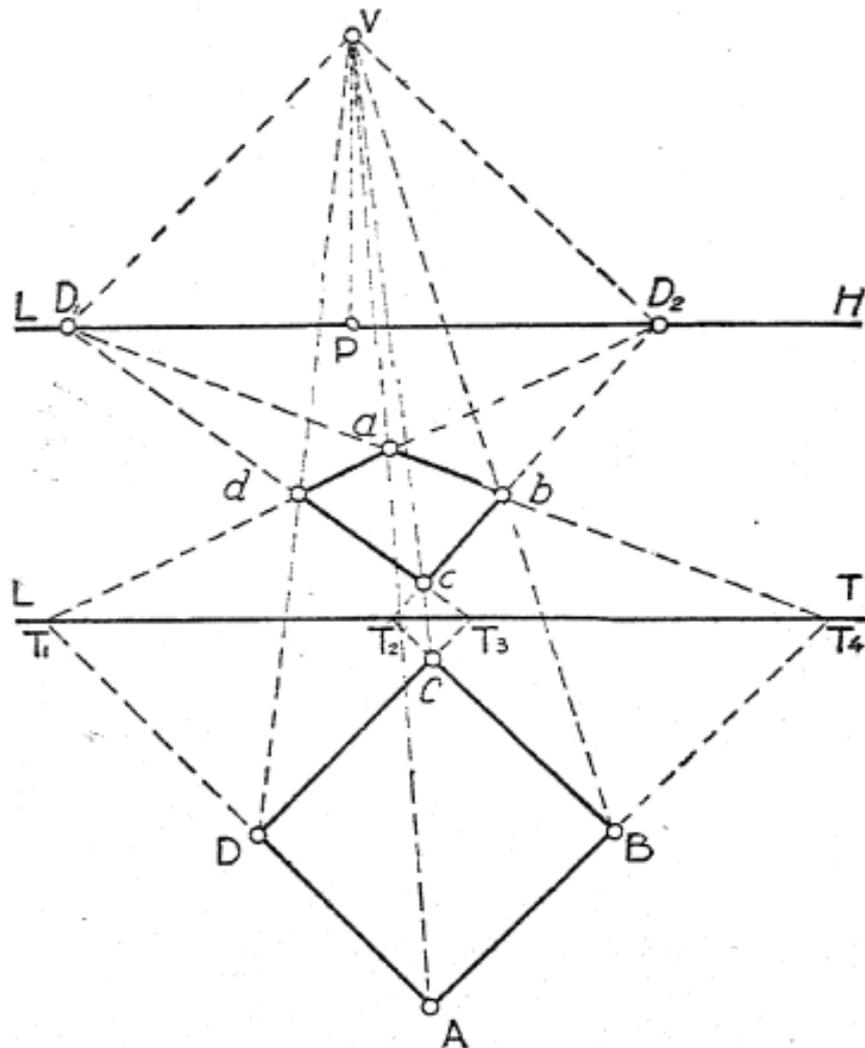


Figura 34: RODRIGUES, A. J. **Perspectiva Paralela - Classificação das Projeções e Projeções Axonométricas**. Rio de Janeiro: Ao Livro Técnico S.A., 1948. Fig. 18.

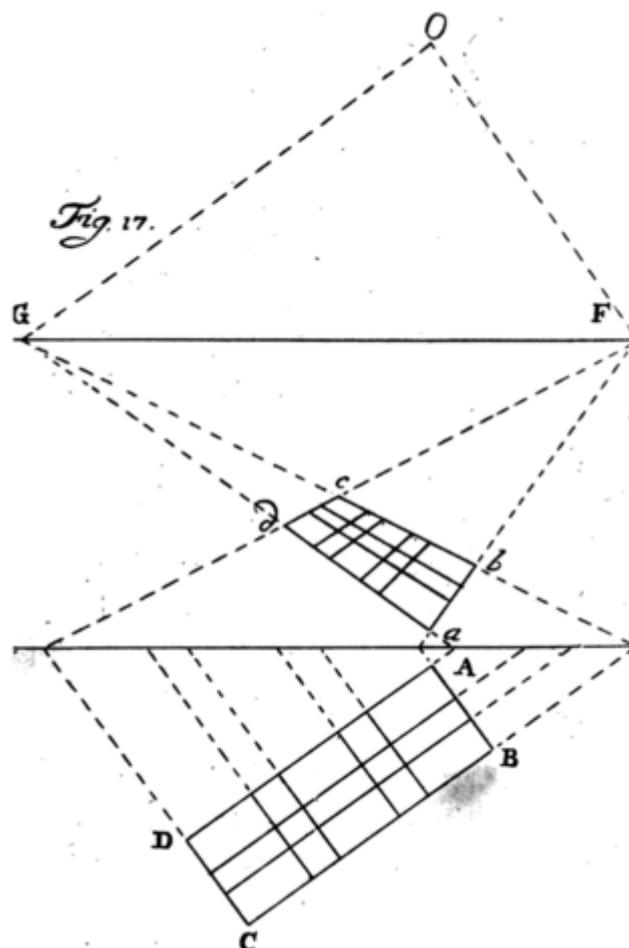


Figura 35: GRAVESANDE, W. J. *Essai de perspective*. Haya, 1711. Prancha 8, fig. 17, p.58

A variedade de construções apresentadas no livro “Perspectiva Paralela” mostra influências de diversas concepções para o estudo da perspectiva. Como já discutido anteriormente, além da perspectiva direcionada para pintores e arquitetos, Rodrigues (1948) apresenta aplicações na geografia, na cristalografia e na representação de máquinas e peças.

Após exposição inicial da construção básica da perspectiva, Alvaro Rodrigues apresenta diversos métodos de construção atribuídos por ele a autores brasileiros e estrangeiros. O método de Monge, por exemplo, envolve a construção de perspectivas por meio da geometria descritiva. Entre as influências alemãs, cujas ideias para o estudo da perspectiva¹⁶⁴ são reproduzidas no texto de Rodrigues, destacam-se os textos de HÜTTE¹⁶⁵ e Fiedler.

¹⁶⁴ Existem outras referências em língua alemã, mas que tratam da axonometria. É o caso de Weisbach, Holzmüller e Schlömilch.

¹⁶⁵ HÜTTE é uma associação de ex-alunos da TH que, entre outras coisas, publica literatura técnica e

Projeções Cilíndricas ou Paralelas

Como exposto no início desta seção, na projeção cilíndrica, são dadas uma reta r e uma superfície, de modo que a projeção do ponto A sobre essa superfície é determinada pela interseção entre a paralela a r por A e a superfície.

Entre as Projeções Cilíndricas, Rodrigues (1948) considera ¹⁶⁶

- as oblíquas, entre as quais destaca as perspectivas cavaleira e militar, as sombras pelos raios luminosos paralelos, as projeções clinográficas e axonométricas oblíquas, divididas em geral, frontal e horizontal;
- as combinadas, sendo apresentadas as projeções de Denise-Gastão Gomes;
- as ortogonais, realizadas sobre um plano, sendo apresentadas as projeções cotadas e projeções axonométricas ortogonais (isométrica, monodimétrica, anisométrica) e sobre planos ortogonais, destacando-se as projeções sobre dois planos, sobre três planos, sobre as faces de um cubo.

Perspectiva Cavaleira

A Perspectiva Cavaleira é uma perspectiva cilíndrica oblíqua em que o plano de projeção é paralelo a uma das faces do objeto a ser projetado. As faces desse objeto contidas em planos paralelos ao plano de projeção não sofrem qualquer deformação nesse tipo de projeção. Se tais faces são polígonos, as medidas de seus lados e de seus ângulos internos são preservadas em sua projeção. As outras faces sofrem deformações que dependem dos ângulos que definem a direção das projetantes.

científica desde 1857. Seu “Manual do Engenheiro” foi traduzido em diversas línguas, sendo mencionadas, na obra de Rodrigues, as edições espanhola e francesa de 1926.

¹⁶⁶ Veja a figura 21.

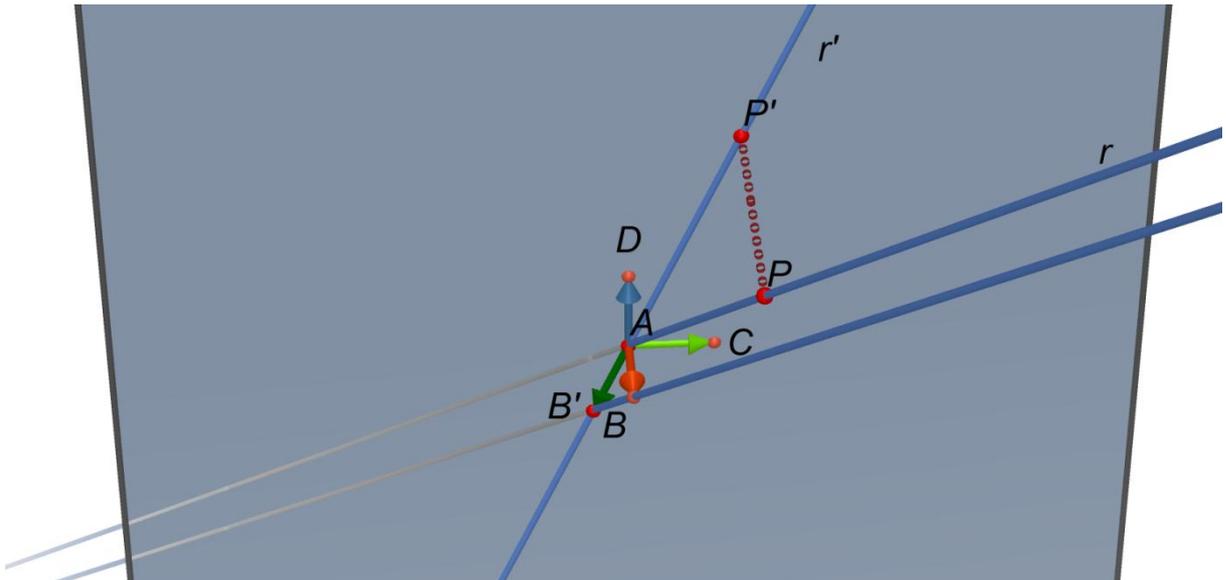


Figura 36: Coeficientes da Perspectiva Cavaleira

Na figura 36, os vetores unitários \overrightarrow{AB} , \overrightarrow{AC} e \overrightarrow{AD} são ortogonais entre si e π é o plano vertical determinado pelos dois últimos vetores. Seja r uma reta que passa por A e determina a direção das projetantes e r' a projeção ortogonal de r sobre π . Na Perspectiva Cavaleira, as medidas dos ângulos e dos lados da figura projetada dependem dos ângulos $\alpha = P\hat{A}P'$ e $\beta = C\hat{A}P'$ (figura 36). Para Rodrigues (1948), α é o ângulo que a direção das projetantes forma com o plano do quadro e β é o ângulo que a direção das fugitivas forma com a direção horizontal. Tomando-se a reta paralela a r por B , determina-se o ponto B' em r' (figura 36). O triângulo BAB' é retângulo em A e o ângulo oposto ao lado \overline{AB} desse triângulo é igual a α . Como $\tan \alpha = \frac{AB}{AB'}$ e $AB = 1$, tem-se que $AB' = \frac{1}{\tan \alpha} = \tan(90^\circ - \alpha)$. Dessa forma, o número $k = \tan(90^\circ - \alpha)$ determina o “fator de redução”¹⁶⁷ que incide sobre as medidas dos objetos projetados em perspectiva cavaleira. A figura 37 mostra a perspectiva cavaleira de um cubo para o caso em que $\alpha = 60^\circ$ e $\beta = 60^\circ$ ¹⁶⁸.

¹⁶⁷ Dependendo da medida de α , k pode ser maior que 1, o que implica aumento e não redução nas medidas dos objetos projetados. Dahan (2012) obtém outra fórmula para k , porém o autor considera ângulos determinados pela reta r com o plano horizontal. Ao determinar k para o caso da perspectiva militar, o autor obtém a fórmula $\frac{1}{|\tan \alpha|}$, com $-\frac{\pi}{2} < \alpha < \frac{\pi}{2}$.

¹⁶⁸ Esse exemplo é apresentado por Rodrigues (1948, p.85-86).

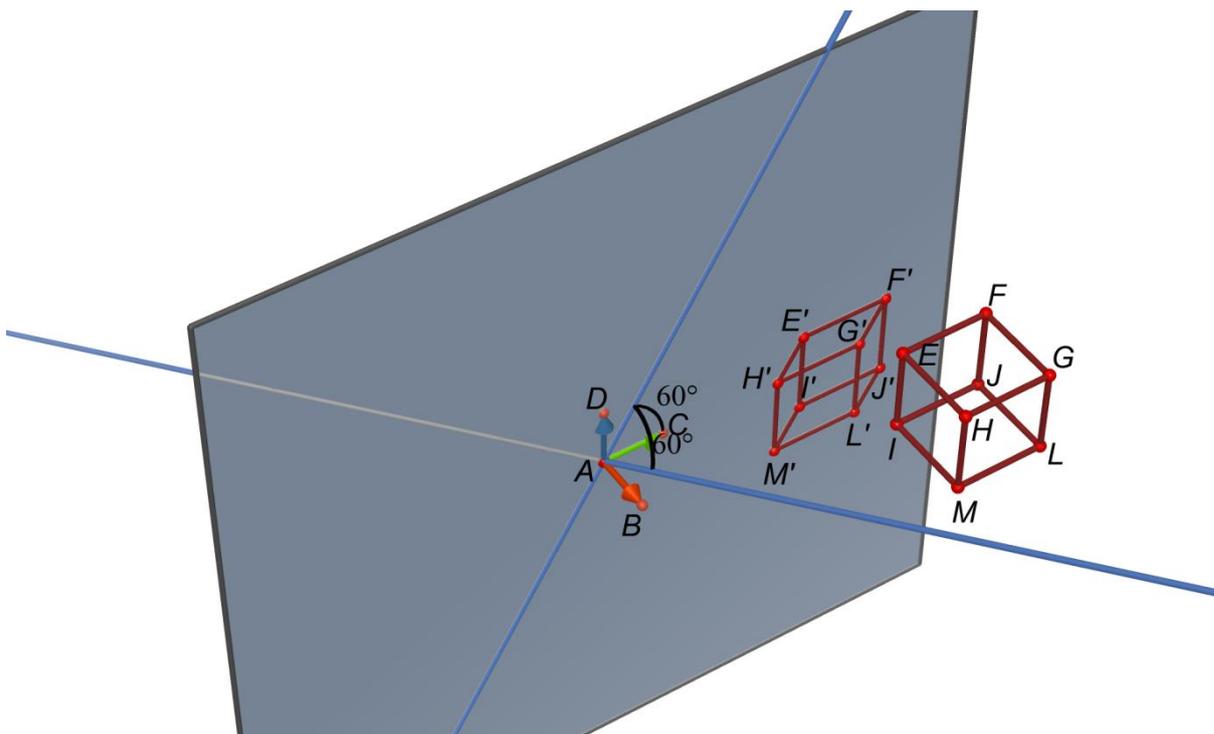


Figura 37: Perspectiva cavaleira de um cubo

A figura 37 ilustra a ideia da perspectiva cavaleira. Como já discutido anteriormente, as arestas do cubo paralelas ao plano vertical de projeção não sofrem modificações no seu comprimento. Os segmentos $\overline{M'L'}$ e $\overline{M'I'}$ formam 60° , bem como os segmentos $\overline{H'G'}$ e $\overline{H'E'}$. Agora, o comprimento do segmento $\overline{H'E'}$ é igual ao comprimento do segmento \overline{HE} multiplicado pela tangente de 30° (o complemento de 60°). O mesmo ocorre para os segmentos $\overline{G'F'}$, $\overline{L'J'}$ e $\overline{M'I'}$ da figura 32. O texto de Alvaro Rodrigues mostra como a perspectiva cavaleira do cubo pode ser construída diretamente no plano. Para isso, o autor apresenta uma estratégia (RODRIGUES, 1948, p.86) para a construção de um triângulo retângulo a partir dos ângulos α e β . Partindo-se da face frontal $MLGH$ do cubo, traça-se pelo vértice L uma semirreta que forma com a horizontal um ângulo de medida igual a β . Em seguida, traça-se por L uma perpendicular a essa semirreta e toma-se um ponto N de modo que \overline{LN} tenha medida igual àquela da aresta do cubo. Por fim, traça-se por N uma semirreta que forma com \overline{LN} um ângulo de medida $90^\circ - \alpha$. Essa semirreta determina o ponto J sobre a primeira semirreta construída de modo que a medida do segmento \overline{LJ} é igual ao produto entre a medida da aresta do cubo e a tangente de $90^\circ - \alpha$. As arestas restantes são obtidas a partir da construção de paralelas.

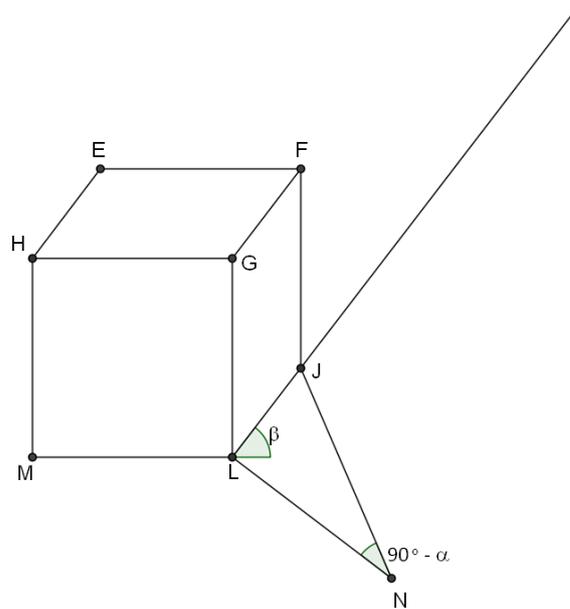


Figura 38: Processo para construção da perspectiva cavaleira de um cubo

No que diz respeito às convenções, Rodrigues (1948, p.87) afirma que os desenhistas “tomam para o ângulo de 30° da fugitiva com a horizontal $k = \frac{3}{4}$, isto é, a redução de $\frac{3}{4}$; para o ângulo de 45° , $k = \frac{1}{2}$; para o ângulo de 60° , $k = \frac{2}{3}$.” A escolha desses dois parâmetros (ângulo da fugitiva com a horizontal e fator k) depende da finalidade do desenho produzido. A fim de ilustrar tal ideia, Rodrigues (1948, p. 88) afirma que “as perspectivas cavaleiras de peças ou monumentos arquitetônicos são feitas em escala de redução menores que as de peças de máquinas, instrumentos, aparelhos, etc.”

Perspectiva Militar

O princípio para a determinação da perspectiva militar é o mesmo da perspectiva cavaleira, considerando-se o plano horizontal como sendo de projeção. Segundo Rodrigues (1948, p.89), “teve início nos bosquejos delineados pelas patrulhas napoleônicas para registrarem suas observações militares feitas de balões cativos ou de pontos elevados do terreno.”

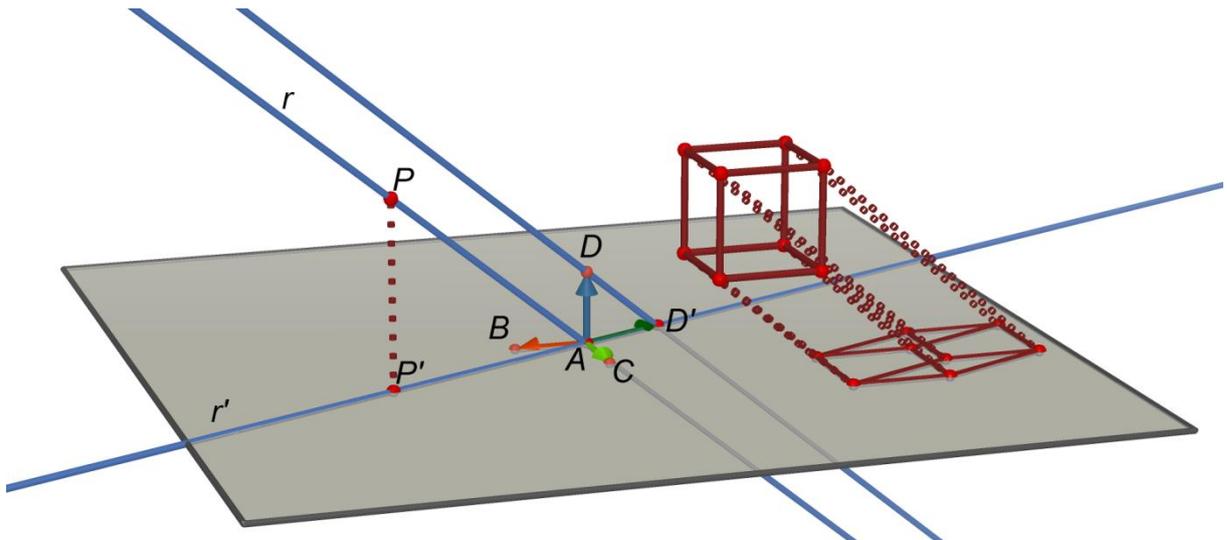


Figura 39: Perspectiva Militar

Sombra pelos raios paralelos

A perspectiva cavaleira de um objeto pode ser vista como a sombra produzida por um “foco luminoso lançado ao infinito” (RODRIGUES, 1948, p.92). Dessa forma, representa-se um objeto e sua respectiva sombra por meio da combinação de duas perspectivas cavaleiras, que possuem ângulos das fúgtivas diferentes.

Projeções clinográficas

Trata-se da reprodução em perspectiva cavaleira de cristais, “nas quais *não se coloca de frente* qualquer das faces do cristal e os ângulos da direção das projeções deixam de ser os habituais de 30°, 45° e 60°” (RODRIGUES, 1948, p.93-94), para o estudo de sua forma e propriedades. A figura 40 mostra como obter a projeção clinográfica de um cubo a partir de sua épura.

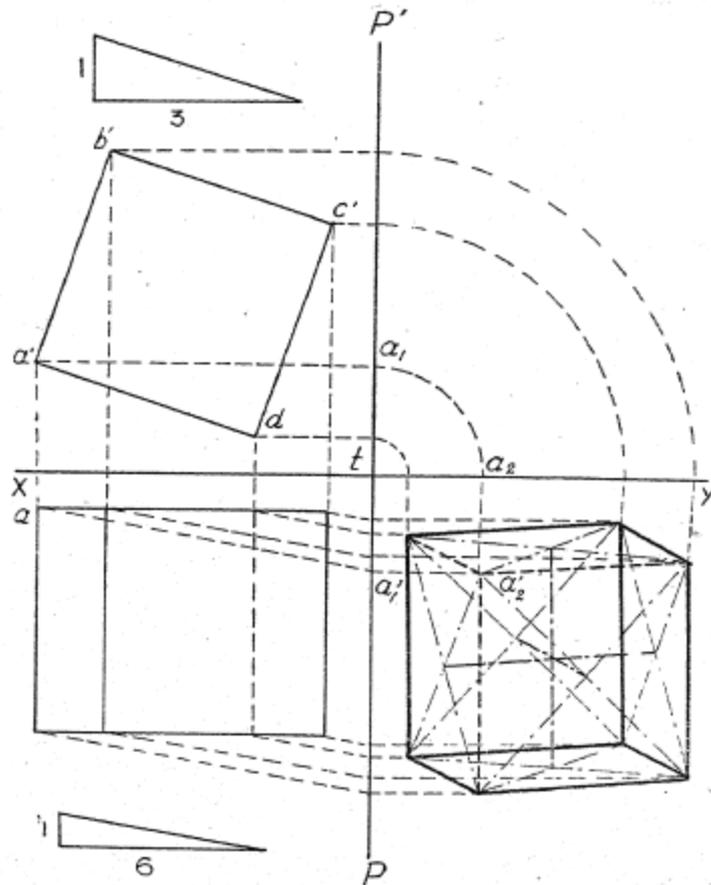


Figura 40: RODRIGUES, A. J. **Perspectiva Paralela - Classificação das Projeções e Projeções Axonométricas**. Rio de Janeiro: Ao Livro Técnico S.A., 1948. Figura 89, p. 96.

Axonometria

Rodrigues (1948, p.141) afirma que “axonometria é a representação dos objetos num plano único pelos sistemas de projeções cilíndricas e cônicas, estando êsses objetos relacionados a três eixos coordenados”. Um objeto tridimensional tem suas medidas e posição definidas a partir de um sistema de eixos de modo que, na axonometria, busca-se representar o objeto em um plano a partir da projeção do sistema de eixos sobre esse plano. A projeção cilíndrica de um sistema de três eixos ortogonais para a representação de pontos no espaço é um conjunto de três retas que concorrem em um ponto.

O capítulo XII da obra *Historia della Geometria Descrittiva* (LORIA, 1921) é dedicado à história da axonometria. Gino Loria destaca trabalhos de William Farish, Julius Weisbach, Schlömilch, Quintino Sella, entre outros¹⁶⁹. Os textos desses

¹⁶⁹ Esses autores constam na bibliografia da *Perspectiva Paralela* de Alvaro Rodrigues e as referências completas são encontradas no anexo A desta tese.

autores, publicados após 1820, apresentam diversos resultados que fundamentam, do ponto de vista matemático, a axonometria. Loria (1921) afirma que os termos “monodimétrica” e “anisométrica” aparecem pela primeira vez no texto de Weisbach *Die monodimetrische und axonometrische Projektionsmethode*, sugeridos pelo termo “isométrica” usado por Farish em seu *On isometrical perspective*.

O Teorema de Schlämilch pode ser enunciado da seguinte forma: “a projeção ortogonal do vértice O do triedro triretângulo do espaço sobre o quadro é o ponto de concurso das alturas do triângulo que o representa” (RODRIGUES, 1948, p. 215). No capítulo X do livro *Analytische geometrie des raumes*¹⁷⁰ de Schlämilch, encontra-se a seção *Die axonometrische Projection*, cujo conteúdo é publicado posteriormente com título *Über die axonometrische projection* no periódico *Der civilingenieur*, em 1856.

O professor da ENBA Roberto Muniz Gregory proferiu uma conferência sobre axonometria, em 1953, na Escola Fluminense de Engenharia. Essa conferência foi publicada *post mortem*, em 1962, sob o título *Axonometria – Classificação dos Sistemas de Representação – Princípio Axonométrico*¹⁷¹. O texto enfoca a graduação dos eixos axonométricos, considerando-se o caso das projeções cônicas e cilíndricas. Em se tratando de texto originado a partir de uma conferência, nota-se caráter informativo e genérico da exposição, sem que sejam expostos os detalhes ou justificativas das construções apresentadas. Contudo, o texto de Muniz Gregory mostra como esse tema era tratado no contexto da ENBA.

¹⁷⁰ (SCHLÖMILCH, 1855).

¹⁷¹ Há breve biografia do professor Gregory na introdução da referida publicação sobre Axonometria. Há menção dos seguintes textos deste professor: “Ensaio de Axonometria” (exame para o cargo de docente da Escola Nacional de Engenharia); “Quádras de Revolução” (exame para o cargo de catedrático na mesma Escola); “Representação da Linha Reta” (exame para o cargo de catedrático na Escola Nacional de Belas Artes); “A visibilidade nos diedros de Monge – O terceiro diedro no Desenho Técnico”; “Perspectiva Linear Cônica, Método das Rotações” (publicado pela Escola Nacional de Engenharia).

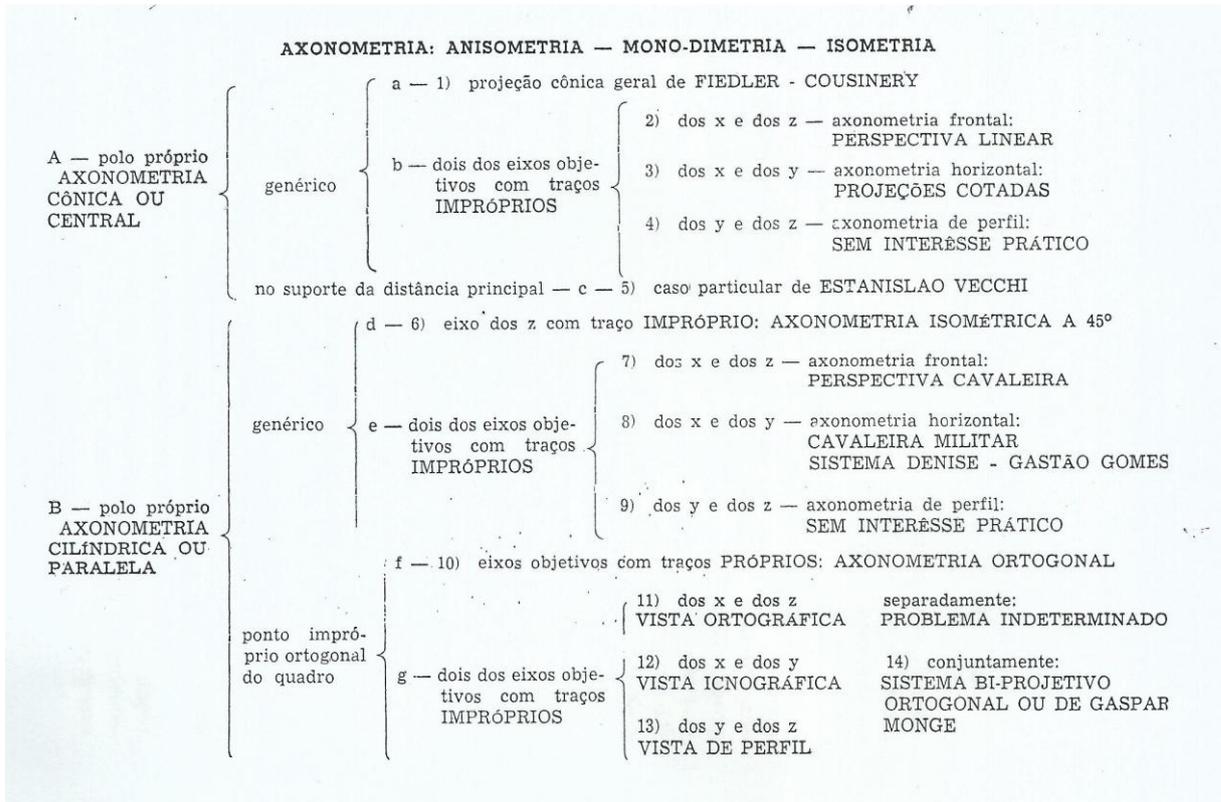


Figura 41: Quadro sinótico da Axonometria de Muniz Gregory

O principal teorema da axonometria é o Teorema de Pohlke-Schwarz. Rodrigues (1948, p. 142) afirma que

a teoria geral da axonometria tem como ponto de referência para a sua iniciação a *proposição* instituída por Gauss em 1840 para a axonometria ortogonal, por ter essa proposição despertado no geômetra alemão Karl Pohlke, treze anos mais tarde, a idéia de seu célebre teorema.

A proposição atribuída a Gauss pode ser enunciada da seguinte forma: se u , v e w são três números complexos representando os segmentos nos quais se projetam ortogonalmente três segmentos iguais e dois a dois ortogonais, então $u^2 + v^2 + w^2 = 0$ ¹⁷². Loria (1921) afirma que o primeiro a assinalar a importância desse teorema para a Geometria Descritiva foi Gustav Holzmüller¹⁷³ e Alvaro Rodrigues

¹⁷² No artigo *Geometrische Seite der ternären Formen*, Gauss enuncia o teorema da seguinte maneira: "Sind die complexen Werthe der orthographischen Projection von drei gleich langen und unter einander senkrechten Graden a , b , c , so ist $aa+bb+cc=0$ " (GAUSS, 1876, p. 309). Uma demonstração para o Teorema de Gauss pode ser encontrada em Dörrrie (1965, p. 307-310).

¹⁷³ Loria (1921) indica como referência o artigo *Der Gaußsche Fundamentalsatz der orthographischen Axonometrie* de Holzmüller. Além disso, Loria afirma que o artigo *Über orthogonale Axonometrie und Weisbachs Satz*, de M. Koppe, mostra dependência entre os teoremas de Gauss e de Schlämilch, "uno dei quali può riguardarsi come corollario dell'altro" (LORIA, 1921, p.429).

reproduz, nas páginas 142 a 144 de sua *Perspectiva Paralela* sua demonstração¹⁷⁴. Holzmüller prova o Teorema de Gauss a partir de uma sequência de épuras de um cubo de aresta 1, obtidas por meio de rotações que o deixam apoiado sobre um único vértice no plano horizontal.

Embora o Teorema de Gauss trate de uma propriedade de números complexos, sua formulação envolve a projeção ortogonal de três segmentos perpendiculares dois a dois sobre um plano. O caso mais geral, em que a direção de projeção não necessariamente é normal ao plano, é a essência do Teorema Fundamental da Axonometria (Teorema de Pohlke-Schwarz): quatro pontos arbitrários de um plano que não estão todos alinhados podem ser considerados como uma projeção oblíqua dos vértices de um tetraedro semelhante a outro tetraedro dado (DÖRRIE, 1965, p.303). Em outras palavras, qualquer conjunto de três segmentos coplanares $O'X'$, $O'Y'$, $O'Z'$ tais que no máximo três dos pontos O' , X' , Y' e Z' estão alinhados pode ser considerado como uma projeção paralela de três segmentos não coplanares OX , OY e OZ (SKLENÁRIKOVÁ, 2007).

A exposição de Alvaro Rodrigues sobre os teoremas de Gauss e de Pohlke destaca alguns aspectos relevantes de sua obra. Além de relacionar o estudo da axonometria aos trabalhos dos matemáticos que provaram resultados importantes para esse campo, o autor apresenta uma demonstração que tem todo seu fundamento geométrico analisado por meio de épuras. Embora o Teorema de Pohlke apareça no texto de Rodrigues sem uma demonstração, conta com nota histórica que tem como base a *Historia della Geometria Descrittiva* de Gino Loria, *Elementarmathematik vom höheren Standpunkte aus* de Klein e o artigo *On the problem of projection* de Cayley¹⁷⁵. É possível inferir que a escolha das demonstrações apresentadas na obra de Alvaro Rodrigues privilegia as ideias envolvidas nessa prova, uma vez que outras demonstrações justificariam o teorema, mas não ensinariam Geometria Descritiva para o público alvo do texto. Nota-se que a parte do texto de Alvaro Rodrigues dedicada à axonometria tem forte influência de literatura de origem alemã.

O professor Rodrigues, como já mencionado na seção 2.4.4 desta tese, indicou, em sua obra, a atenção dada ao teorema de Pohlke por Luiz Caetano de

¹⁷⁴ (HOLZMÜLLER, 1935, p. 261).

¹⁷⁵ As referências completas dessas obras encontram-se no anexo A desta tese.

Oliveira, antigo professor da Escola Politécnica. Embora Rodrigues (1967) afirme que Caetano de Oliveira demonstrou esse teorema, não foi possível localizar, durante essa pesquisa, essa demonstração. A figura 23 mostra o axonômetro feito por Luiz Caetano para ilustrar tal teorema.

Projeções combinadas: ortogonais e oblíquas

Tal qual Monge introduz sua obra sobre GD discutindo formas de determinar a posição de um ponto no espaço (concluindo que são suficientes as duas projeções desse ponto sobre dois planos ortogonais), Alvaro Rodrigues introduz a seção sobre as projeções combinadas tratando do mesmo tema. A projeção ortogonal de um ponto sobre um plano é bem determinada e única, afirma o autor. Porém, essa projeção é insuficiente para determinar sua posição no espaço. São necessárias mais informações para sua determinação. Para tal, Alvaro Rodrigues apresenta três soluções: as projeções combinadas, as projeções cotadas e a axonometria ortogonal.

Alvaro Rodrigues chama tal método de “Método de Denise-Gastão Gomes”¹⁷⁶, prestando homenagem a Gastão Gomes, professor de Geometria Descritiva¹⁷⁷ da Escola de Minas de Ouro Preto, que “organizou esse método representativo, dando as normas e os processos que garantem o seu funcionamento nas mãos dos técnicos e dos desenhistas” (RODRIGUES, 1948, p.101). Além disso,

pleiteando em 1929 a cadeira de Geometria Descritiva da Escola de Engenharia da Universidade de Minas Gerais, [...], reproduziu os seus exaustivos estudos sobre esse método na brilhante tese de livre escolha que apresentou à Congregação dessa Escola. (RODRIGUES, 1948, p.101)

Na ENBA, esse tema foi tratado por Giuseppina Pirro em sua tese¹⁷⁸ de concurso para a cadeira de Geometria Descritiva da FNA em 1948. Assistente do professor Rodrigues durante o exercício do magistério na ENBA, Pina (como era

¹⁷⁶ M. Denise era professor de desenho na Escola Especial de Arquitetura de Paris, no final do século XIX (GUIMARÃES et alli, 2007).

¹⁷⁷ GOMES, G. **Lições de Geometria Descritiva: systema de projecções oblíquas de Denise**. Ouro Preto: Livraria Mineira, 1926.

¹⁷⁸ PIRRO, Giuseppina. **Método de Denise Gastão Gomes...** Rio de Janeiro: [s.n.], 1948. (Tese de concurso para a cadeira de Geometria Descritiva da Faculdade Nacional de Arquitetura). Uma cópia desta tese encontra-se na biblioteca do CPII.

conhecida Giuseppina) apresentou aplicações do método de Denise-Gastão Gomes para a didática do ensino e para o desenho arquitetônico (RODRIGUES, 1967).

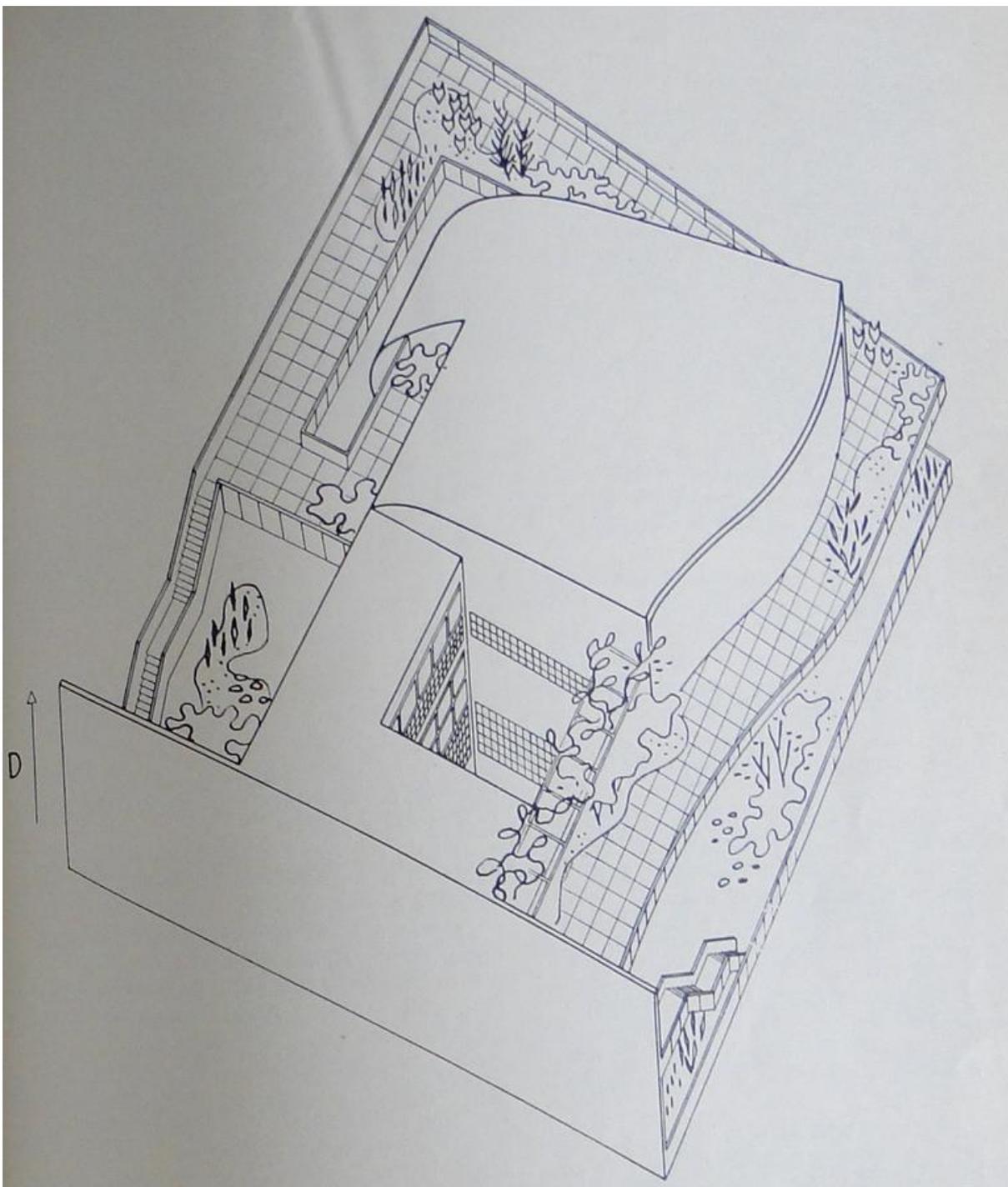


Figura 42: Contribuição Brasileira à Geometria Descritiva. In: **Enciclopédia Delta Larousse**. 2a. edição revista e atualizada. Rio de Janeiro: Delta S. A., 1967. Épura de aplicação do método de Gastão Gomes ao desenho arquitetônico por Giuseppina Pirro.

Projeções Cotadas

A Geometria Cotada fundamenta-se na ideia de que um ponto do espaço tem sua posição determinada a partir da sua projeção sobre um plano (o plano de comparação) e de um número real (a cota), que dá a distância do ponto a esse plano. Tomando-se o plano de comparação horizontal, os pontos do semiespaço superior possuem cotas positivas, sendo atribuídas aos pontos do semiespaço inferior cotas negativas.

Atribui-se a Phillippe Buache, cartógrafo francês do século XVIII, a criação desse sistema. A figura 43 apresenta como as projeções cotadas foram usadas por Buache na Carta do Canal da Mancha, em 1752. As cotas são apresentadas na parte superior do mapa com o intuito de descrever o relevo subaquático. O mapa adverte que, em 1737, Buache apresentou manuscrito à Academia de Ciências do plano físico do Canal.



Source gallica.bnf.fr / Bibliothèque nationale de France

Figura 43: Carte physique et profil du canal de la Manche et d'une partie de la Mer du Nord

Esse tema é descrito sem maiores detalhes na "Perspectiva Paralela" do professor Rodrigues, sendo encontrados, nesse texto, apenas aspectos gerais sobre a representação por meio de cotas. No primeiro volume de sua Geometria Descritiva, a partir da 2ª edição, Alvaro Rodrigues expõe com mais detalhes os métodos construtivos das projeções cotadas. Isso será discutido na seção 4.3.2 desta tese.

A parte final do livro (capítulos VI - XII), dedicada às projeções axonométricas, aprofunda os resultados já tratados anteriormente. São apresentados os teoremas de Gauss, Pohlke e Schlömilch, os processos de Weisbach, Amaturro e Vecchi.

"Perspectiva Paralela" é um texto amplo no que diz respeito à variedade de construções apresentadas. Alvaro Rodrigues busca fundamentar os resultados, tornando o texto, em certas ocasiões, denso do ponto de vista matemático.

4.3.2 Operações Fundamentais e Poliedros

O primeiro volume da geometria descritiva de Alvaro Rodrigues, como visto anteriormente¹⁷⁹, nasceu a partir das notas de aula destinadas aos cursos da ENBA e cresceu com a inclusão de notas históricas e de novos métodos de representação.

Em sua introdução, o professor Rodrigues apresenta diferentes abordagens para o ensino dessa disciplina em diversos países. Expõe o mecanismo usado em instituições alemãs de ensino, que chama de "museu de geometria descritiva". Trata-se do estudo dos objetos a partir de suas projeções em dois planos, representados por pranchetas unidas por meio de dobradiças. A operação de rebatimento dos planos de projeção que gera a épura é realizada por meio das dobradiças. Dessa forma, "vendo os exemplares do Museu e desenhando as épuras, adquire o aluno o hábito de ver mentalmente - que é o resultado de uma educação" (RODRIGUES, 1964, p.v).

Em seguida, o autor passa à exposição de uma breve biografia do "criador"¹⁸⁰ da geometria descritiva. Sua exposição inclui citações diretas de Lagrange, Gino Loria, Abbé Moreaux, além de indicar ao leitor as obras de Dupin, Brisson e

¹⁷⁹ Veja as seções 2.4.3 e 2.4.4.

¹⁸⁰ Como Sakarovitch (1998) mostra diversas aplicações da dupla projeção na arquitetura antes das lições de Monge, é mais adequado que este seja considerado o "sistematizador" da GD.

Arago¹⁸¹. A concepção de que a compreensão de um tema passa pela compreensão de sua história é evidente na obra de Alvaro Rodrigues e ficou marcada na lembrança de seus familiares, bem como nas fontes secundárias sobre o autor. O professor Rodrigues conclui sua introdução expondo sua experiência na ENBA e ilustrando suas ideias com imagens de trabalhos de alguns ex-alunos.

Operações fundamentais pelo método de Monge – ponto, reta e plano

O autor discute, inicialmente, a fundamentação teórica necessária para todo o trabalho a ser desenvolvido no livro. Classifica a projeção de um ponto sobre um plano em dois sistemas: o de projeções cilíndricas e o de projeções cônicas. Apresenta um conjunto de definições, teoremas sobre retas perpendiculares a planos, ângulos e diedros. Em seguida, expõe o princípio do método da dupla projeção ortogonal e a transformação que leva dois planos ortogonais em um único plano, gerando a *épura* de um objeto situado no espaço.

Sobre a notação adotada pelo professor Rodrigues, as projeções ortogonais de um ponto A sobre os planos vertical e horizontal são indicadas, respectivamente, por a' e a . A reta determinada pelos pontos A e B é representada pelas retas $a'b'$ e ab nos planos vertical e horizontal. O plano fica representado por seus traços, isto é, as retas de interseção desse plano com os planos de projeção vertical e horizontal. O traço vertical é indicado por letra maiúscula com apóstrofo e o traço horizontal por letra maiúscula apenas¹⁸². A estratégia didática adotada pelo professor Rodrigues para o estudo das *épuras* baseia-se na apresentação de diversos casos particulares

¹⁸¹ As referências completas desses autores encontram-se no Anexo A desta tese.

¹⁸² A mesma notação é adotada por Süsskind (1933). Porém, em livros publicados por outros autores após Alvaro Rodrigues, como Príncipe Júnior (1976) e Pinheiro (1978), é adotada a “notação cremoniana”: (A) indica um ponto do espaço; A' e A as projeções sobre os planos vertical e horizontal, respectivamente; a reta determinada pelos pontos A e B , indicada por $(A)(B)$, é representada pelas retas $A'B'$ e AB nos planos vertical e horizontal; o plano (α) fica representado por seus traços, isto é, as retas de interseção desse plano com os planos de projeção vertical (π') e horizontal (π). O traço vertical é indicado por $\alpha\pi'$ e o traço horizontal por $\alpha\pi$. O uso da notação cremoniana está explicitamente justificado no prefácio do volume I da coleção “Noções de Geometria Descritiva” do prof. Virgílio Athayde Pinheiro, cuja primeira edição deu-se em 1961, antes da última do professor Alvaro Rodrigues, que data de 1964. Sobre o assunto, escreveu o professor Virgílio no prefácio do primeiro volume de sua obra: “Adotamos a notação cremoniana por entendermos que, já agora sua aceitação entre nós tende a generalizar-se rapidamente. Fizemo-lo, porém, quanto ao que ela tem de essencial, visando favorecer a transição do enraizado sistema tradicional ao sistema proposto por Cremona” (PINHEIRO, 1978). Essa notação pode ser inspirada nas denominações que Cremona estabeleceu no começo do seu livro de geometria projetiva, no § 1, entre as definições.

para e representação de pontos, retas e planos. Trata-se de uma das *élémentations* identificadas por Barbin (2015) no desenvolvimento da GD após o texto de Monge.

A abordagem introdutória de Rodrigues para o estudo da geometria descritiva no texto “Operações Fundamentais e Poliedros” segue as *élémentations* apontadas por Barbin (2015). No texto de L.L. Vallée, por exemplo, encontra-se a ideia de estudar os elementos a partir de suas posições *les plus remarquables*. Essa abordagem é encontrada nos textos de autores brasileiros e baseia-se na análise de problemas considerando diversos casos particulares. É possível inferir que, no contexto brasileiro, cristalizou-se a ideia de pensar por meio de casos particulares. Dessa forma, a noção de generalidade no estudo da geometria descritiva passa pela análise de “todos” os casos possíveis.

No texto de Rodrigues, por exemplo, o estudo da representação do ponto é dividido nos seguintes casos: ponto no primeiro diedro, no segundo, no terceiro, no quarto, no plano horizontal, no plano vertical, no primeiro plano bissetor, no segundo bissetor, no terceiro bissetor e no quarto bissetor. Essa abordagem assemelha-se àquela encontrada no F.I.C., que mostra nove posições possíveis para o estudo do ponto (figura 29).

Para o estudo da reta, Rodrigues (1964) mostra que a projeção de uma reta sobre um plano é outra reta ou um ponto, que uma reta, em geral, fica determinada a partir de suas projeções sobre dois planos ortogonais e que as projeções de um ponto sobre a reta estão contidas nas projeções da reta. Para sua representação, considera os seguintes casos particulares: reta no plano horizontal, reta no plano vertical, reta no primeiro, no segundo, no terceiro e no quarto bissetor, reta horizontal (paralela ao plano horizontal), reta de frente (paralela ao plano vertical), reta paralela à linha de terra, reta vertical (perpendicular ao plano horizontal), reta de topo (perpendicular ao plano vertical) e reta de perfil (situada em um plano perpendicular aos planos de projeção). Esses casos podem ser encontrados na edição brasileira do F.I.C., como já mostrado na seção 4.1.

Em seguida, Rodrigues (1964) apresenta um teorema que dá a condição para que duas retas do espaço sejam concorrentes a partir de suas épuras. Trata-se de uma proposição que é mostrada por meio de três configurações especiais entre as retas. O autor reproduz essa ideia para retas paralelas, apresentando um teorema que dá condição de paralelismo a partir de suas épuras, sendo, também, consideradas três configurações particulares.

Há, nos exercícios, a prática de trabalho em cartonagem, isto é, a construção de modelos tridimensionais das épuras em papel cartão para desenvolver a capacidade de visualização e criar uma imagem mental para as épuras. Essa concepção diz respeito à didática do ensino da disciplina, cujas influências foram apresentadas na introdução do livro “Operações Fundamentais e Poliedros”.

O plano é representado por meio de seus traços, isto é, suas retas de interseção com os planos horizontal e vertical. Seguindo as *élémentations* encontradas na edição brasileira do F.I.C., Rodrigues (1964) estuda os seguintes casos particulares: plano paralelo ao plano horizontal, plano de frente (paralelo ao plano vertical), plano paralelo à linha de terra, plano vertical (perpendicular ao plano horizontal), plano de topo (perpendicular ao plano vertical), plano de perfil (perpendicular aos planos horizontal e vertical), planos que contêm a linha de terra, sendo discutida a necessidade de se ter a épura de um ponto contido nele para a determinação deste plano.

Terminada a representação de pontos, retas e planos, Rodrigues (1964) passa ao estudo de retas especiais de um plano. Dessa forma, são resolvidos problemas de determinação de uma reta horizontal de um plano (reta do plano paralela ao plano horizontal), de uma reta frontal do plano (reta do plano paralela ao plano vertical), da reta de maior declive de um plano (reta do plano que forma o maior ângulo com sua projeção nesse plano), representação de um ponto e de uma reta que pertencem a um plano, determinação dos traços de um plano pelos traços de duas retas concorrentes contidas nele.

Os problemas sobre interseção entre planos são agrupados por Alvaro Rodrigues em três grupos:

1. são conhecidos os traços dos dois planos, considerando-se sete casos:
 - 1.1. o caso geral;
 - 1.2. um deles é vertical ou de topo;
 - 1.3. um deles é horizontal ou de frente;
 - 1.4. os traços se cruzam na linha de terra;
 - 1.5. os dois planos têm seus traços em linha reta, inclinados em relação a xy , interseção dos planos horizontal e vertical de projeção, e se cortam nessa linha;
 - 1.6. os traços não se cruzam nos limites da épura;
 - 1.7. os planos são paralelos à linha de terra;

2. são conhecidos os traços de um único plano, dividido em três outros casos:
 - 2.1. um deles é de topo e o outro é dado por duas retas concorrentes;
 - 2.2. um deles é qualquer dado pelos seus traços e o outro é dado por duas retas concorrentes;
 - 2.3. um dos planos é dado por seus traços e o outro é dado passando por xy e um ponto;
3. os planos não são dados pelos seus traços, considerando o caso em que ambos são dados por duas retas que se cortam.

Prosseguindo seu estudo, Rodrigues (1964) analisa problemas de interseção entre retas e planos, considerando o caso em que as retas não ocupam posição especial. Sobre o caso de uma reta perpendicular a um plano, introduz e prova o seguinte teorema: se uma reta é perpendicular a um plano, suas projeções são perpendiculares aos traços do plano. Faz o mesmo para os planos paralelos, ao enunciar e provar o seguinte teorema: dois planos paralelos têm seus traços, respectivamente, paralelos. Por fim, discute como, dado um plano, traçar outro paralelo a este por um ponto dado. Analisa a solução a partir de casos: se o plano é dado por retas concorrentes ou se o plano é dado pelos traços.

O estudo dos casos listados anteriormente ocupa as primeiras oitenta e oito páginas do livro “Operações Fundamentais e Poliedros”. A abordagem é baseada na análise de casos particulares, todos eles acompanhados de diversas épuras ilustrativas.

Rebatimentos, mudanças de planos e rotações

Passando aos métodos descritivos, no capítulo II de “Operações Fundamentais e Poliedros”, o professor Rodrigues expõe os métodos dos rebatimentos, das mudanças de planos e das rotações. Por meio de uma rotação em torno de um eixo, é possível levar uma figura plana a um plano conveniente. Além disso, pode-se fixar a figura e mudar os planos de projeção. Para a solução de problemas métricos, isto é, problemas associados à determinação de medidas, rebatimentos e mudanças de planos de projeção constituem estratégia fundamental, visto que “o rebatimento de uma figura plana sobre um dos planos de projeção

apresenta a figura em verdadeira grandeza sobre esse plano” (RODRIGUES, 1964, p.88). O professor Rodrigues, em seguida, apresenta rebatimentos de um ponto sobre os planos horizontal e vertical, levando em consideração diversos casos particulares. De maneira análoga, mostra rebatimentos de retas sobre os planos de projeção, também considerando uma variedade de casos.

Ao rebater uma figura plana sobre um plano, Alvaro Rodrigues estabelece uma *correspondência homológica* entre a projeção da figura com o seu rebatimento. Na correspondência homológica entre a projeção de uma figura sobre um plano e seu rebatimento sobre esse plano, “o *eixo de homologia* seria, então, o eixo do rebatimento, estando o *centro de homologia* situado no infinito” (RODRIGUES, 1964, p. 103).

Cabe aqui destacar que Rodrigues já usava essa noção de correspondência homológica com centro no infinito antes da reformulação de seu segundo volume, que incluiu as noções da geometria projetiva. Isso pode indicar que certas ideias dessa geometria eram vistas por Rodrigues como importantes desde o início da composição de sua obra. Os anos de experiência podem ter-lhe mostrado a necessidade de abordá-las de forma sistemática, justificando a reformulação do segundo volume. Neste, há um capítulo inteiro dedicado ao conceito de homologia plana. Esse tema será aprofundado a seguir.

Do ponto de vista historiográfico, Alvaro Rodrigues entende que o método operatório dos rebatimentos foi instituído por Monge como extensão do conceito de correspondência. Além disso, também entende que o método das mudanças de planos de projeção foi esboçado por Monge, porém estabelecido e desenvolvido por Olivier. Barbin (2015) corrobora esta concepção historiográfica, mostrando que Olivier é responsável por dar ao método das mudanças a noção de problema elementar. Em outras palavras, é Olivier quem dá a esse método o *status* de ferramenta elementar para a solução de problemas.

O capítulo II de “Operações Fundamentais e Poliedros” consiste na análise de rebatimentos de figuras planas e da operação inversa do rebatimento. Sobre o método das mudanças, considera a mudança do plano vertical de projeção em relação a pontos e retas, a mudança do plano horizontal de projeção em relação a pontos e retas e a mudança do plano de projeção em relação a um plano. Sobre o método das rotações, considera rotações de pontos e retas em torno de eixos

verticais ou de topo, paralelo à linha de terra ou quaisquer e, por fim, das rotações de planos. Todos os métodos são estudados a partir de diversos casos particulares.

Nos processos anteriores descritos, Alvaro Rodrigues aplica-os com o intuito de tornar horizontal ou de frente uma reta qualquer, tornar paralela aos planos de projeção uma reta qualquer e tornar de topo ou vertical um plano qualquer. Isso se justifica pelo fato de que, nessas posições particulares, os objetos se apresentam em verdadeira grandeza sobre os planos horizontal e vertical. Essa é a motivação necessária para o capítulo III, que trata da solução de problemas métricos. Todos os problemas apresentados por Rodrigues envolvem determinação de distâncias¹⁸³ e medidas de ângulos. Em todas as soluções, o professor Rodrigues usa rebatimentos, mudanças de planos ou rotações com o intuito de exibir os segmentos e os ângulos, dos quais se deseja determinar a medida em verdadeira grandeza, em uma posição conveniente.

Triedros, poliedros irregulares e regulares

Os capítulos IV, V e VI de “Operações Fundamentais e Poliedros” tratam, respectivamente, dos triedros, dos poliedros irregulares e dos poliedros regulares. De maneira geral, o texto procura mostrar como são determinados os elementos principais de um triedro. Para os poliedros irregulares, Rodrigues aborda as representações em épura de prismas e pirâmides, bem como suas seções planas, a planificação da superfície lateral desses sólidos e os problemas de interseções entre eles. Já para os poliedros regulares, o texto enfatiza suas representações em épura e sua planificação. Os três capítulos mencionados correspondem a uma extensa parte do livro, ocupando as páginas 163 até 269, e contêm numerosas épuras ilustrativas. A figura 44 mostra a épura de interseção entre dois prismas.

¹⁸³ Entre os problemas apresentados no capítulo III de “Operações Fundamentais e Poliedros”, encontra-se o da determinação da perpendicular comum a duas retas reversas. Esse problema foi introduzido na seção 4.1 e a solução do professor Rodrigues será apresentada na seção 4.3.4 desta tese.

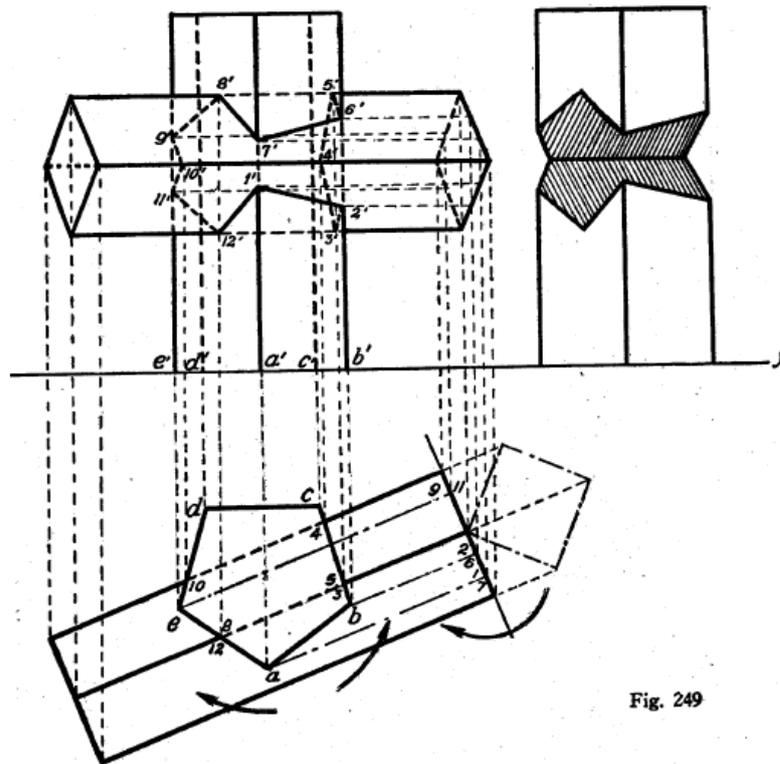


Fig. 249

Figura 44: RODRIGUES, A. J. **Geometria Descritiva - Operações Fundamentais e Poliedros**. 6. ed. Rio de Janeiro: Ao Livro Técnico S.A., 1964. Figura 249, p. 234.

Ao definir triedro como o ângulo sólido formado por três planos que se intersectam em um ponto, Alvaro Rodrigues apresenta os seus principais elementos (vértice, faces, arestas), bem como os seis ângulos dessa figura: três ângulos formados pelas arestas duas a duas e três ângulos diedros formados pelas faces duas a duas. Sobre esses ângulos, Rodrigues (1964, p.163) afirma que

sendo dados três destes seis ângulos podem-se determinar os outros três, graficamente, com o auxílio dos métodos dos rebatimentos e das mudanças de planos de projeção, com a mesma exatidão com que a Trigonometria esférica, pelas suas fórmulas, os calcula.

O autor indica para seus leitores a *Correspondance sur l'École Impériale Polytechnique*, publicada por Hachette (1813). Alvaro Rodrigues destaca a noção de triedro suplementar, introduzida por Hachette na *Solution complète de la pyramide triangulaire* (1804) e usada amplamente por Rodrigues em seu capítulo IV para a “resolução do triedro”, isto é, sua construção e determinação dos elementos desconhecidos em verdadeira grandeza. Além disso, há a indicação por Rodrigues da *Solution analytique de la pyramide triangulaire, comprenant la trigonométrie sphérique* (1807), na qual Hachette apresenta “processo diferente do usado por seu mestre Gaspard Monge, que resolveu êsse último problema pela construção de

planos tangentes comuns a dois cones” (RODRIGUES, 1964, p.165). Essa citação ocorre em uma nota de rodapé do texto de Rodrigues, porém mostra que seu autor articula informações históricas relevantes sobre os temas que aborda.

A abordagem para o estudo dos poliedros irregulares adotada por Rodrigues enfatiza a representação em é pura de prismas e pirâmides em diversas posições. O autor procura apoiar esses sólidos em diversos planos particulares, discutindo, em cada caso, quais faces são visíveis para o observador. As seções planas destes sólidos também são estudadas por meio de casos particulares, considerando-se seções obtidas por planos de topo e planos verticais, por exemplo. Rodrigues apresenta não apenas a é pura da seção obtida, mas aplica um rebatimento para apresentá-la em verdadeira grandeza.

A homologia é apresentada por Rodrigues como um processo construtivo para a obtenção de uma seção plana de uma pirâmide. Para tal, o autor considera a base da pirâmide como a projeção central, com centro no vértice da pirâmide da seção, sobre o plano horizontal. A projeção horizontal da seção é uma projeção com centro no infinito na perpendicular ao plano horizontal. Dessa forma, a base da pirâmide e a projeção horizontal da seção encontram-se em correspondência homológica e, determinados dois pontos correspondentes dessas figuras, os outros ficam perfeitamente definidos. A ideia é reproduzida para os prismas, considerando a sua base e uma seção plana como projeções sobre o plano horizontal, respectivamente, com centro no infinito em uma reta paralela às arestas laterais sobre o plano horizontal e com centro no infinito em uma perpendicular ao plano horizontal. Para essa abordagem, Rodrigues (1964) indica influência do texto *Die Zentralprojektion als geometrische Wissenschaft*, de Otto Wilhelm Fiedler, e expõe, em nota de rodapé, a noção de “afinidade” presente nesta obra.

O estudo das interseções de poliedros tem por finalidade “a aplicação desses conhecimentos na estereotomia da madeira” (RODRIGUES, 1964, p. 145). Dessa forma, o capítulo V de “Operações Fundamentais e Poliedros” é encerrado com diversas aplicações para a carpintaria, como emenda de vigas, balanceamento de escadas, aduelas para moldes e cambotas para armação.

Projeções Cotadas

De maneira geral, um ponto do espaço tem sua posição determinada a partir

de dois elementos: sua projeção ortogonal sobre um plano, chamado de plano de comparação, e um número real, a cota, que indica sua distância ao plano de projeção. “É, portanto, uma representação mista: *gráfica e numérica*” (RODRIGUES, 1964, p.272). Adotam-se os sinais + e – para especificar em que semiespaço em relação ao plano de projeção o ponto se situa. Dessa forma, $p(5)$ representará o ponto P que dista cinco unidades de comprimento deste plano. Já o simétrico de P em relação a este plano será representado por $p(-5)$.

Ao tratar das projeções cotadas, Rodrigues (1964, p.271 e 272) afirma que “êste método de representação [...] só teve, porém, sua sistematização, como *método representativo*, nas publicações dos trabalhos dos engenheiros militares franceses: Chatillon, Mureau e Noizet”. A *Memoire sur la géométrie appliquee au dessin de la fortification*¹⁸⁴ de F. Noizet apresenta a solução de diversos problemas geométricos por meio das cotas. Ainda para Rodrigues (1964), essas publicações são posteriores à criação da Geometria Descritiva, da qual receberam maior impulso, influência e coordenação. Chatillon, primeiro comandante da *École du Genie*, em 1748, e outros oficiais como Millet de Mureau, em 1749, Dubuat, em 1768, e Meusnier, em 1777, abordaram a questão do “desfilamento” em tratados sobre fortificação, cuja solução compreende uma grande parte da Geometria Descritiva (HACHETTE, 1822).

É importante inserir um contraponto indicado por Noizet. Enquanto Monge define como objetivo da Geometria Descritiva lidar com figuras tridimensionais “sujeitas a definições rigorosas”, Noizet (1823) afirma que sua *memoire* trata de grandezas que não podem ser definidas rigorosamente ou que não são geométricas e que o desenho de fortificação pode não ser imediatamente deduzido dos preceitos da Geometria Descritiva. O autor conclui que o método da dupla projeção é o mais cômodo para questões abstratas, mas, na carpintaria e no corte de pedras, frequentemente se faz uso de uma única projeção. Essa ideia é, portanto, utilizada por Noizet em seu método de desenho de fortificação. Rodrigues (1964) justifica a apresentação do método das projeções cotadas em seu livro afirmando que

O método ou sistema representativo de Gaspar Monge, que ainda não foi superado por qualquer outro devido ao seu perfeito funcionamento e simplicidade, apresenta entretanto, alguns inconvenientes na sua aplicação aos estudos de topografia, de hidrografia, de fortificações e nos projetos de estradas e canais. Com efeito, os traçados resultantes desses estudos têm

¹⁸⁴ Embora Rodrigues (1964) afirme que esse texto foi publicado em 1833 no número 6 do *Memorial de l'officier du genie*, esse número data de 1823.

dimensões horizontais consideráveis em relação ao seu relevo. Se uma projeção horizontal se torna indispensável, uma projeção vertical seria de todo desnecessária para a clareza desses estudos, pelo acúmulo de linhas nas proximidades de L.T.¹⁸⁵ Por sua vez, as projeções verticais das retas, que se teriam de representar, sendo muito inclinadas sobre o horizonte, cortar-se-iam em ângulos muito agudos, cujos pontos de encontro, por isso, seriam mal determinados. Remove êsses inconvenientes no traçado das respectivas épuras o *método de representação* denominado *das Projeções cotadas*. (RODRIGUES, 1964, p.271)

A figura 45 mostra um segmento de reta no espaço e sua representação pelo método das projeções cotadas.

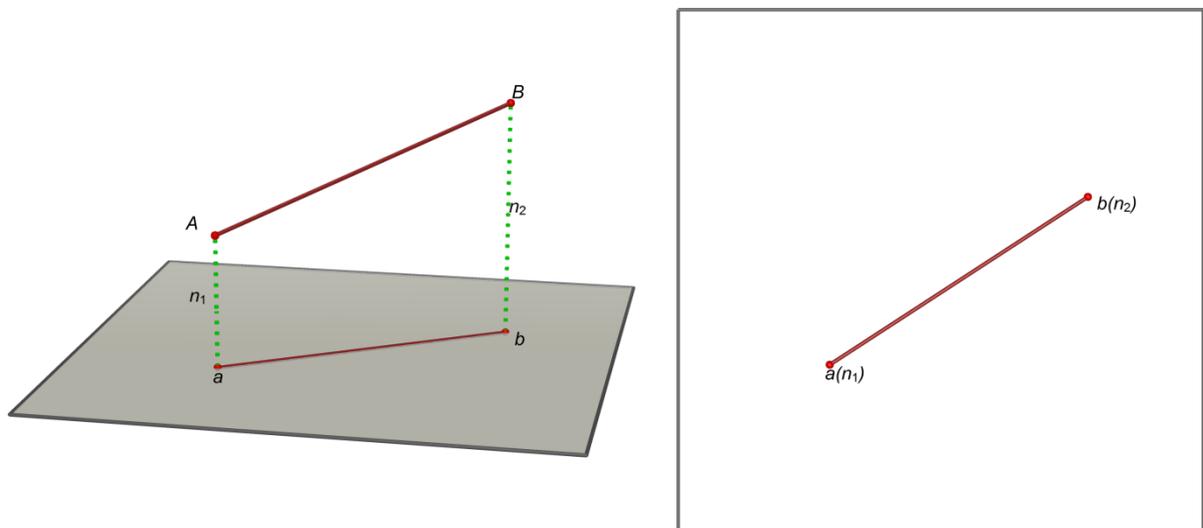


Figura 45: Representação de um segmento de reta em projeções cotadas

Por meio deste método de representação, todos os pontos que têm mesma cota pertencem a um plano paralelo ao plano de comparação. Qualquer ponto de cota zero pertence ao plano de comparação. A adoção de uma escala no desenho se faz necessária ao serem representadas medidas muito grandes. Dessa forma, pode-se atribuir ao segmento ab uma medida a partir de uma unidade predefinida. Além disso, como as cotas variam proporcionalmente aos deslocamentos horizontais, é possível obter a cota de qualquer ponto de uma reta. Em outras palavras, se $a(n_1)b(n_2) = l$ e $a(n_1)c(n_3) = x$, com c escolhido em ab , então é possível determinar a cota n_3 por meio da fórmula $\frac{x}{l} = \frac{n_3 - n_1}{n_2 - n_1}$. Reciprocamente, conhecida a cota n_3 de um ponto de ab , é possível determinar o deslocamento horizontal x . Isso torna possível graduar uma reta que, para Rodrigues (1964, p. 274), “é indicar sobre essa reta os pontos cujas cotas são números inteiros”. A

¹⁸⁵ Linha de terra.

inclinação de uma reta em relação ao plano de comparação é o ângulo α determinado pela fórmula $\tan \alpha = \frac{n_2 - n_1}{l}$, sendo a tangente desse ângulo a declividade da reta. A solução de problemas envolvendo retas envolve, portanto, o trabalho simultâneo com uma representação gráfica e com os cálculos apresentados.

Pelo método das projeções cotadas, um plano é representado por uma de suas retas de maior declive em relação ao plano de comparação. Essa reta é perpendicular à interseção entre o plano representado e o plano de comparação e, dessa forma, qualquer reta perpendicular à de maior declive é paralela ao plano de comparação. Dados três pontos não colineares e suas respectivas cotas, o plano determinado por eles pode ser determinado pelo seguinte procedimento:

1. traça-se uma reta por dois destes pontos e executa-se sua graduação;
2. traça-se outra reta por outros dois pontos, graduando-a;
3. traça-se um feixe de paralelas ligando-se dois pontos de mesma cota das retas traçadas anteriormente, visto que qualquer reta que passa por dois pontos de mesma cota é horizontal;
4. uma reta de maior declive já graduada é obtida traçando-se uma perpendicular ao feixe de paralelas.

Esse procedimento é adotado por Alvaro Rodrigues para a solução de diferentes problemas a fim de mostrar a aplicabilidade desse método de representação. Entre os problemas resolvidos, encontram-se aqueles que envolvem interseções entre retas e planos, interseções entre planos, representação de polígonos em um plano dado, entre outros.

O capítulo VIII de “Operações Fundamentais e Poliedros” é dedicado à solução de diversos problemas métricos envolvendo as projeções cotadas. É importante notar que alguns destes problemas já foram abordados nos capítulos iniciais do livro, sendo resolvidos com as ferramentas do método mongeano. Embora Rodrigues não explicita a razão pela qual tratou os mesmos problemas por diferentes arcaouços teóricos, é possível inferir que o tenha feito pelo seu caráter formativo. Entre os problemas métricos apresentados, encontra-se aquele que trata da determinação da perpendicular comum a duas retas reversas. Esse problema será apresentado na seção 4.3.4 desta tese. No final do capítulo VIII, são

apresentadas aplicações das projeções cotadas para a construção de plataformas com rampa de acesso e taludes de corte.

Método de Brook Taylor – Cousinery

O capítulo IX do livro “Operações Fundamentais e Poliedros” apresenta a projeção central como método para representação de objetos tridimensionais. Os autores que são indicados como referência para a composição dessa parte final são Taylor, Cousinery, Dufour e Fiedler¹⁸⁶. A comparação dos capítulos IX e X de “Operações Fundamentais” com os textos desses autores mostrou que Alvaro Rodrigues adota concepção para representação de pontos, retas e planos similar àquela encontrada na *Géométrie Perspective, ou principes de projection polaires appliqués a la description des corps*, de Cousinery (1828), além da noção de reta de fuga de um plano introduzida por Taylor (1715) em sua *Linear Perspective*.

Os capítulos IX e X, como já mencionado na seção 2.4.4, só apareceram no livro “Operações Fundamentais” a partir da 3ª edição, de 1950, data posterior à publicação do livro “Perspectiva Paralela”. Neste texto, o estudo das projeções centrais e paralelas dá ênfase à construção da figura em perspectiva, transformações que, em geral, não preservam as medidas dos objetos projetados. Em “Operações Fundamentais”, o professor Rodrigues constrói uma geometria perspectiva, isto é, a partir dos fundamentos da projeção central, institui um conjunto de regras para representar pontos, retas e planos e, assim, obtém as ferramentas necessárias para a solução de problemas. Trata-se de uma geometria cujas construções são executadas no plano, mas correspondem a objetos do espaço. Além disso, o capítulo X discute a solução de alguns problemas métricos, fundamentando-se na projeção central. Esses problemas tratam da determinação de distâncias envolvendo pontos, retas e planos, além de medidas de ângulos.

O professor Rodrigues inicia o capítulo IX expondo o princípio das projeções centrais, bem como as notações adotadas. Os elementos de referência neste método são um ponto V , denominado ponto de vista ou centro das projeções, que representa o observador situado a uma distância finita do plano de projeção, denominado quadro. Dessa forma, “os raios visuais que partem do ponto de vista

¹⁸⁶ As referências desses autores são encontradas no anexo A desta tese.

são as *projetantes* e formam um *cone visual circular de eixo perpendicular ao quadro* e de ângulo no vértice sempre igual a 90° (RODRIGUES, 1964, p.309). A seção feita pelo quadro nesse cone é o círculo de distância, cuja medida do raio é igual à distância do observador ao quadro. Uma reta a qualquer que corta o quadro em um ponto T_a , denominado seu traço, tem um ponto de fuga F_a , determinado pela interseção entre a paralela à reta a por V . Dessa forma, a projeção de a sobre o quadro é a reta que passa por T_a e F_a . Esses dois pontos do quadro são suficientes para determinar uma reta, isto é, se são dados os pontos T_a e F_a do quadro, existe uma única reta do espaço associada a esses pontos (figura 46). Duas retas paralelas terão o mesmo ponto de fuga¹⁸⁷.

Como infinitos pontos do espaço podem ter a mesma projeção no quadro, “uma projeção somente não basta para caracterizar a projeção de determinado ponto do espaço” (RODRIGUES, 1964, p.314). Dessa forma, Alvaro Rodrigues introduz uma reta auxiliar, que passa pelo ponto projetado A e corta o quadro, de modo que A fica determinado se conhecemos sua projeção A' , o traço e o ponto de fuga da reta auxiliar (figura 46).

Um plano qualquer que não seja paralelo ao quadro corta-o segundo uma reta, denominada traço do plano. Para representá-lo, é necessário, além do seu traço, o traço de um plano paralelo a ele e que contém o centro de projeção, chamado de reta de fuga do plano. “Essas duas retas representam perfeitamente o plano [...] e são paralelas entre si” (RODRIGUES, 1964, p.315). A figura 46 mostra as representações para uma reta, um ponto e um plano nesse método de representação.

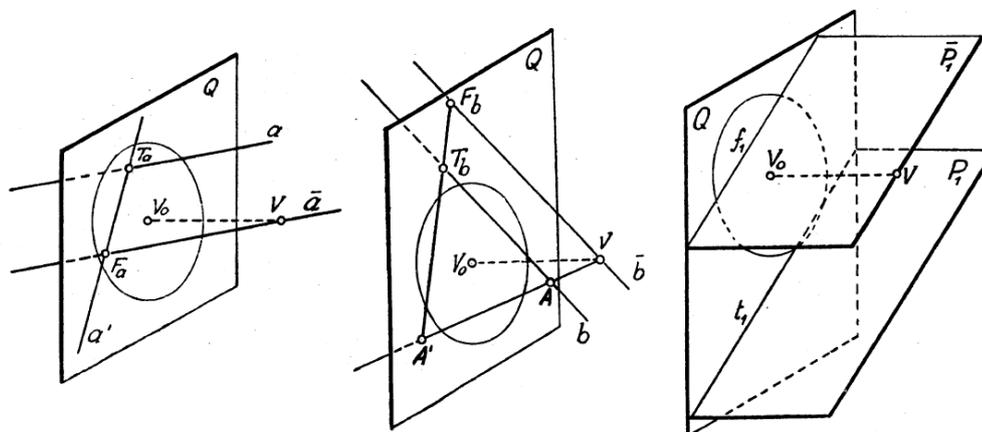


Figura 46: RODRIGUES, A. J. **Geometria Descritiva - Operações Fundamentais e Poliedros**. 6. ed. Rio de Janeiro: Ao Livro Técnico S.A., 1964. Figuras 300, 303 e 305, p. 311, 314 e 316.

¹⁸⁷ Veja o Teorema de Guidobaldo del Monte apresentado na seção 4.3.1 desta tese.

Uma vez instituídas as regras para representação dos elementos primitivos, tem-se um conjunto de ferramentas para a resolução, no plano, de problemas com figuras tridimensionais. Rodrigues (1964) resolve diversos problemas com pontos, retas e planos, que envolvem relações de incidência entre esses entes geométricos. A solução destes problemas independe da distância do observador ao quadro, isto é, não há necessidade do círculo de distância. Porém, toda vez que o objetivo de um problema é a determinação de grandezas angulares ou lineares determinadas, este círculo é indispensável (COUSINERY, 1828). Além disso, para a solução dos problemas métricos, a utilização do método dos rebatimentos é importante por permitir que figuras planas sejam transformadas em outras correspondentes sobre o plano de projeção, sendo exibidas, assim, em verdadeira grandeza. Rodrigues (1964) mostra como rebater sobre o quadro um plano que contém o centro das projeções e, em seguida, um plano qualquer. No texto de Cousinery (1828), o rebatimento de um ponto de um plano qualquer sobre o quadro é apresentado no problema 15 e, exceto pelo uso de notação diferente, Alvaro Rodrigues segue ideias similares.

O capítulo X envolve a aplicação do método de Taylor–Cousinery na solução de problemas tais como: a determinação da verdadeira grandeza da menor distância entre dois pontos do espaço, do ângulo que duas retas formam entre si e da perpendicular comum a duas retas não coplanares. A solução do professor Rodrigues para este último problema será apresentada, como exemplo, na seção 4.3.4 desta tese.

4.3.3 Projetividades, Curvas e Superfícies

O livro “Projetividades, Curvas e Superfícies” é o segundo volume da obra de Alvaro Rodrigues sobre geometria descritiva. Dividido em três partes¹⁸⁸, o livro possui dezesseis capítulos, além dos apêndices. Como visto na seção 2.4.4, destaca-se, entre as diferentes edições, a inclusão de uma parte introdutória (Livro IV) dedicada à Geometria Projetiva. A segunda parte (Livro V) é dedicada ao estudo

¹⁸⁸ Essas partes são denominadas Livros IV, V e VI, em continuação à organização do primeiro volume.

das curvas no espaço e, por fim, na terceira parte (Livro VI) é apresentado um estudo descritivo das superfícies.

O “Método de Poncelet”

O Livro IV de “Projetividades, Curvas e Superfícies” tem por objetivo dar uma visão geral da geometria projetiva. Essa parte, encontrada no texto de Rodrigues apenas a partir da segunda edição, familiariza o leitor com conceitos desse campo da matemática, como as noções de ponto no infinito e reta do infinito. Embora o professor Rodrigues não justifique, em seu texto, a inclusão do livro IV, é possível inferir que os conceitos da geometria projetiva, que faziam parte de sua exposição didática, poderiam ser ignorados para o público a que se destina a obra, justificando, assim, a redação da parte introdutória de seu segundo volume sobre geometria descritiva.

Alvaro Rodrigues inicia sua exposição com rápida apresentação de Jean Victor Poncelet, indicando a existência de exemplar da segunda edição do *Traité des propriétés projectives des figures* na Biblioteca Nacional, sua provável fonte de consulta. Rodrigues introduz as noções de ponto no infinito, reta imprópria do plano, plano projetivo, espaço projetivo e plano impróprio do espaço projetivo. Destaca-se, em seu texto, a inclusão de nota acerca de uma concepção filosófica sobre o espaço. Citando o tratado de geometria projetiva de Justo Pascali, Rodrigues afirma que este autor,

fazendo uma apreciação das três Geometrias, euclidiana, hiperbólica e de Riemann, refere-se ao “hiper-espaço”, como resultado a que foram levados muitos matemáticos, considerando as funções de quatro e mais variáveis da Geometria analítica. Em nota ao pé dessa página transcreve a percepção filosófica de Kant, quando diz: “o espaço é simplesmente a forma da sensibilidade que precede em meu ser a tôda e qualquer impressão pessoal, por meio da qual sou afetado pelo objeto”. Confronta dêsse modo a explicação da escola realista, que lhe atribui uma existência objetiva, da kantiana, que o supõe uma pura intuição *a priori*, concluindo que “o espaço da Geometria é, pois, um ente lógico, cuja comprovação não pertence ao domínio dessa ciência”, porém, ao da Física. De sorte que o número de dimensões do espaço comum corresponde à Física a sua comprovação, se for admitido que tal espaço tem existência objetiva ou à Metafísica, se for considerado como intuição *a priori* (RODRIGUES, 1960, p.6).

Dualidade

“As operações fundamentais do Método de Poncelet são as projeções e as seções” ¹⁸⁹, afirma Rodrigues no início do capítulo II. Poncelet discute, fundamentalmente, que propriedades são preservadas por meio das projeções. Nesse sentido, Chaves e Grimberg (2012, p.12) afirmam que

o que de fato Poncelet faz é apresentar uma classe de transformação, a classe das transformações projetivas. O estudo destas propriedades foi imposto aos matemáticos pelos problemas de perspectiva. Afinal, como eram possíveis propriedades do espaço permanecerem no plano? Observavam-se que deveriam existir propriedades geométricas “invariantes sob projeção”. Assim, encontrar e analisar estas propriedades são o objetivo da Geometria Projetiva. Poncelet abre caminho, com o seu Tratado, no séc. XIX, para o desenvolvimento deste ramo da matemática.

Rodrigues inclui, em seu texto, as formas fundamentais de Steiner. As formas geométricas do espaço projetivo são de três espécies. As formas da 1ª espécie são a reta pontilhada (reunião de pontos), o feixe de retas ou raios de um plano (reunião de retas que passam por um ponto do plano) e o feixe de planos (reunião de planos que passam por uma reta). As da 2ª espécie são o plano pontilhado (reunião de pontos), o plano reticulado (reunião de retas), a estrela de retas (reunião de retas do espaço que passam por um ponto) e a estrela de planos (reunião de planos que passam por um ponto). Por fim, as da 3ª espécie são o espaço pontilhado (reunião de pontos) e o espaço de planos (reunião de planos). Em todas as formas, os elementos geradores são o ponto, a reta e o plano. Rodrigues afirma que “as operações fundamentais do método de Poncelet mudam as formas fundamentais geométricas *em formas fundamentais geométricas da mesma espécie, que é uma característica do método*” (RODRIGUES, 1960, p.13).

As formas geométricas do espaço projetivo, concebidas pelo complexo de posições sucessivas que o elemento móvel: ponto, reta ou plano poderá assumir ao descrevê-las, apresentam modos correlativos ou recíprocos nessas gerações e na dedução de suas propriedades, mudando-se, apenas, no espaço a natureza do elemento gerador: ponto em plano; na planimetria : ponto em reta e na estrêla: plano em reta.
Nisto consiste a dualidade geométrica. (RODRIGUES, 1960, p.13-14)

¹⁸⁹ (RODRIGUES, 1960, p.9)

Rodrigues refere-se ao texto de Steiner, tomando por referência Cremona, além do texto sobre história da matemática de Rey Pastor e Babiní¹⁹⁰. Embora Nabonnand (2009) afirme que Steiner propõe uma teoria das cônicas e das superfícies de segundo grau que se apoia em uma prática puramente geométrica, Rodrigues trata desses temas por outro ponto de vista, como será visto posteriormente nesta tese. Nabonnand complementa que, na teoria de Steiner, a figura geométrica não é o centro das atenções do geômetra, mas as relações projetivas entre as formas. Essa concepção aparece no texto de Rodrigues para discutir o princípio da dualidade. Apesar de indicar, em nota, que a lei geral da dualidade foi enunciada por Gergonne em 1826, embora Poncelet a tivesse induzido a partir de sua teoria das polares recíprocas, Rodrigues conclui a seção sobre a dualidade apresentando diversos exemplos de propriedades e sua forma dual, todos eles estruturados a partir das formas fundamentais de Steiner.

Razão Anarmônica

Alvaro Rodrigues, no capítulo III, dedicado à razão anarmônica (*cross-ratio* ou razão cruzada)¹⁹¹, classifica as propriedades das figuras em duas categorias. As *descritivas ou gráficas* são propriedades que se baseiam ou exprimem postulados de pertinência. As *métricas* dependem de conceitos de igualdades de distância e ângulos e de paralelismo de retas. Em nota sobre essas categorias, o autor afirma que Poncelet considerou como propriedades descritivas aquelas concernentes à forma e à sua situação no espaço, sendo as propriedades métricas aquelas que dizem respeito à grandeza da forma. Transcrevendo fragmento de René Taton (*l'Oeuvre Scientifique de Monge*), afirma que uma distinção mais precisa e racional, porém, somente foi obtida “pela teoria dos grupos de transformações, como fez Klein na classificação dessas propriedades” (RODRIGUES, 1960, p.17).

¹⁹⁰ As referências completas destes autores encontram-se no anexo A desta tese.

¹⁹¹ Do ponto de vista historiográfico, Rodrigues atribui o conceito de razão anarmônica a Pappus de Alexandria, tomando a “História das Matemáticas na Antiguidade” de Fernando de Almeida Vasconcelos como referência. Poncelet (1822, p.12) afirma estar na proposição CXLV do VII livro da coleção matemática de Pappus o conceito de razão anarmônica.

Entre as propriedades das figuras existem, entretanto, as que se conservam por projeção e seções, isto é, são *invariantes nessas transformações*. Tais propriedades denominam-se *projetivas*.

São propriedades projetivas *tôdas as propriedades gráficas*, uma vez que as projeções e seções, pelo método de Poncelet, mudam *forma fundamental em forma fundamental da mesma espécie*. (RODRIGUES, 1960, p. 18)

A razão anarmônica de quatro pontos ordenados A, B, C e D sobre uma linha é definida como $\frac{AB.CD}{AD.CB}$ e denotada por (ABCD). Com esses pontos, podemos formar seis segmentos distintos, de modo que existem seis razões anarmônicas definidas por quatro pontos¹⁹². A abordagem de Alvaro Rodrigues para a razão anarmônica envolve a noção de forma fundamental de primeira espécie, já enunciada anteriormente. O autor afirma, sob a forma de um teorema geral, que “a razão anarmônica de quatro elementos de uma forma fundamental de 1ª espécie é invariante por projeção ou seção” (RODRIGUES, 1960, p.18). Para esse teorema, o autor considera três casos:

1. quatro pontos ordenados de uma reta orientada, indicando uma demonstração que atribui a Poncelet;
2. quatro retas que projetam quatro pontos de um centro, cuja demonstração apresentada por Rodrigues baseia-se na lei dos senos¹⁹³;
3. quatro planos, que possuem uma reta em comum (feixe de planos), cortados por uma reta.

A discussão empreendida por Rodrigues após as demonstrações desses três casos culmina com a apresentação do “teorema de Staudt” e com a demonstração dos seguintes fatos sobre a razão anarmônica:

1. A razão anarmônica de quatro pontos ordenados sobre uma reta não se altera, “quando se mudam entre si os dois primeiros e os dois últimos elementos da quaterna ou se mudam entre si o primeiro e o segundo par de pontos” (RODRIGUES, 1960, p.24);

¹⁹² São elas: $\frac{AC.BD}{BC.AD}$, $\frac{AD.BC}{BD.AC}$, $\frac{AB.CD}{BC.AD}$, $\frac{AD.BC}{CD.AB}$, $\frac{AB.CD}{BD.AC}$ e $\frac{AC.BD}{CD.AB}$.

¹⁹³ “Si, à partir d’un point quelconque pris pour centre de projection, on dirige un faisceau de lignes droites projetantes vers les différents points d’une figure donnée arbitrairement dans l’espace ou sur un plan, et que les parties de cette figure aient entre elles une ou plusieurs relations métriques projectives, [...], les mêmes relations auront lieu aussi entre les sinus des angles projetants qui leur correspondent respectivement” (PONCELET, 1822, p.10).

2. Das vinte e quatro permutações possíveis de uma quaterna, formam-se seis grupos, cada um com quatro quaternas, que possuem a mesma razão anarmônica.

Rodrigues conclui seu capítulo calculando os seis possíveis valores para a razão anarmônica e apresenta como aplicação a determinação do quarto harmônico, isto é, dados três pontos sobre uma reta e uma razão anarmônica, determinar o quarto ponto de modo que a razão dada seja verificada para essa quaterna. O quadrilátero completo de Von Staudt é apresentado por Rodrigues como ferramenta para a construção gráfica da quaterna harmônica.

Homologia Plana

O conceito de homologia é amplamente usado por Rodrigues no livro “Operações Fundamentais e Poliedros”, principalmente ao referir-se à homologia de rebatimento e de projeções. A inclusão do capítulo IV, sobre homologia plana, em “Projetividades, Curvas e Superfícies” pode ser justificada pela necessidade de expor os detalhes acerca desse conceito, que aparece com frequência ao longo da obra.

O conceito de homologia é encontrado no *Traité* de Poncelet¹⁹⁴ e pode ser definido da seguinte forma: considere uma figura plana, um plano σ e dois pontos S_1 e S_2 (Figura 47). As projeções centrais dessa figura sobre σ com centro em S_1 e S_2 estão em correspondência homológica. A reta que passa por S_1 e S_2 intersecta σ em O e o plano que contém a figura intersecta σ em uma reta s . O ponto O é o centro de homologia e a reta s é o eixo de homologia. Duas retas correspondentes se cruzam em um ponto sobre s . Dois pontos correspondentes estão sobre uma reta que passa por O (CREMONA, 1893).

¹⁹⁴ Poncelet (1865).

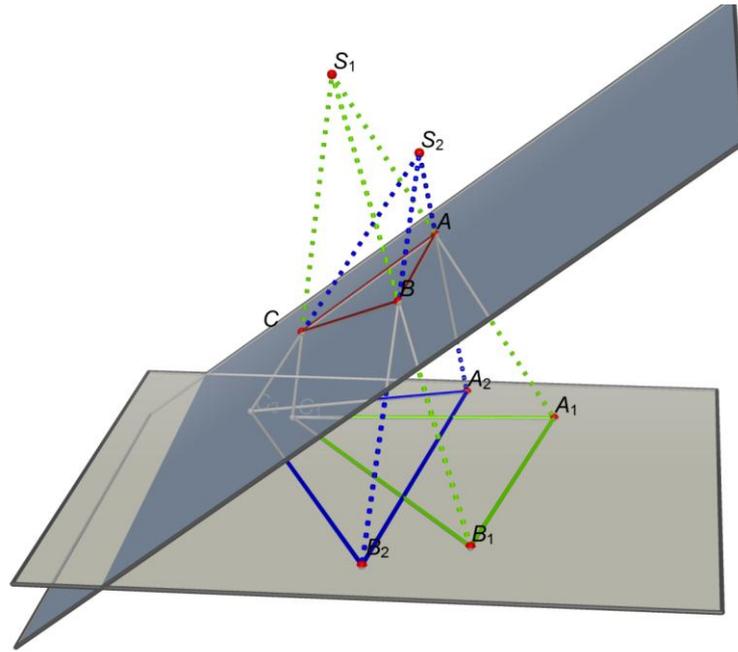


Figura 47: Homologia

No capítulo IV de “Projetividades, Curvas e Superfícies”, referindo-se a Poncelet, Rodrigues introduz os conceitos de projetividade, definido como uma correspondência entre duas formas fundamentais de mesma espécie, e de perspectividade, como uma correspondência entre duas formas da 1ª espécie. Essa correspondência ocorre “quando, além da invariança na razão anarmônica de quatro elementos de uma com quatro elementos da outra, *há continuidade ou uniformidade na operação projetiva*” (RODRIGUES, 1960, p.36)¹⁹⁵. O exemplo usado por Rodrigues para ilustrar a ideia de continuidade trata da correspondência entre uma circunferência λ e uma reta r coplanares. O autor escolhe um ponto fixo O em λ e, a cada ponto arbitrário A' de λ , existirá uma reta OA' que intersectará r em um ponto A . Sem a introdução do ponto no infinito de r , essa correspondência dá um “salto”, já que existe uma reta OA' paralela a r . Esse é o princípio de continuidade em Poncelet¹⁹⁶.

¹⁹⁵ Chaves e Grimberg (2012) apresentam discussão sobre o conceito de continuidade para Poncelet a partir de alguns de seus artigos.

¹⁹⁶ “Le principe de continuité permet d'affirmer que les propriétés descriptives sont préservées et que les propriétés métriques conservent leur forme et peuvent nécessiter quelques mutations de signes. Le principe de continuité ne prend sa signification que lorsque des éléments deviennent imaginaires et que la propriété n'est plus applicable de manière absolue” (NABONNAND, 2009, p.48)

Em seguida, Rodrigues apresenta o teorema de Desargues¹⁹⁷, considerando os casos em que os triângulos estão em planos diferentes ou no mesmo plano. No primeiro caso, se ABC e $A'B'C'$ são dois triângulos em perspectiva a partir de O , i.e., O, A e A' estão alinhados, assim como O, B e B' , e como O, C e C' , e se L é o ponto de interseção entre BC e $B'C'$, M é o ponto de interseção entre AC e $A'C'$, e N é o ponto de interseção entre AB e $A'B'$, então os pontos L, M e N estão alinhados. Uma demonstração para esse teorema é a seguinte: as retas AB e $A'B'$ estão contidas no plano que contém os pontos O, A, B, A' e B' . Dessa forma, ou elas são paralelas, ou são coincidentes, ou, ainda, concorrem em um ponto N . Considere a reta l de interseção entre os planos α e β determinados por ABC e $A'B'C'$, respectivamente. Como a reta AB está contida em α e a reta $A'B'$ está contida em β , o ponto N de interseção entre essas retas está em l . De maneira análoga, L e M devem estar em l . Para o caso do teorema de Desargues em que os triângulos estão contidos no mesmo plano, Rodrigues afirma que se pode recorrer “a um triângulo resultante das projeções dos dois triângulos dados, de dois centros do espaço, previamente escolhidos” (RODRIGUES, 1960, p. 38). Sobre essa demonstração, o autor indica os *Éléments de Géométrie Projective*, em que Cremona atribui a ideia ao *Traité de Stéréotomie* de Baltzer. Rodrigues, ainda, mostra a recíproca do teorema de Desargues.

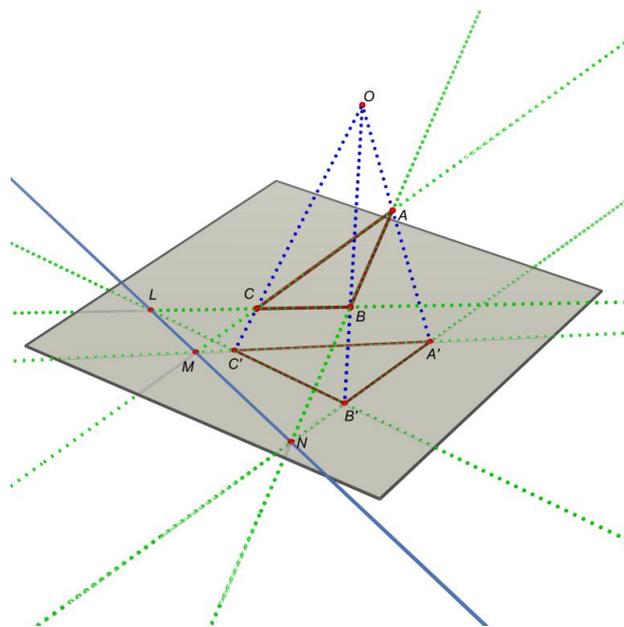


Figura 48: Teorema de Desargues no espaço

¹⁹⁷ “Se dois triângulos são perspectivos as interseções dos lados correspondentes estão alinhadas sobre uma reta” (RODRIGUES, 1960, p.37). Em nota de pé de página, Alvaro Rodrigues apresenta outro enunciado para o teorema que atribui ao próprio Desargues.

A parte dedicada ao “Método de Poncelet” ocupa as primeiras sessenta páginas da obra “Projetividades, Curvas e Superfícies”. Comparando-se a primeira edição de “Projetividades, Curvas e Superfícies” com as seguintes, nota-se que a inclusão do capítulo sobre geometria projetiva não implicou modificações no *corpus* teórico considerado por Rodrigues para a solução dos problemas sobre curvas e superfícies. Para o público a que se destina o texto, a leitura desse capítulo introdutório dá o vocabulário e a compreensão do quadro conceitual já adotado por Rodrigues antes da sua inclusão. Por outro lado, a inclusão do capítulo indica que seu autor, ao longo das diferentes edições de seus livros, manteve-se pesquisando e ampliando sua obra a partir desses estudos. Trata-se, portanto, de uma obra que cresce à medida que seu autor aprofunda seu conhecimento sobre o tema de que trata.

A inclusão do capítulo sobre geometria projetiva em um texto destinado à geometria descritiva incorpora à obra de Rodrigues singularidade que a distingue de outros autores. A geometria projetiva tornou-se um campo autônomo da matemática, distanciando-se das questões ligadas às projeções e seções de figuras que a originou. Ao trazer a geometria projetiva para seu texto sobre descritiva, Alvaro Rodrigues vê esses temas interligados por meio de sua história, a partir dos textos originais de seus fundadores. Desconhe-se outro texto de autor brasileiro que adote tal abordagem histórica para articular a geometria projetiva à geometria descritiva. Lietzmann (1924), em seu *Methodik des mathematischen Unterrichts*, mostra que essa articulação entre a geometria projetiva e a geometria descritiva era uma característica do ensino secundário alemão do início do século XX. Dessa forma, a experiência de Alvaro Rodrigues como aluno da Technische Hochschule de Berlim, nos anos de 1909 e 1910, pode tê-lo colocado em contato com essa concepção para o ensino da descritiva, refletida na sua escrita sobre o assunto.

Estudo descritivo das curvas geométricas

O Livro V de “Projetividades, Curvas e Superfícies” trata de generalidades sobre as curvas. Ao longo do livro, uma curva é definida como “a linha descrita pelo movimento de um ponto que em cada instante ou posição muda de direção” (RODRIGUES, 1960, p.62), como “uma poligonal, cujos lados fossem infinitamente

pequenos” (RODRIGUES, 1960, p.62), ou, ainda, como a interseção entre superfícies. Essa última concepção orienta a organização do Livro V em sistemas descritivos¹⁹⁸.

A tangente a uma curva é introduzida por Alvaro Rodrigues a partir da noção intuitiva de aproximar infinitamente dois pontos de contato de uma secante à curva. São introduzidas pelo autor diversas noções gerais sobre as curvas como assíntota, reta normal, plano osculador, plano normal, ângulo de contingência, curvatura, raio de curvatura, círculo osculador e ponto de inflexão¹⁹⁹.

Alvaro Rodrigues descreve um processo para a construção da reta tangente a uma curva qualquer em um ponto baseado na “curva de erro”. Atribuída pelo autor a Lagrange, em suas *Leçons élémentaires sur les mathématiques donnés à l'École Normale en 1795*, indica outras referências sobre o tema como a *Géométrie Descriptive Appliquée à l'industrie, à l'usage des artistes et des ouvriers*, de Claude Lucien Bergery, e o *Traité de Géométrie Descriptive* de Jules de la Gournerie.

O tratamento dado por Alvaro Rodrigues para as projeções de curvas envolve uma construção ponto a ponto, isto é, “para construir as projeções de uma curva determinam-se com cuidado as projeções de um certo número de pontos dessa curva, bastante aproximados, ligando-as por um traço contínuo” (RODRIGUES, 1960, p. 68), executando-se o traçado à mão livre. Do ponto de vista teórico, o autor enuncia e demonstra dois teoremas fundamentais sobre projeções de retas tangentes a uma curva: a projeção da tangente a uma curva é tangente à projeção da curva na projeção do ponto de tangência e, reciprocamente, as tangentes às duas projeções de uma curva, traçadas pelas projeções de um mesmo ponto da curva, determinam a tangente à curva.

¹⁹⁸ Alvaro Rodrigues considera as curvas obtidas pela interseção entre planos e cones, cilindros e esferas, planos e toros, hélices cilíndricas, cones e esferas. Para cada um desses casos, o autor atribui um sistema (Sistema plano – cone; Sistema cilindro – esfera; Sistema plano – toro; Sistema hélice cilíndrica – cone – esfera).

¹⁹⁹ “Assíntota é a tangente num ponto da curva situado no infinito”. “Normal é a perpendicular à tangente traçada pelo ponto de contato”. “Plano osculador de uma curva num determinado ponto dessa linha é o limite do plano que contém a tangente nesse ponto e passa por outro da mesma curva, infinitamente próximo ao primeiro”. “Plano normal em um ponto de uma curva é o lugar geométrico das normais a essa curva nesse ponto”. “Ângulo de contingência em um ponto de uma curva é o ângulo que a tangente à curva, nesse ponto, faz com a tangente à curva num ponto infinitamente próximo”. “Curvatura de uma curva num de seus pontos é o quociente da divisão do ângulo de contingência pelo arco limitado pelos pontos de contato das tangentes que formam o ângulo”. “Raio de curvatura – é o raio do círculo de curvatura no ponto de contato considerado”. “Círculo de curvatura ou círculo osculador – o círculo traçado no plano osculador passando pelo ponto de contato da tangente à curva”. “Será um ponto de inflexão se a tangente num ponto da curva não está situada no mesmo lado dessa linha”. (RODRIGUES, 1960, p.63-64)

Superfícies auxiliares

Os sistemas descritivos, introduzidos por Rodrigues (1960), tratam da análise das diferentes curvas de contato entre duas superfícies particulares. Dessa forma, o autor dedica o sexto capítulo de “Projetividades, Curvas e Superfícies” para o estudo de algumas superfícies auxiliares: o plano, o cone circular, o cilindro circular, o toro circular e a esfera. O autor enfatiza a representação em *épura* e a marcação de pontos sobre essas superfícies, o traçado de planos tangentes por pontos das superfícies, por pontos fora delas e paralelamente a uma direção dada. A geração dessas superfícies e as seções planas também são tratadas no capítulo VI de sua obra.

As superfícies cônicas de uma maneira geral são as superfícies geradas por uma reta que se apoiando numa curva *diretriz fixa* é obrigada no seu movimento gerador a passar por um ponto, também fixo, que é o ponto central ou *vértice* da superfície.

[...]

As superfícies cilíndricas de uma maneira geral são as superfícies geradas por uma reta que se apoia numa curva *diretriz fixa*, conservando-se no seu movimento sempre paralela a uma direção dada.

[...]

O plano é um caso especial das superfícies cônicas e cilíndricas se a curva *diretriz fixa*, quer num, quer noutro caso, é substituída por uma reta. (RODRIGUES, 1960, p.73-74)

A marcação de pontos sobre as superfícies cônicas e cilíndricas é feita pelo autor por meio da representação em *épura* das geratrizes que contêm tais pontos. A construção do plano tangente a essas superfícies envolve fundamentalmente a ideia de que esse plano contém uma geratriz e seu traço horizontal tangencia a curva de contato dessas superfícies com o plano horizontal.

A esfera é definida no livro “Projetividades, Curvas e Superfícies” como o lugar geométrico dos pontos do espaço que equidistam de um ponto fixo. O autor introduz, na forma de teorema, a afirmação de que a seção plana de uma esfera é um círculo e que este é máximo se a seção passa pelo centro. Os meridianos e os paralelos constituem, para o autor, dois sistemas de geratrizes ortogonais da esfera.

1º A superfície da esfera é *gerada por um meridiano*. Se uma circunferência girar em torno do seu diâmetro, um ponto qualquer da geratriz descreve uma circunferência, cujo plano é perpendicular ao eixo e cujo centro está sobre o eixo.

2º Como superfície circular a esfera pode ser gerada por uma circunferência, cujo centro descreve uma reta perpendicular ao seu plano,

variando o raio da circunferência geratriz como as coordenadas do círculo máximo da esfera. É a *geração pelo paralelo* (RODRIGUES, 1960, p.89).

“Toro circular é a superfície gerada pela rotação de uma circunferência em torno de uma reta de seu plano que não passa pelo seu centro” (RODRIGUES, 1960, p.99). Sendo r o raio da circunferência geratriz cujo centro dista d do eixo de rotação, Rodrigues (1960) considera os casos particulares em que $r < d$ (toro circular aberto), $r > d$ (toro circular reentrante) e $r = d$ (toro circular fechado). Caso $d = 0$, o toro degenera-se em uma esfera. O autor apresenta a representação do toro por meio da épura, destacando a forma como são obtidos pontos arbitrários sobre essa superfície (figura 49).

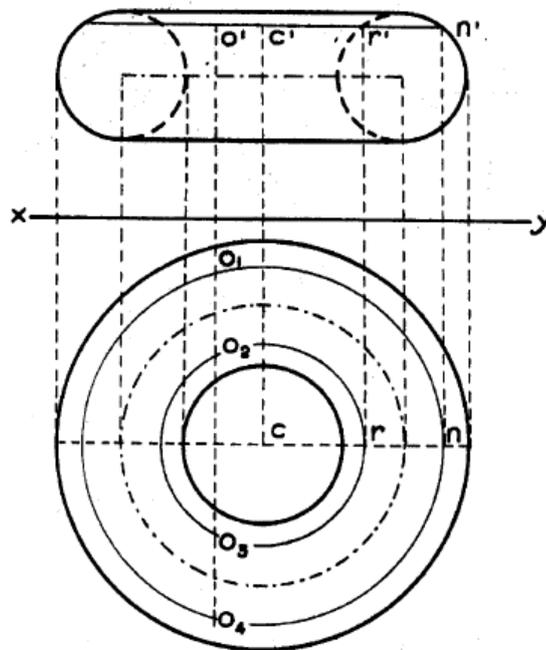


Figura 49: RODRIGUES, A. J. **Geometria Descritiva - Projetividades, Curvas e Superfícies**. 3. ed. Rio de Janeiro: Ao Livro Técnico S.A., 1960. Figura 75, p. 101.

Em seguida, Rodrigues (1960) descreve a construção de planos tangentes ao toro. Sua estratégia de construção é girar o toro de modo que o plano tangente a ser construído seja de topo com traço vertical tangente a uma circunferência geratriz paralela ao plano vertical. Por fim, efetua uma rotação inversa, obtendo o plano tangente na posição original.

Ao iniciar seu estudo das curvas de contato entre o plano e o toro, trata das curvas obtidas por seções por planos tangentes a essa superfície. No caso particular em que o plano tangencia o toro em dois pontos, Rodrigues (1960) apresenta os *círculos de Villarceau* e indica, como referência, o *Traité de Géométrie Descriptive* de

Roubaudi e os *Exercices de Géométrie Descriptive* de F.G.M. Sobre esses círculos, o professor Rodrigues afirma que as projeções horizontais desses círculos são elipses, que podem ser construídas por pontos.

Sistema plano – cone

As curvas de contato entre um plano e um cone são a circunferência, a elipse, a hipérbole e a parábola²⁰⁰. Alvaro Rodrigues inicia sua exposição sobre as cônicas com extensa nota histórica sobre o matemático grego Apolônio. Suas fontes historiográficas são a “História das Matemáticas na Antiguidade” de Fernando de Almeida Vasconcelos e a *Storia delle Matematiche* de Gino Loria.

Antes de estudar a construção dessas curvas por meio da geometria descritiva, Alvaro Rodrigues discute aspectos teóricos do tema à luz de dois teoremas.

Teorema de Apollonius – A seção feita num cone circular por um plano qualquer é uma elipse, uma parábola ou uma hipérbole, segundo o plano secante faz com o eixo do cone um ângulo superior, igual ou inferior ao semi-ângulo no vértice do cone.

[...]

Teorema de Dandelin-Quetelet – A seção de um cone circular, por um plano tangente a uma esfera inscrita nesse cone, é uma cônica que tem foco no ponto de contato e para diretriz correspondente a interseção do plano secante e do plano da circunferência de contato da esfera e do cone (RODRIGUES, 1960, p.108-109)²⁰¹..

Alvaro Rodrigues demonstra o segundo teorema, dividindo-o em três casos:

1. um plano secciona uma das folhas do cone cortando todas as geratrizes, formando com o eixo um ângulo maior que o semi-ângulo do vértice do cone;
2. um plano secciona as duas folhas do cone;
3. um plano secciona uma das folhas do cone e é paralelo a uma das geratrizes do cone.

²⁰⁰ No caso do plano tangente ao cone, a curva de contato é uma reta, que é uma das suas geratrizes. Há, ainda, o caso em que o plano contém apenas o vértice do cone.

²⁰¹ Esse último teorema é enunciado por Dandelin (1827) de outra maneira: “Si l’on mène une sphère tangente à un cône droit et à un plan qui coupe ce cône, la section conique aura pour foyers le point de contact de la sphère et du plan, et la projection stéréographique du sommet du cône sur se plan” (DANDELIN, 1827, p.40). Dandelin considera que uma cônica sempre tem dois focos, de modo que, no caso da circunferência, os focos coincidem e, no caso da parábola, um dos focos está no infinito. No enunciado apresentado pelo professor Rodrigues, as cônicas podem ser definidas “de uma maneira geral, como o lugar dos pontos cujas distâncias a um ponto fixo e uma reta fixa – *diretriz* – estão numa relação constante. Quando essa relação é igual à unidade, a cônica é uma *parábola*; quando é maior que a unidade, uma *hipérbole*; quando é menor, uma *elipse*” (RODRIGUES, 1960, p.144-145).

Rodrigues (1960) afirma que são consequências do Teorema de Dandelin-Quetelet duas curvas planas de 3º grau: a “focal de Quetelet” e a “logocíclica de Booth”. As informações históricas sobre as curvas destacadas por Alvaro Rodrigues são encontradas no texto de Gomes Teixeira (1905), de modo que é possível inferir que seja um dos textos de referência usado por Rodrigues. É importante destacar que o autor refere-se sempre à edição francesa de 1909, traduzida da versão espanhola de 1905. Para o traçado dessas duas curvas, Alvaro Rodrigues introduz um tipo de construção que denomina planimétrica.

O tratamento dado por Rodrigues para o estudo das projeções das cônicas apoia-se nos conceitos provenientes da geometria projetiva, introduzida pelo autor no primeiro capítulo de “Projetividades, Curvas e Superfícies”. A elipse “é das cônicas de Apollonius a que não tem pontos no infinito” ²⁰². A hipérbole “é a cônica que tem dois pontos reais sôbre a reta do infinito” ²⁰³. O autor introduz estudo sobre as projeções ortogonais sobre os planos horizontal e vertical da circunferência. O objetivo é representar por meio da épura uma circunferência, considerando os casos particulares em que esta curva está contida:

1. em um plano vertical ou de topo;
2. em um plano qualquer dado por seus traços; e
3. em um plano qualquer de maneira geral.

A fundamentação teórica para esse estudo está em um conjunto de teoremas introduzidos e demonstrados por Rodrigues. O autor afirma que “a projeção ortogonal da circunferência sobre um plano, que não é perpendicular, nem paralelo ao plano da circunferência, é uma elipse” ²⁰⁴. Além disso, outros dois teoremas, atribuídos pelo autor a Arquimedes e Apolônio, respectivamente, são enunciados e demonstrados.

Teorema (atribuído a Arquimedes) – As ordenadas dos pontos da circunferência estão para as ordenadas dos pontos correspondentes da elipse numa relação constante. ²⁰⁵

[...]

Teorema de Apollonius – A soma dos quadrados de dois diâmetros conjugados da elipse é igual à soma dos quadrados dos dois eixos. ²⁰⁶

²⁰² RODRIGUES, 1960, p.139.

²⁰³ *Idem*, p. 148.

²⁰⁴ *Idem*, p. 121.

²⁰⁵ *Idem*, p. 123.

No apêndice II de “Projetividades, Curvas e Superfícies”, Alvaro Rodrigues transcreve a demonstração de Luiz Caetano de Oliveira para o teorema de Olivier. O teorema é enunciado da seguinte forma no texto do professor Rodrigues:

Quando se desenvolve uma superfície, sobre a qual existe uma seção plana, a transformada desta seção apresentará inflexões ou pontos unidos (meplats) todas as vezes que a superfície admite planos tangentes perpendiculares ao plano da seção (RODRIGUES, 1960, p. 409).

A demonstração atribuída por Rodrigues a Caetano de Oliveira encontra-se na terceira parte de seu exame para provimento da cátedra de geometria descritiva da Faculdade de Arquitetura da Universidade do Brasil.

Sistema cilindro – esfera

Rodrigues (1960) afirma que superfícies de segunda ordem se cruzam em curvas reversas de quarta ordem ou quártica. Para o autor, “há casos de quárticas reversas que se projetam nos planos de projeção segundo *quárticas planas*” (RODRIGUES, 1960, p.172), sendo indicada a obra *Curve Piane Speciali, Algebriche e Transcendenti* de Gino Loria. De maneira analítica, a esfera de equação $x^2 + y^2 + z^2 = R^2$ intersecta o cilindro de equação $(x - a)^2 + (y - b)^2 = r^2$ em uma curva cuja projeção sobre o plano yz tem equação $(z^2 + y^2 - (y - b)^2 + a^2 + r^2 - R^2)^2 = 4a^2(r^2 - (y - b)^2)$. A escolha de valores para os parâmetros R , a , b e r determina o tipo de curva de interseção entre essas superfícies, caso exista. A figura 50 mostra algumas dessas curvas. Para $b = 0$, a curva de contato entre a esfera e o cilindro se projeta sobre o plano xz em uma parábola de equação $R^2 + a^2 - r^2 - z^2 = 2xa$.

As curvas planas estudadas por Rodrigues no capítulo VIII são a lemniscata de Geronno, a hipopeda de Eudócio, as besáceas e as parábolas virtuais de Gregoire de Saint-Vincent, as janelas de Viviani e a ciclo-cilíndrica de Roberval. Um estudo analítico sobre essas curvas é encontrado em Gomes Teixeira (1905). Essas curvas são traçadas por Rodrigues por meio da construção planimétrica.

²⁰⁶ *Idem*, p. 124.

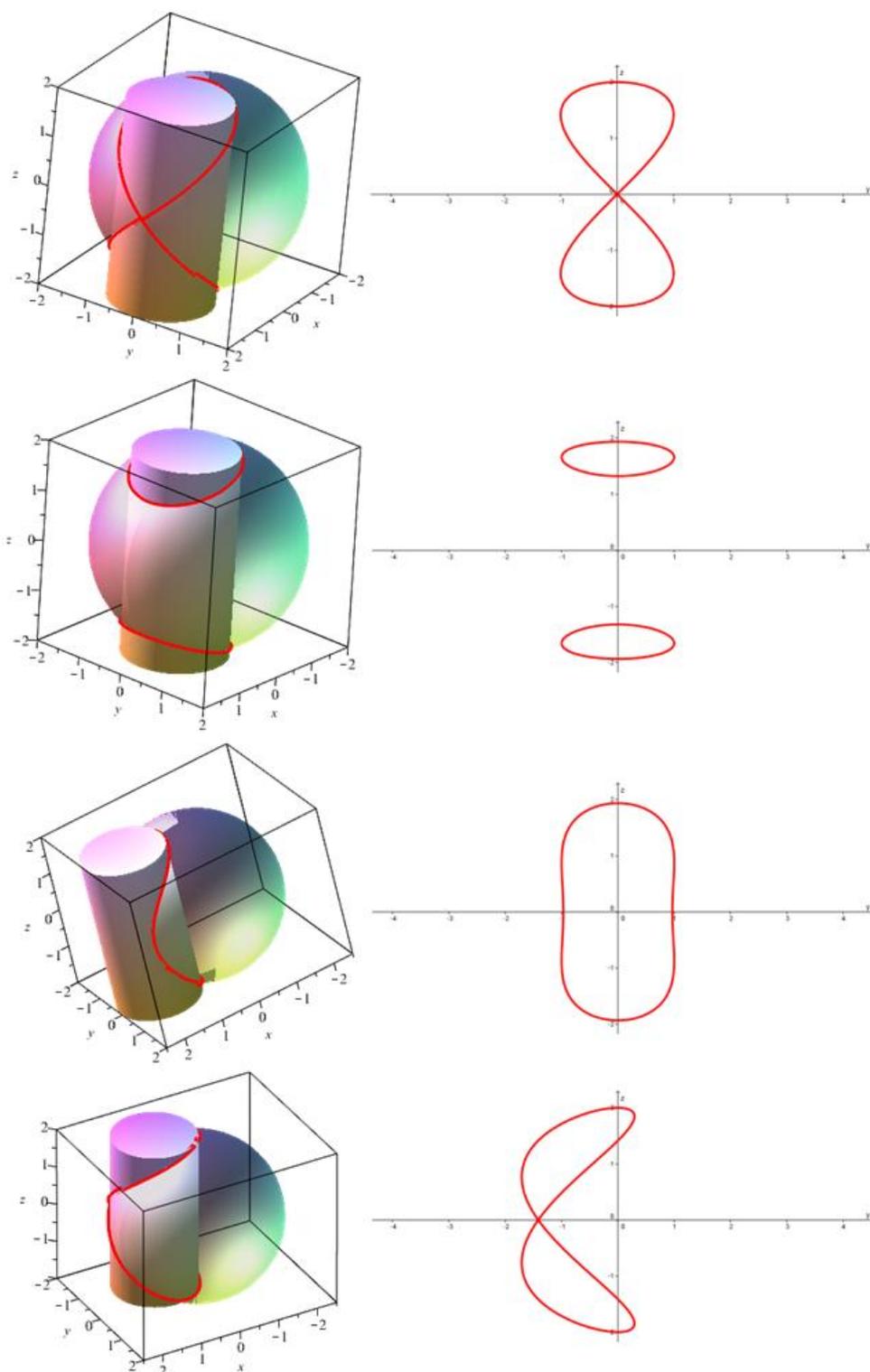


Figura 50: Curvas de contato entre o cilindro e a esfera²⁰⁷

²⁰⁷ A esfera de equação $x^2 + y^2 + z^2 = R^2$ intersecta o cilindro de equação $(x - a)^2 + (y - b)^2 = r^2$ em uma curva cuja projeção sobre o plano yz tem equação $(z^2 + y^2 - (y - b)^2 + a^2 + r^2 - R^2)^2 = 4a^2(r^2 - (y - b)^2)$. Nesta figura, $R = 2$, $r = 1$ e, para os três primeiros casos, $b = 0$ e a assumiu os valores 1, 0,5 e 1,5. No último caso, considerou-se $a = \frac{\sqrt{2}}{2}$ e $b = -\frac{\sqrt{2}}{2}$.

Sistema plano – toro

A exposição de Alvaro Rodrigues sobre as projeções das curvas do sistema plano-toro se inicia com as espíricas de Perseu, “seções no toro circular feitas por planos paralelos ao seu eixo” (RODRIGUES, 1960, p.191), tomando como referência historiográfica o texto de Gino Loria *Le scienze esatte nell'antica Grecia*²⁰⁸. Rodrigues (1960) as classifica de acordo com a distância do plano ao eixo do toro, considerando, ainda, três tipos de toros: aberto (eixo exterior à circunferência geratriz), reentrante (eixo secante à geratriz) e fechado (eixo tangente à geratriz). Em todos esses casos, o autor classifica as curvas obtidas variando-se a distância do plano ao eixo do toro.

Gomes Teixeira (1905), em capítulo dedicado às quárticas notáveis, deduz as equações das espíricas de Perseu a partir da equação cartesiana no toro circular. Seu tratamento analítico baseia-se na equação do toro cujo eixo coincide com o eixo y , cortando-o por planos de equações $z = c$, com $c \in \mathbb{R}$. A projeção dessas curvas de contato sobre o plano xy são curvas de quarta ordem²⁰⁹, e o autor apresenta equações para escolhas particulares de c . As curvas que são analisadas com detalhes por Rodrigues são as cassinianas, a lemniscata de Bernoulli e as curvas de Booth.

Uma cassiniana é a curva plana “que goza da propriedade de ser o lugar geométrico dos pontos, cuja distância a dois pontos fixos no seu interior é um produto constante, diverso do quadrado da metade da distância entre eles”²¹⁰. As curvas de Booth

são os lugares geométricos de pontos tais, que o produto do quadrado dos raios vetores é igual ao quádruplo da metade da distância entre os focos mais (ou menos) o quadrado de uma constante multiplicado pelo quadrado da distância do ponto considerado ao centro da curva (RODRIGUES, 1960, p.197).

²⁰⁸ A referência completa está no anexo A desta tese.

²⁰⁹ A equação no caso geral pode ser encontrada em Gomes Teixeira (1905, p.101).

²¹⁰ (RODRIGUES, 1960, p.192). Gomes Teixeira (1905) define as cassinianas como as curvas planas descritas por um ponto móvel cujo produto das distâncias para dois pontos fixos é constante. Dependendo da escolha desta constante, uma cassiniana pode ser composta por duas ovas simétricas, pode ser oval com ramo único, pode ser elipse (chamada elipse de Cassini) ou lemniscata de Bernoulli. O autor, ainda, afirma que essas curvas foram concebidas por Domenico Cassini para substituir as elipses de Kepler no movimento planetário.

Essas curvas podem ser de dois tipos: a curva elítica de Booth ou a lemniscata hiperbólica de Booth. Para as cassinianas e as curvas de Booth, Alvaro Rodrigues apresenta sua construção planimétrica e o traçado de retas tangentes.

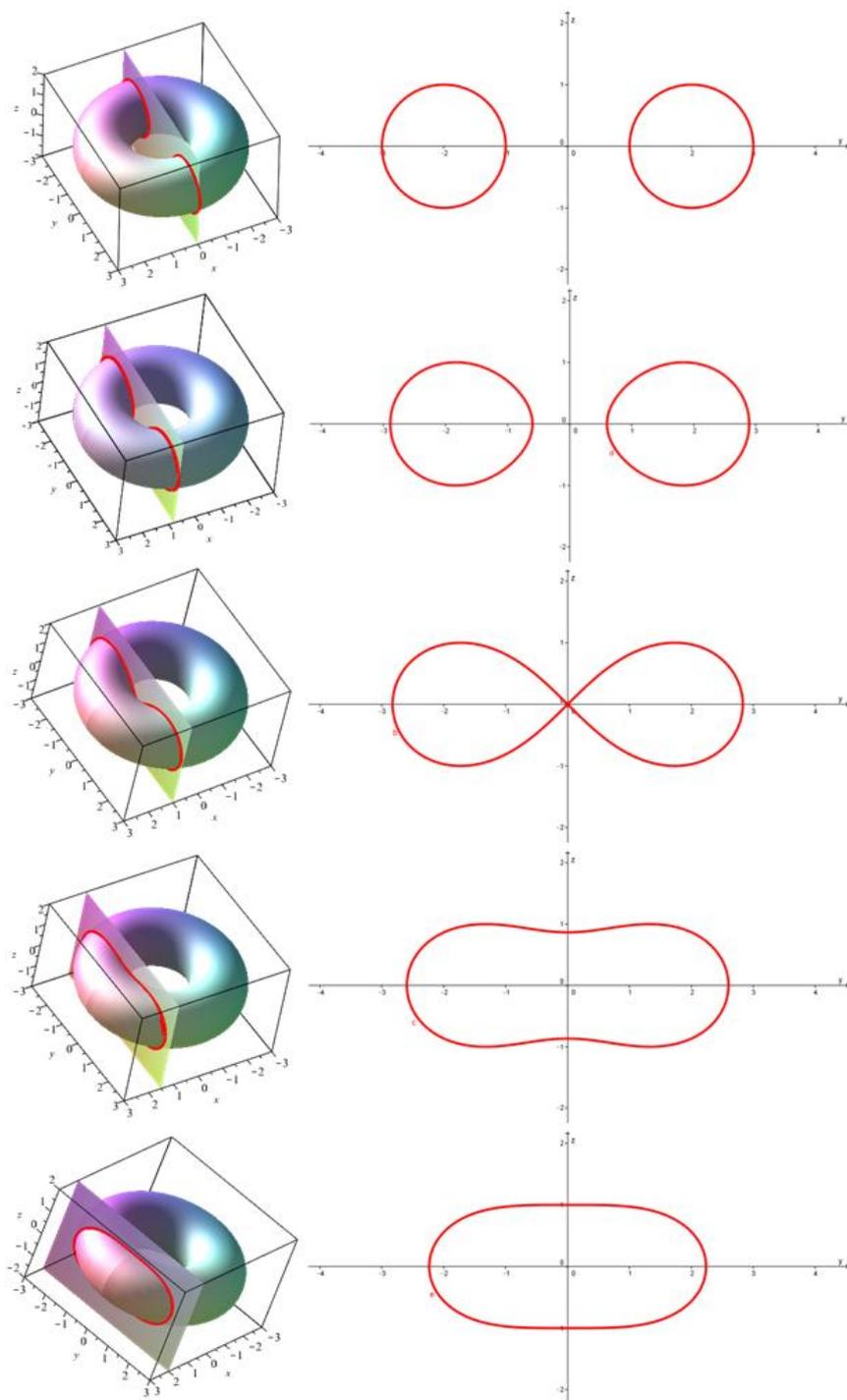


Figura 51: Curvas de contato entre o plano e o toro²¹¹

²¹¹ O toro de equação cartesiana $(x^2 + y^2 + z^2 + R^2 - r^2)^2 = 4R^2(x^2 + y^2)$, com $R = 2$ e $r = 1$, é intersectado por planos de equações $x = c$. Os valores para o parâmetro c nesta figura são, respectivamente, 0, 0,8, 1, 1,5 e 2. Nesta figura, são apresentadas as projeções destas curvas sobre o plano yz .

Sistema hélice cilíndrica – cone – esfera

Na parte que trata do sistema hélice cilíndrica – cone – esfera, Alvaro Rodrigues considera um extenso conjunto de curvas que são traçadas sobre essas superfícies, incluindo, nesse estudo, as curvas planas geradas por suas projeções. As curvas apresentadas no capítulo X de “Projetividades, Curvas de Superfícies” são a hélice cilíndrica normal, a senoide, a cicloide, a espiral hiperbólica, a cocleoide, a espiral logarítmica, a loxodrômica do cone circular, a loxodrômica da esfera, a espiral de Poinot, a espiral cônica, a espiral de Arquimedes, a hélice esférica e as geodésicas do cone. A parte do texto de Rodrigues sobre curvas tem por base historiográfica os textos de Gomes Teixeira e Gino Loria. Esses autores incluem tratamento analítico, a partir da dedução das equações e de outras características das curvas, complementado por diversas informações históricas. Rodrigues dá ênfase às construções das curvas, articulando-as com sua história, a partir dos textos desses autores.

Estudo descritivo das superfícies geométricas

O capítulo XI de “Projetividades, Curvas e Superfícies” inicia-se com a classificação de Monge para as superfícies, segundo escreveu Ortiz Monteiro sobre o tema. Alvaro Rodrigues transcreve fragmento das “Notas de aula do Dr. Ortiz Monteiro” que acompanham a edição brasileira do F.I.C. de geometria descritiva. Distinguindo as superfícies que são suscetíveis de definição geométrica daquelas que não o são, como a superfície do solo, o autor define superfície a partir da forma como esta é gerada. “*Superfície* é a figura descrita por uma linha, reta ou curva, que se desloca, mudando muitas vezes de posição e, ao mesmo tempo, de forma e de grandeza, segundo uma lei determinada e contínua”²¹².

Seguindo a concepção de Monge, Rodrigues considera duas classes a partir da natureza da sua geratriz: as superfícies retilíneas²¹³ (*reglées*, geradas pela reta) e

²¹² (RODRIGUES, 1960, p.248)

²¹³ Júlio Cesar de Mello e Souza, em artigo da revista “Al-Karismi” (Rio de Janeiro: Getúlio Costa, 1946. n.1. p.57), elogia a iniciativa de Alvaro Rodrigues ao preferir traduzir a palavra *reglée* como “retilínea” e não “regrada”, por crer que esta deixaria ao leitor a ideia de que se trata de uma superfície sujeita a uma regra. Alvaro Rodrigues transcreve o texto de Mello e Souza no prefácio de seu livro “Perspectiva Paralela”.

as geradas por uma curva qualquer. Essas classes são subdivididas e apresentadas em um quadro sinótico (figura 52).

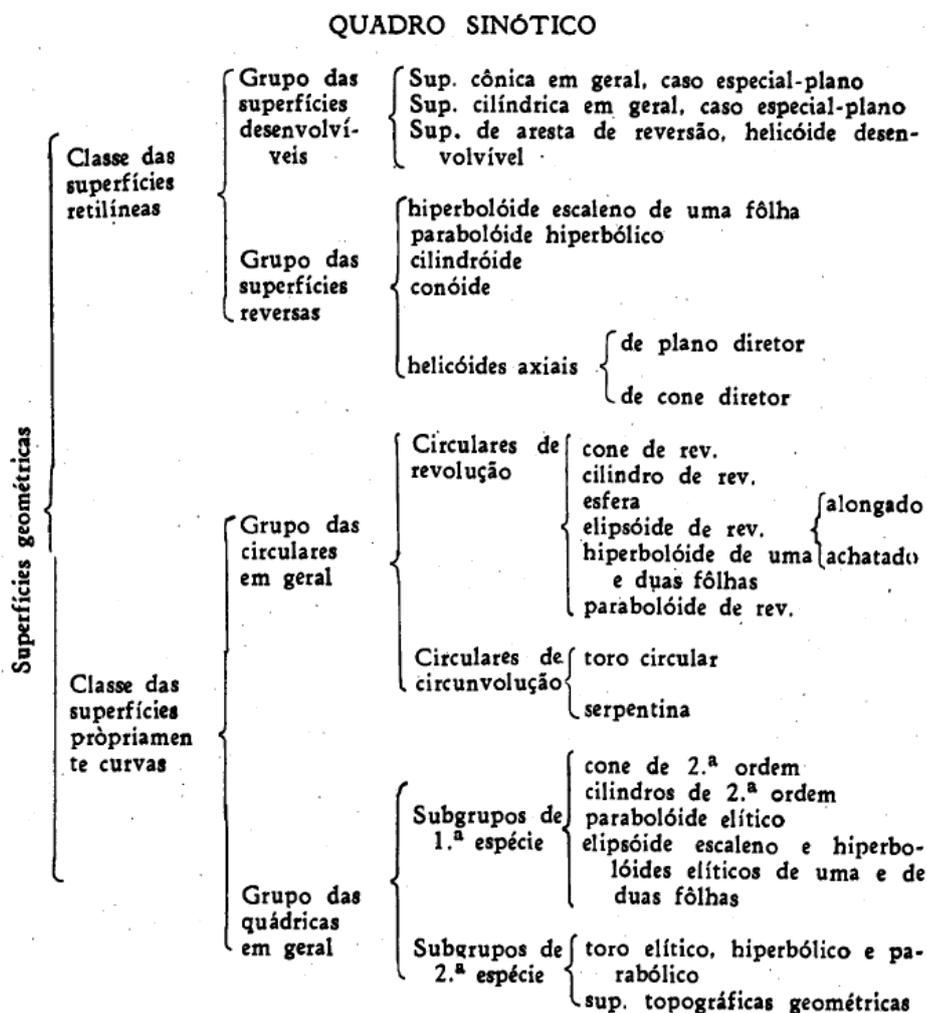


Figura 52: Quadro sinótico das superfícies. RODRIGUES, A. J. **Geometria Descritiva - Projetividades, Curvas e Superfícies**. 3. ed. Rio de Janeiro: Ao Livro Técnico S.A., 1960. p. 267.

Entre as superfícies retilíneas, Rodrigues considera as subclasses das superfícies desenvolvíveis (planificáveis, que podem ser distendidas “sobre um plano sem contração de nenhuma de suas partes”) e reversas (não planificáveis).

Para as superfícies estudadas, o autor privilegia a construção de suas geratrizes, sua representação por meio da épura, a construção do plano tangente em um ponto da superfície e as seções planas. No caso dos cilindros e cones, o autor, ainda, estuda as interseções entre essas superfícies, considerando diversos casos particulares. O quadro sinótico da figura 52 mostra todas as superfícies estudadas no texto do professor Rodrigues.

A abordagem de Rodrigues para o estudo das superfícies segue a tradição

francesa oriunda de autores como L.L. Vallée e Adhémair. Vallée introduz, antes da projeção das superfícies, um estudo das projeções das curvas, com seus "traços" e com as projeções das tangentes às curvas. O autor apresenta a concepção geral das superfícies de Monge, mas seu estudo parte dos casos particulares das superfícies cilíndricas, cônicas, de revolução e *enveloppantes*. Para Adhémair (1832), a mesma abordagem é identificada, havendo destaque para o teorema da tangente (a projeção da tangente a uma curva é tangente à projeção da curva) e, então, apresenta estudo preliminar da projeção de uma curva antes das superfícies. Para as superfícies, esse autor considera que as cilíndricas são as mais simples e mais úteis.

4.3.4 Um problema, várias abordagens

A fim de evidenciar a singularidade do texto de Alvaro Rodrigues, serão apresentados alguns problemas e as diferentes soluções encontradas nos livros do professor Rodrigues.

A perpendicular comum a duas retas reversas

Monge (1799), ao apresentar o estudo dos planos tangentes às superfícies curvas e suas normais, propõe o problema da determinação da menor distância entre duas retas reversas²¹⁴. Isso significa determinar o comprimento do menor segmento que une duas retas que não estão contidas no mesmo plano e que forma 90° com ambas.

A solução proposta por Monge baseia-se na ideia da construção de um plano tangente a uma superfície cilíndrica. Considerando-se duas retas r e s , toma-se por r um plano π paralelo a s e, em seguida, uma superfície cilíndrica de base circular, que tenha por eixo a reta s . A medida do raio do cilindro é, portanto, a distância procurada. Monge (1799, p.38) mostra como deve ser construída a épura do plano

²¹⁴ "Deux droites étant données par leur projections horizontales AB, CD, et par leur projections verticales ab, cd ; construire les projections PN, pn de leur plus courte distance, c'est-à-dire de la droite qui est en même temps perpendiculaire à l'une et à l'autre, et trouver la grandeur de cette distance ?" (MONGE, 1799, p.37)

paralelo a s e descobre a perpendicular comum a r e s pela seguinte sequência de etapas construtivas:

1. por um ponto C arbitrário em s , traça-se uma reta perpendicular ao plano π . Essa reta é normal à superfície cilíndrica e determina um ponto I em π ;
2. por I , traça-se a paralela a s . Determina-se N o ponto de interseção entre essa paralela e r ;
3. traça-se a perpendicular a r por N . Essa perpendicular toca s em P e, assim, NP determina a menor distância entre as retas r e s .

O próprio Gaspard Monge considera que a superfície cilíndrica não é necessária à solução desse problema. As etapas mencionadas envolvem apenas a construção de retas paralelas e perpendiculares, tema explorado na primeira parte do texto de Monge. Em sua solução, cada etapa é apresentada por meio de sua forma equivalente da Geometria Descritiva: a construção de uma reta perpendicular a um plano, por exemplo, é descrita por meio do traçado das projeções horizontal e vertical dessa reta.

Alvaro Rodrigues apresenta três soluções para esse problema²¹⁵, a saber, uma pelo método de Monge, uma pelo método das projeções cotadas e, por fim, uma pelo método das projeções centrais. A solução pelo método mongeano apresentada pelo professor Rodrigues baseia-se na ideia de que “é sempre possível por meio dos métodos das mudanças dos planos de projeção ou das rotações” (RODRIGUES, 1964, p.139) tornar uma das retas reversas vertical. Dessa forma, a perpendicular comum às retas reversas será uma reta horizontal. O problema fica facilmente resolvido visto que a medida de um segmento de reta paralelo ao plano horizontal coincide com a medida de sua projeção sobre esse plano. Após essa argumentação, Alvaro Rodrigues executa, por meio da *épura*, a operação de mudança dos planos.

A solução apresentada pelo professor Rodrigues por meio das projeções cotadas inicia-se com uma argumentação geométrica idêntica àquela apresentada por Monge anteriormente.

Sejam AB e CD duas retas não situadas no mesmo plano. Por um ponto qualquer C da segunda tracemos uma paralela EF à primeira. As duas retas CD e EF determinam um plano paralelo à reta AB .
De um ponto qualquer de AB tracemos uma perpendicular MN ao plano DCF ; procuremos L , pé dessa perpendicular. Por esse ponto tiremos uma

²¹⁵ O mesmo problema é tratado por Rodrigues e Delmas (2009), que discutem três soluções, entre elas uma pela mudança dos planos de projeção e uma por meio de projeção cilíndrica oblíqua.

paralela a EF. O ponto K de concurso dessa paralela com CD é o pé da perpendicular comum às duas retas. Uma paralela MN traçada desse ponto dá a solução pedida em grandeza e posição. (RODRIGUES, 1964, p. 298-299)

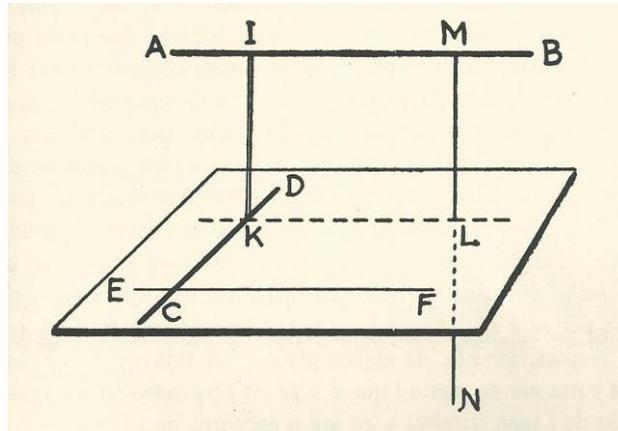


Figura 53: RODRIGUES, A. J. **Geometria Descritiva - Operações Fundamentais e Poliedros**. 6. ed. Rio de Janeiro: Ao Livro Técnico S.A., 1964. Figura 293, p. 299.

Em seguida, Rodrigues (1964) apresenta como essas etapas construtivas são executadas por meio da geometria cotada²¹⁶. As retas ab e cd são dadas no plano de confronto e são conhecidas as suas graduações. A fim de determinar a perpendicular comum a essas retas:

1. toma-se um ponto arbitrário de cd de cota n_1 ;
2. traça-se uma paralela ef a ab por esse ponto e gradua-se essa paralela com intervalos iguais aos de ab ;
3. as retas que ligam os pontos de mesma cota de cd e ef são retas paralelas ao plano de confronto. Uma perpendicular gh a esse feixe de paralelas representa o plano π paralelo a ab . Além disso, o feixe de paralelas gradua gh ;
4. toma-se m um ponto arbitrário em ab de cota n_2 . A perpendicular mn ao plano π é paralela a gh e tem intervalo e sentido da graduação inversos do intervalo e graduação do plano (conforme apresentado na seção 4.3.2);
5. as retas pp' e qq' que ligam os pontos $p(n_3)$ e $q(n_4)$ em mn aos pontos $p'(n_3)$ e $q'(n_4)$ em gh encontram-se em o . A perpendicular a gh por o determina em mn o ponto l . Esse é o pé da perpendicular ao plano π por m ;
6. traça-se a paralela a ab por l . Essa reta determinará o ponto k em cd ;

²¹⁶ A notação aqui utilizada é aquela já apresentada na seção 4.3.2.

7. traça-se a paralela a mn por k , sendo determinado em ab o ponto i . A reta ik é a perpendicular comum às retas ab e cd . A verdadeira grandeza do segmento de reta que une os pontos k e i é determinada através do Teorema de Pitágoras.

A écura da hélice

Tome-se, como exemplo, o problema da representação de uma hélice traçada sobre um cilindro circular reto. Os pontos desta curva podem ser descritos pela forma $(R \cos \theta, R \sin \theta, \theta)$, sendo θ um número real qualquer e R a medida do raio do cilindro. A projeção ortogonal dessa curva sobre o plano xy é a circunferência descrita por $(R \cos \theta, R \sin \theta)$ e sua projeção ortogonal sobre o plano yz é uma curva descrita por $(R \sin \theta, \theta)$. Trata-se de uma senoide que, nesse caso, tem equação cartesiana $y = R \sin z$. Süsserkind (1933) apresenta como solução para a construção da écura da hélice a divisão da circunferência do plano horizontal em oito partes. Afirma, em seguida, que

a origem da graduação sendo a origem da helice, as abscissas dos pontos consecutivos da divisão serão respectivamente iguaes a $\frac{c}{8}, \frac{2c}{8}, \frac{3c}{8}$, etc. e as ordenadas $\frac{H}{8}, \frac{2H}{8}, \frac{3H}{8}$, etc., sendo c e H comprimento do circulo da base e do passo da helice. Praticamente dividiremos o passo em 8 partes iguaes. (SÜSSEKIND, 1933, p.107)

A exposição de Alvaro Rodrigues sobre a hélice se inicia pela apresentação das ideias de Apolônio sobre “uma curva de dupla curvatura gerada de modo semelhante à espiral de Arquimedes” (RODRIGUES, 1960, p. 209), tomando por referência a *História das Matemáticas na Antiguidade* de Fernando de Almeida e Vasconcelos. Em seguida, afirma que Guidobaldo Del Monte foi o primeiro a estudar, geometricamente, “a curva que, como diretriz das superfícies reversas helicoidais, deveria fazer o progresso deste século, pelo aperfeiçoamento das máquinas operatrizes, dos aparelhos e instrumentos mecânicos” (RODRIGUES, 1960, p.209).

Atendo-se à “hélice cilíndrica normal”, definida como “a curva traçada sobre um cilindro circular, que *corta todas as geratrizes sob um ângulo constante*” (RODRIGUES, 1960, p.210), o autor mostra propriedades dessa curva, tais como:

- ser a trajetória de um ponto com movimentos de rotação com velocidade angular constante em torno de um eixo e de translação, também com velocidade constante e paralela a esse eixo;

- possuir curvatura e torção constantes;
- ser o arco de hélice o caminho mais curto entre dois pontos sobre a superfície cilíndrica;
- a planificação da superfície cilíndrica transforma um arco de hélice em um segmento de reta.

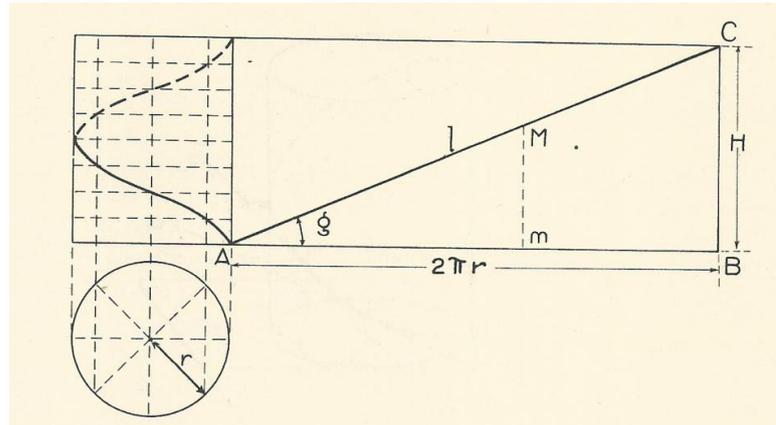


Figura 54: RODRIGUES, A. J. **Geometria Descritiva - Projetividades, Curvas e Superfícies**. 3. ed. Rio de Janeiro: Ao Livro Técnico S.A., 1960. Figura 125, p. 211.

Tomando por base a figura anterior, Alvaro Rodrigues discute os fundamentos geométricos que orientam o processo construtivo da *épura* da hélice. A figura 54 é uma planificação de um arco de hélice que liga dois pontos sobre uma mesma geratriz do cilindro. A distância entre esses pontos é o *passo* da hélice, cuja medida é representada por H na figura 54. O ponto M é a imagem de um ponto arbitrário da hélice pela planificação e a distância desse ponto ao plano horizontal é igual à medida do segmento Mm . Como $\frac{BC}{AB} = \operatorname{tg} \hat{B}AC$, dividir o segmento AB em n partes iguais implica dividir o passo H em n partes iguais. Assim, o autor pode sumarizar a construção da *épura* da hélice:

Para construir a projeção vertical da hélice traçada nessa superfície e da qual conhecemos o passo e um de seus pontos, divide-se a circunferência da base do cilindro num número par de partes iguais²¹⁷ [...]. A seguir dividimos o passo no mesmo número de partes em que foi dividida a circunferência. [...] Fazemos passar por essas divisões do passo planos horizontais e tracemos pelos pontos de divisão da base geratrizes do cilindro. Os pontos de encontro das projeções verticais das geratrizes com os traços horizontais dos planos auxiliares são as projeções verticais dos pontos da hélice. (RODRIGUES, 1960, p.213)

²¹⁷ Cabe, aqui, uma ressalva. Alvaro Rodrigues divide a circunferência em 8 partes, cuja construção é possível por meio de régua e compasso. Porém, nem todo polígono regular com número par de lados é construtível. É o caso do polígono de 14 lados.

Prosseguindo em sua exposição, o autor mostra dois fatos relevantes associados à hélice:

1. A projeção ortogonal de uma hélice cilíndrica sobre um plano paralelo ao seu eixo é uma senoide; e
2. O lugar dos traços horizontais da tangente à hélice cilíndrica normal forma a envolvente da circunferência.

Sobre as envolventes, o professor Rodrigues amplia o repertório histórico de seus leitores citando os trabalhos de Johann Bernoulli, Euler e Legendre sobre o assunto²¹⁸. A propriedade mencionada por Alvaro Rodrigues está enunciada da seguinte forma: “as infinitas envolventes sucessivas de uma curva plana tendem para uma determinada forma limite, que é uma cicloide” (RODRIGUES, 1960, p.215)²¹⁹. Legendre (1817) afirma que essa proposição é encontrada nos *Oeuvres* de Bernoulli (tomo IV, p. 98)²²⁰ e que o primeiro a demonstrá-la foi Euler, nos *Novi Comm. Petrop.* (tomo X). Embora não seja possível inferir se o professor Rodrigues teve acesso a esses textos originais, deve-se reconhecer que ele fornece a seus leitores informações históricas corretas e relevantes, ao relacionar trabalhos de grandes matemáticos sobre o tema que expõe em seu texto.

A discussão anterior mostra como os aspectos históricos integram o texto do professor Rodrigues. Além disso, a exposição da devida fundamentação teórica para os processos construtivos distingue o texto de Alvaro Rodrigues de outros de caráter meramente instrutivo, que enfatizam o “como” em detrimento do “porquê”.

²¹⁸ As referências estão incluídas no anexo A desta tese.

²¹⁹ Legendre (1817, p.541-542) enuncia tal propriedade da seguinte forma: “Soit BMC une courbe quelconque *rectangulaire*, c’est-à-dire telle que les tangentes aux extrémités B, C soient, l’une parallèle, l’autre perpendiculaire à l’axe ACG ; supposons qu’on développe l’arc BMC en commençant vers C, et que du développement naisse la courbe CPD comprise entre les parallèles AC, BD, laquelle sera aussi rectangulaire, puisque les tangentes en C et D seront, une dirigée suivant l’axe AC, l’autre perpendiculaire à cet axe ; supposons ensuite que la courbe DPC soit développée à son tour, en commençant vers D, et ainsi à l’infini ; le développement de chaque courbe commençant toujours où finit le développement de la précédente ; je dis que par ces développemens successifs les courbes CD, DE, EF, etc. , approcheront de plus en plus de se confondre avec une demi-cycloïde dont la base est égale et parallèle à AB”. Embora Rodrigues (1960) afirme que Legendre reproduz a propriedade na parte IV de seus “Exercices de calcul intégral”, ela, na verdade, encontra-se no final da parte VI desse mesmo livro. Não foi possível inferir se se trata apenas de um erro de impressão, propagado ao longo das edições do livro do professor Rodrigues, ou se ele reproduz um erro ao citar terceiros.

²²⁰ “Curva cuiuscunque in infinitum continuata, tandem Cycloidem generante” (BERNOULLI, 1742, p.98).

5 Conclusão

Os livros de Alvaro Rodrigues chamam a atenção do leitor por conter diversas referências históricas sobre os assuntos que o autor apresenta. É, portanto, desse aspecto singular de seu texto que surge a motivação para esta pesquisa. De onde provém a erudição de seu autor? Onde essas referências foram localizadas? A partir dessas questões, outras surgem em decorrência. Quem é esse sujeito que, apesar de não ser matemático e escrever para alunos de uma academia de artes, estrutura seus textos ancorado em referências que remetem à história dos temas tratados, incluindo matemáticos como Legendre, Euler, Gauss e Lagrange? Quais são suas motivações para construir um texto dessa natureza? Esta tese é um mergulho na obra de Alvaro Rodrigues e em suas referências históricas sobre a Geometria Descritiva e a Perspectiva.

Para além de simples notas que apresentam nomes e datas, a singularidade da obra de Rodrigues está, sobretudo, na natureza de suas referências. As notas históricas, repletas de fragmentos retirados de fontes originais, mostram que o autor buscou relatar a história da Geometria Descritiva e da Perspectiva não apenas da forma como ela foi contada por outros, mas da forma como ela ficou registrada nos textos dos personagens que dela tomaram parte.

Inicialmente, pretendíamos analisar a matemática contida no texto do professor Rodrigues. Porém, à medida em que o personagem era desvendado, o caminho se redefiniu. Levados pela trajetória de vida e pela produção bibliográfica do autor, formulamos novas questões de pesquisa, como o intuito de focar aquilo que torna singular a obra do professor Rodrigues: a forma como articula teoria, técnica e história. Não foi a intenção do professor Rodrigues escrever um texto que constituísse uma historiografia sobre a Descritiva. As referências históricas contidas em sua obra são pontuais, e, da forma como foram escolhidas e apresentadas pelo professor Rodrigues, fornecem ao leitor mais que métodos de representação de objetos tridimensionais. Fornecem amplo repertório histórico e cultural dos temas abordados.

Nesta tese, colocamos a obra de Rodrigues em contexto mais amplo, a partir de uma análise embasada na historiografia proposta por pesquisadores contemporâneos, como Sakarovitch (1998) e Andersen (2007). Mostramos

convergências entre as decisões historiográficas do professor Rodrigues e aquelas apontadas por esses pesquisadores. No entanto, deve-se levar em conta o contexto e os recursos disponíveis, já que o professor Rodrigues produz sua obra durante a primeira metade do século XX, consultando acervos bibliográficos mais restritos comparados àqueles acessíveis por pesquisadores modernos. E isso não o levou a cometer erros conceituais ou omissões de autores relevantes em suas notas históricas.

O professor Alvaro José Rodrigues foi figura importante para a Escola Nacional de Belas Artes durante a primeira metade do século XX, instituição na qual atuou por mais de 30 anos à frente da cadeira de Geometria Descritiva. Teve o reconhecimento de seus pares e foi laureado, ainda em vida, com justas homenagens. Na ausência de uma biografia sobre esse personagem, restaria apenas um conjunto de documentos, dispersos em diversos acervos da cidade do Rio de Janeiro, e a memória de familiares e de antigos alunos da ENBA sobre suas aulas, sua personalidade e, principalmente, sua paixão pela geometria descritiva. Nesta tese, foram reunidas informações sobre a vida e a obra de Alvaro Rodrigues, com ênfase para sua formação acadêmica, sua atuação profissional e sua produção bibliográfica.

Esta pesquisa mostrou que sua atuação não se restringiu à Escola de Belas Artes. Sua obra, além de cumprir um papel didático para o ensino de geometria descritiva, reúne um conjunto de aspectos relevantes sobre a história dessa disciplina. O leitor dos três volumes dedicados à descritiva e à perspectiva tem acesso a referências bibliográficas que remontam à história dessas disciplinas a partir de textos publicados ao longo dos séculos XVIII, XIX e XX. É possível afirmar que a obra de Alvaro José Rodrigues seja a única publicada por autor brasileiro que articula a teoria, a prática e a história da Geometria Descritiva e da Perspectiva.

Ficou registrado na memória dos familiares do professor Rodrigues sua dedicação ao estudo desta disciplina. Mesmo com idade avançada, afastado do magistério, pesquisava diariamente os métodos construtivos, tomando por base literatura consistente, tanto do ponto de vista teórico quanto prático. Isso fica evidente em seus livros, que se modificaram ao longo das edições e ampliaram-se a partir de seus estudos. Trata-se de um pesquisador, um estudioso, que busca transmitir aos seus leitores sua erudição e fornecer amplo repertório de técnicas de construção e de informações históricas sobre a descritiva e a perspectiva.

Diariamente, a casa do professor Rodrigues era visitada por alunos e professores da ENBA para discussões sobre problemas e métodos construtivos. Valendo-se de termos kuhnianos, é possível afirmar que havia um grupo de praticantes de uma “ciência normal” ligado à ENBA, que trabalhava sobre o paradigma mongeano. Trabalhos mencionados nesta tese, como os de Muniz Gregory, Caetano de Oliveira, Mendel Coifman, Giusepina Pirro, além da própria obra do professor Rodrigues, publicados na forma de livros, artigos e exames para provimento de cargos em instituições de ensino superior, mostram um grupo dedicado a pensar, reformular e discutir as técnicas de representação.

A motivação inicial para esta tese foi o conjunto de referências bibliográficas usado por Alvaro Rodrigues para a composição de seu texto. As referências incluíam textos apontados por diversos pesquisadores, como Andersen (2009) e Sakarovitch (1998), como importantes para esse campo da matemática do ponto de vista histórico. Rodrigues leu textos de matemáticos, engenheiros, artistas e historiadores. Leu, também, textos originais, como os de Monge, Fiedler e Loria. Não apenas leu, mas divulgou, em sua obra, os resultados publicados por outros brasileiros. A seção da Enciclopédia Delta Larousse intitulada “Contribuição Brasileira à Geometria Descritiva”, de autoria do professor Rodrigues, evidencia esse caráter divulgador. Ainda que esteja além do escopo desta tese mostrar a relevância ou originalidade desses trabalhos para a geometria descritiva, as pesquisas desses autores brasileiros foram contempladas pelo professor Rodrigues, que se preocupou em difundir, a partir de seus textos, a forma como seus colegas resolveram problemas ligados à representação gráfica.

A questão da didática do ensino de geometria descritiva é, também, discutida na obra analisada. Aliada à dedicação ao estudo dessa área de conhecimento, destaca-se a experiência na Alemanha e os anos como catedrático da disciplina na ENBA. Esses aspectos formaram no professor Rodrigues uma concepção sobre o caráter formativo desta disciplina, ampliada por ele não apenas para engenheiros, artistas e arquitetos, mas para marceneiros e mestres de obra, cuja formação, durante o corte histórico considerado nesta tese, era fornecida por escolas técnicas em nível primário. Acreditava, portanto, que a qualidade da mão de obra melhoraria se seus executores compreendessem fundamentos geométricos inerentes à descritiva.

Sobre a relação entre Alvaro Rodrigues e o ensino técnico no Rio de Janeiro, seu livro de 1922 é um raro relato do funcionamento de diversas instituições cariocas que existem até o presente. O cotidiano, as disciplinas e os problemas enfrentados por essa modalidade de ensino durante as primeiras décadas do século XX são apresentados por Alvaro Rodrigues, a partir de sua condição de gestor público de um conjunto de escolas da cidade do Rio de Janeiro. Trata-se de um texto que evidencia a influência de sua experiência na Alemanha em sua forma de ver o ensino profissionalizante. Em sua concepção, o ensino de geometria era crucial para o público a que se destinava essa modalidade de ensino.

Mesmo entre os alunos de Monge, encontravam-se aqueles que consideravam a descritiva apenas como ferramenta para obter uma representação gráfica. Executar de maneira mecânica uma sequência de procedimentos permite a obtenção da *épura*, mas não contribui com o desenvolvimento do pensamento dos profissionais cujo ofício lida com formas tridimensionais. Se a ênfase está apenas no resultado final, outras ferramentas que forneçam esse resultado de maneira rápida e eficiente podem deixar a ideia de que a GD é desnecessária ou substituível, como advogam, mais recentemente, os usuários de tecnologias do tipo CAD. Nesse sentido, a metáfora da caixa preta usada por Vilém Flusser²²¹ é adequada para fomentar essa discussão. O uso da computação gráfica, apesar de fornecer imagens de maneira rápida, pode ser realizado por meio de procedimentos mecânicos, negligenciando-se os conceitos geométricos por trás da construção. A execução de procedimentos mecânicos no traçado de *épuras* é substituída por *clicks* na tela do computador. Se a ênfase não está no desenvolvimento do pensamento espacial, muda-se apenas da caixa preta onde se depositam os métodos da geometria descritiva para a caixa preta que contém os algoritmos implementados nas tecnologias do tipo CAD. O trabalho mecânico pode ser feito tendo como suporte a régua e o compasso ou o computador. Destaca-se, portanto, o caráter formativo inerente à geometria descritiva na formação de profissionais cujo ofício lida com a forma tridimensional.

Embora tivesse lido Monge no original, a exposição didática de Rodrigues tem influência de autores de diversas nacionalidades. Em oposição ao espírito de generalidade presente nas *Leçons* de Monge, que começa por projetar figuras mais

²²¹ (FLUSSER, 1985)

complexas do espaço, autores como F.I.C., Vallée e Adhémar, ao contrário, vão do particular e das figuras simples aos casos mais gerais e às figuras mais complexas. Na obra de Rodrigues, é possível identificar a concepção de que o estudo deve ser feito por meio da análise de muitos casos particulares, de modo que os elementos fundamentais são apresentados em diversas posições no espaço. Os rebatimentos e as rotações são métodos descritivos amplamente usados na obra e são estudados por meio desse viés que vai do particular para o geral. Porém, Rodrigues expande o repertório de técnicas construtivas pela inclusão de outros métodos além daqueles provenientes da geometria descritiva. É o caso da inclusão, no primeiro volume de sua obra, das projeções cotadas e das projeções centrais.

Diversas noções provenientes da Geometria Projetiva já integravam a obra de Rodrigues desde as primeiras edições. Levando-se em consideração o público a que se destinava a obra, não havia, nos programas das outras cadeiras da ENBA, o estudo de tais conceitos. A inclusão do capítulo introdutório no volume dois de sua obra familiariza o leitor com as ideias de ponto no infinito, reta do infinito, princípio de dualidade e razão anarmônica. Não se trata de um texto escrito para matemáticos, de modo que alguns leitores talvez o julguem pouco rigoroso. Porém, pode-se inferir que os teoremas e suas respectivas demonstrações são escolhidos a fim de que sejam compreensíveis para o público alvo e construam uma “teoria consistente”, não no sentido que Gödel dá a esse termo, mas que os resultados apresentados são devidamente justificados, tomando por base cálculos ou argumentações que um leitor não especializado é capaz de compreender.

Para além do que integra o texto de Rodrigues, a história da Descritiva e da Perspectiva contada a partir de suas notas históricas representa uma singularidade de sua obra. Como foi dito na introdução desta tese, a obra de Rodrigues abre janelas para a história dessas disciplinas. Ler Alvaro Rodrigues é conhecer a história da Geometria Descritiva e vislumbrar, como o próprio autor afirma, o romance encenado em cada época.

O método adotado nesta pesquisa teve como objetivo reconstruir a trajetória acadêmica e profissional do personagem aqui investigado, compreender o contexto no qual se deu sua produção bibliográfica, mapear as modificações que essa produção sofreu ao longo dos anos e compreender as motivações do autor para essas mudanças. Os elementos biográficos nesta pesquisa foram estruturados com base em uma triangulação entre fontes primárias, secundárias e relatos de pessoas

que conviveram com o personagem. Por fim, analisamos as referências indicadas pelo autor, verificamos a correção e adequação das citações, inferindo, dessa forma, em que ocasiões o autor recorreu a fontes originais ou se reproduziu ideias de terceiros para a composição de seus textos. Esse conjunto de elementos pode constituir uma metodologia adequada para outras pesquisas de natureza similar a esta.

Deseja-se, como desdobramento futuro desta tese, a reedição da obra de Alvaro Rodrigues, em formato impresso e digital, em virtude de seu valor histórico. A edição digital se valerá das potencialidades dos ambientes hipertextuais para conduzir o leitor, por meio de hiperlinks, para as referências indicadas pelo autor. Ainda na edição digital, pretende-se reproduzir as figuras que integram a obra de modo a torná-las interativas. A interação com certos elementos e parâmetros da figura e a verificação imediata das modificações causadas pode auxiliar o leitor na compreensão de conceitos inerentes à perspectiva e à descritiva.

REFERÊNCIAS

ADHÉMAR, J. **Cours de mathématiques à l'usage de l'ingénieur civil. Géométrie descriptive**. Paris: Carillan-Goeury, 1832.

ANDERSEN, K. Brook Taylor's Role in the History of Linear Perspective. In: **Brook Taylor's Work on Linear Perspective**. New York: Springer, 1992. p. 1-67.

ANDERSEN, K. **The Geometry of an Art: The History of the Mathematical Theory of Perspective from Alberti to Monge**. New York: Springer, 2007.

ATIQUÉ, F. Um Sotaque Disfarçado: A recepção de referências americanas no curso de Arquitetura da Escola Nacional de Belas Artes. **19&20**, Rio de Janeiro, v. III, n. 2, abr. 2008. Disponível em:
<http://www.dezenovevinte.net/arte%20decorativa/ad_atique.htm>.

BARATA, M. **Escola Politécnica do Largo de S. Francisco: berço da engenharia brasileira**. Rio de Janeiro: Associação dos antigos alunos da politécnica, 1973.

BARBIN, E. Descriptive Geometry in France: History of *Élémentation* of a Method (1795-1865). **International Journal for the History of Mathematics Education**, v. 10, n. 2, 2015.

BELLO JUNIOR, M. F. Homenagem ao Prof. Álvaro Rodrigues. **Arquivos da Escola de Belas-Artes**. n. 12, p. 169-176, 1966.

BERNOULLI, J. **Opera Omnia**. Lausannae & Genevae: Sumptibus Marci-Michaelis Bousquet & Sociorum, 1742. Tomo IV.

BESKIN, N. M. **Representación de Figuras Espaciales**. Moscú: MIR, 1977.

BOURDIEU, P. A ilusão biográfica. In: FERREIRA, M. M.; AMADO, J. **Usos e abusos da história oral**. 8 ed. Rio de Janeiro: FGV, 2006. p. 183 - 192.

BOS, H. J. M. Arguments on Motivation in the Rise and Decline of a Mathematical Theory; the "Construction of Equations", 1637 – ca. 1750. **Archive for History of Exact Sciences**, v. 30, n. 3-4, p. 331-380, 1984.

BUENO, M.; SANTOS, N. P. A Reforma de 1854 na Academia Imperial das Belas Artes: Formando Artistas para Auxiliar a Técnica e a Ciência. In: *Scientiarum Historia*, 6, 2013, Rio de Janeiro. **Anais...** Rio de Janeiro: HCTE/UFRJ, 2013.

CAETANO DE OLIVEIRA, L. **Tese de concurso para provimento da cadeira de “Geometria Descritiva”**. Faculdade de Arquitetura, Universidade do Brasil.

CARDONE, V. From Descriptive Geometry to CAD. In: EMMER, M; MANARESI, M **Mathematics, Art, Technology and Cinema**. Berlin: Springer-Verlag, 2003. p. 67 – 76.

CARNEIRO, J. P. Q. Construções possíveis usando régua e compasso. **Construções Geométricas**. Rio de Janeiro: SBM, 1993.

CARVALHO, J. M. **A Escola de Minas de Ouro Preto: o peso da glória**. Belo Horizonte: Editora UFMG, 2002.

CARVALHO, J. M. Uma instituição inovadora: a Escola de Minas de Ouro Preto. **Revista Brasileira de Inovação**, v. 14, n. 2 jul/dez, p. 443-450, 2015.

CHAVES, J. A.; GRIMBERG, G. E. . A evolução do pensamento de Poncelet através da análise de alguns artigos. In: Seminário Nacional de História da Ciência e da Tecnologia, 13, 2012, São Paulo. **Anais...** São Paulo, 2012. v. 1. p. 1-13.

COOLIDGE, J. L. **A History of Geometrical Methods**. New Yor: Dover, 1940.

CORRÊA, M. L. **As idéias econômicas na Primeira República: Serzedelo Corrêa, Vieira Souto e Nilo Peçanha**. Niterói: UFF/ IFCH, 1996. Dissertação de mestrado.

COSTA, N. Álvaro Rodrigues, um mestre. **Correio da Manhã**, Rio de Janeiro, 20 jan.1966. p.5.

COUSINERY, B. E. **Géométrie perspective, ou principes de projection polaire appliqués a la description des corps**. Paris: Carilian-Goeury, 1828.

COXETER, H. S. M. **Projective Geometry**. 2 ed. New York: Springer-Verlag, 1987.

CREMONA, L. **Elements of projective geometry**. 2 ed. Oxford: The Clarendon Press, 1893.

CUNHA, L. A. **O Ensino de Ofícios nos Primórdios da Industrialização**. 2 ed. São Paulo: UNESP, 2005.

DAHAN, J. A Didactical Transposition of the Perspective Theorem of Guidobaldo del Monte with Cabri 3D. In: Asian Technology Conference in Mathematics, 2012, Bangkok. **Electronic Proceedings**. Bangkok: SSRU, 2012. Disponível em:

<http://atcm.mathandtech.org/EP2012/regular_papers/3472012_19914.pdf>. Acesso em: 05 abr. 2013.

DAZZI, C. “Pai e construtor da arte brasileira” - A Academia das Belas Artes na reforma da educação promovida por Benjamin Constant em 1890/1891. **Revista Digital do Laboratório de Artes Visuais**, n. 10, p. 19 - 37, 2013.

DELANEZE, T. **As Reformas educacionais de Benjamim Constant (1890-1891) e Francisco Campos (1930-1932):** o projeto educacional das elites republicanas. Dissertação (Mestrado em Educação)–Programa de pós-graduação em Educação, Universidade Federal de São Carlos, São Paulo, 2007.

DÖRRIE, H. **100 Great Problems of Elementary Mathematics**. New York: Dover, 1965.

DUFOUR, G. H. **Géométrie perspective, avec ses applications a la recherche des ombres**. Genève: Barbezat et Delarue, 1827.

FISHER, C. S. The Death of a Mathematical Theory: a Study in the Sociology of Knowledge. **Archive for History of Exact Sciences**, v. 3, n. 2, p. 137-159, 1966.

FLUSSER, V. **Filosofia da Caixa Preta. Ensaios para uma futura filosofia da fotografia**. São Paulo: Hucitec, 1985.

FONSECA, C. S. **História do ensino industrial no Brasil**. Rio de Janeiro: Escola Técnica Nacional, 1961. v.1.

FONSECA, C. S. **História do ensino industrial no Brasil**. Rio de Janeiro: Escola Técnica Nacional, 1962. v.2.

FRONTIN, A. G. P. **Jubileu da Escola Polytechnica do Rio de Janeiro: comemoração do 50º aniversário da sua fundação (1874-1924)**. Rio de Janeiro: Typ. do Jornal do Commercio, 1926.

GABAGLIA, E. **Elementos de geometria descritiva com numerosos exercícios**. 11 ed. Rio de Janeiro: F. Briguiet, 1946.

GALVÃO, A. **Subsídios para a história da Academia Imperial e da Escola Nacional de Belas Artes**. Rio de Janeiro, 1954.

GANI, D. C. **As lições de Gaspard Monge e o ensino subsequente da Geometria Descritiva**. Dissertação (Mestrado)–Instituto Alberto Luiz Coimbra de pós-graduação e pesquisa de Engenharia, Rio de Janeiro, 2004.

GAUSS, C. F. **Carl Friedrich Gauss Werke**. Band II. Göttingen, 1876.

GIESECKE, F.; MITCHELL, A.; SPENCER, H. C.. **Technical Drawing**. 2 ed. New York: MacMillan, 1940.

GOMBRICH, E. H. **Arte e ilusão: um estudo da psicologia da representação pictórica**. 4ª ed. São Paulo: WMF Martins Fontes, 2007.

GOMES TEIXEIRA, F. **Tratado de las curvas especiales notables**. Madrid: Gaceta de Madrid, 1905.

GRAY, J. **Worlds Out of Nothing: A Course in the History of Geometry in the 19th Century**. London: Springer-Verlag, 2007.

GREGORY, R. M. **Axonometria: Classificação dos Sistemas de Representação. Princípio Axonométrico**. Rio de Janeiro: Universidade do Brasil, 1962.

GUIMARÃES, H. S.; VILLELA, C. M.; DE AZEVEDO BRITO, J. G. A. O Método de Projeções Oblíquas de Denise. In: *Graphica*, Curitiba, Paraná. **Anais...** Paraná: UFPR, 2007.

HACHETTE, J. N. P. **Traité de Géométrie Descriptive, comprenant les applications de cette géométrie aux ombres, a la perspective et a la stéréotomie**. Paris: Corby et Guillaume, 1822.

HALLETT, M. Towards a Theory of Mathematical Research Programmes (I). **British Journal for the Philosophy of Science**, p. 1-25, 1979.

HALLETT, M. Towards a Theory of Mathematical Research Programmes (II). **British Journal for the Philosophy of Science**, p. 135-159, 1979.

HOLZMÜLLER, G. **Tratado Metódico de Matemáticas Elementales**. 3. ed. Barcelona: Labor, 1935. 3v.

JUNIOR, M. F. B. Homenagem ao Prof. Álvaro Rodrigues. **Arquivos da Escola de Belas-Artes**. Rio de Janeiro, 1966.

LACROIX, S. F. **Essais de géométrie sur les plans et les surfaces courbes (Éléments de Géométrie Descriptive)**. Paris: Courcier, 1795.

LEGENDRE, A. M. **Exercices de calcul intégral sur divers ordres de transcendentes et sur les quadratures**. Paris: Courcier, 1817. Tomo II.

LEGENDRE, A. M. **Elementos de Geometria**, tradução Manoel Ferreira de Araújo Guimarães, adaptação e organização Luiz Carlos Guimarães. Rio de Janeiro: E-LIMC, 2009.

LEVI, G. Usos da biografia. In: FERREIRA, M. M.; AMADO, J. **Usos e abusos da história oral**. 8 ed. Rio de Janeiro: FGV, 2006. p. 167 - 182.

LIETZMANN, W. **Methodik des mathematischen Unterrichts**. Leipzig: Quelle & Meyer 1924.

LINDGREN, C. E. S.; SLABY, S. M. **Four-Dimensional Descriptive Geometry**. New York: McGraw-Hill, 1968.

LORENZ, K. M.; VECHIA, A. Os livros didáticos de matemática na escola secundária brasileira no século XIX. **História da Educação**, ASPHE/FaE/UFPel, Pelotas, n.15, p.53 – 72, abr. 2004.

LORIA, G. **Storia della Geometria Descrittiva**. Milano: Ulrico Hoepli, 1921.

MILLER, C. P. **O Doutorado em matemática no Brasil: um estudo histórico documentado (1842-1937)**. Dissertação (Mestrado)–Universidade Estadual Paulista, Instituto de Geociências e Ciências Exatas, Rio Claro, 2003.

MILNE, J. J. **An Elementary Treatise on Cross-ratio Geometry: With Historical Notes**. Cambridge: University Press, 1911.

MIRANDA, H.O. **O Ensino da Geometria Descritiva no Brasil: Da Academia Real Militar à Escola Politécnica do Rio de Janeiro**. Dissertação (Mestrado)–Pontifícia Universidade Católica, São Paulo, 2001.

MONGE, G. **Géométrie descriptive, leçons données aux écoles normales l'an 3 de la republique**. Paris: Baudouin: 1799.

MORMÊLLO, B. H. **O Ensino de Matemática na Academia Real Militar do Rio de Janeiro, de 1811 a 1874**. Dissertação (Mestrado)–Universidade Estadual de Campinas, Campinas, 2010.

NABONNAND, P. **Contributions à l'histoire de la géométrie projective au 19^e siècle**. 2009.

NABONNAND, P.; PEIFFER, J.; GISPERT, H. Circulations et échanges mathématiques (18^e – 20^e siècles). **Philosophia Scientiae**, v. 19, n. 2, p. 7 – 16, 2015.

OLIVEIRA, J. C. D. **João VI: Adorador do Deus das Ciências?** Rio de Janeiro: E-Papers Serviços Editoriais, 2005.

OLIVIER, T. **Cours de géométrie descriptive.** Paris: Carilian-Goeury and Dalmont, 1843.

PARDAL, P. **Memórias da Escola Politécnica.** Rio de Janeiro: Xerox do Brasil, 1984.

PARDAL, P. **140 anos de doutorado e 75 de livre-docencia no ensino de engenharia no Brasil.** Rio de Janeiro: Escola de Engenharia da UFRJ, 1986.

PAVILLET, A. Replacing De(ad)scriptive Geometry... In: CANADIAN DESIGN ENGINEERING NETWORK CONFERENCE, 2004, Montreal, Quebec. **Proceedings...** Montreal, Quebec: McGill University, 2004. Disponível em: <<http://library.queensu.ca/ojs/index.php/PCEEA/article/view/4059/3993>>. Acesso em: 01 out. 2013.

PEREIRA, V. M. C.; SCHUBRING, G. A Matemática Desconhecida da Escola de Minas de Ouro Preto. In: Anais do 7º Encontro Luso Brasileiro de História da Matemática, Óbidos, Portugal, 2014. **Anais.** Óbidos, Portugal, 2014.

PEREIRA, V. M. C. **O Desenvolvimento da Análise no Brasil de 1808 a 1940 - Um Estudo de Caso do Surgimento de uma Comunidade Matemática, por Meio de Transmissões.** Rio de Janeiro: HCTE-UFRJ, 2016. Tese de doutorado.

PINHEIRO, M. C. **Rivadavia Correa.** Rio de Janeiro: IPP, 2010.

PINHEIRO, V. A. **Noções de Geometria Descritiva I. Ponto – Reta – Plano.** 4.ed. Rio de Janeiro: Ao Livro Técnico, 1978.

PINHEIRO, V. A. **Noções de Geometria Descritiva II. Mudanças – Rotações – Rebatimentos – Problemas métricos.** 4.ed. Rio de Janeiro: Ao Livro Técnico, 1971.

PINHEIRO, V. A. **Noções de Geometria Descritiva. Poliedros – Seções Planas – Interseções.** Rio de Janeiro: Ao Livro Técnico, 1965.

PRINCIPE JÚNIOR, A. R. **Noções de Geometria Descritiva.** 23 ed. São Paulo: Nobel, 1976. v.1.

PONCELET, J. V. **Traité de propriétés projective des figures.** Paris: Gauthier-Villars, 1822.

PONCELET, J. V. **Traité de propriétés projective des figures**. Paris: Gauthier-Villars, 1865.

RIBEIRO, F. A. A Exposição Internacional do Centenário da Independência do Brasil de 1922 no processo de modernização da cidade do Rio de Janeiro.. In: ENANPUR: Espaço, Planejamento e Insurgências, 16, 2015, Belo Horizonte. **Anais...** Belo Horizonte: ENANPUR, 2015.

RIO DE JANEIRO (Município). Secretaria do Prefeito. **Boletim da Prefeitura do Distrito Federal publicado pela... - outubro a dezembro de 1914**. Rio de Janeiro: Oficinas Graphics do Paiz, 1915.

RODRIGUES, A. J. **Carte Economique du Brésil organisée par ordre de son Mr. le Dr. Pedro de Toledo ministre de l'agriculture, de l'industrie et du commerce par l'ingénieur civil Alvaro José Rodrigues professeur à l'École Nacional de Beaux-Arts**. Rio de Janeiro: Hartmann-Heichenbach, 1911. Escala 1:5000000.

RODRIGUES, A. J. **Escolas Profissionaes**. Rio de Janeiro: Typ. B. de Souza, 1922.

RODRIGUES, A. J. **Perspectiva Paralela - Classificação das Projeções e Projeções Axonométricas**. Rio de Janeiro: Ao Livro Técnico S.A., 1948.

RODRIGUES, A. J. **Geometria Descritiva - Projetividades, Curvas e Superfícies**. 3. ed. Rio de Janeiro: Ao Livro Técnico S.A., 1960.

RODRIGUES, A. J. **Geometria Descritiva - Operações Fundamentais e Poliedros**. 6. ed. Rio de Janeiro: Ao Livro Técnico S.A., 1964.

RODRIGUES, A. J. Contribuição Brasileira à Geometria Descritiva. In: **Enciclopédia Delta Larousse**. 2a. edição revista e atualizada. Rio de Janeiro: Delta S. A., 1967. p. 5390 - 5405.

RODRIGUES, M. H. W. L.; DELMAS, A. S. B. B. Três variações sobre um mesmo problema de Geometria Descritiva. In: XIX Simpósio Nacional de Geometria Descritiva e Desenho Técnico, Bauru, São Paulo. **Anais...** São Paulo: UNESP, 2009.

ROLLET, L.; NABONNAND, P. (Eds.) **Les uns et les autres... Biographie et prosopographie en histoire des sciences**. Nancy: PUN, 2012.

SAKAROVITCH, J. **Epures d'architecture: De la coupe des pierres a la géométrie descriptive XVI - XIX siècles**. Basel: Birkhäuser, 1998.

SARAIVA. L. The Beginnings of the Royal Military Academy of Rio de Janeiro. **Revista Brasileira de História da Matemática**, v. 7, n. 13, set., 2007.

SCHLÖMILCH, O. **Analytische geometrie des raumes**. Leipzig: B. G. Teubner, 1855.

SCHUBRING, G. On the Methodology of Analysing Historical Textbooks: Lacroix as Textbook Author. **For the Learning of Mathematics**, v. 7, n. 3, nov., 1987.

SCHUBRING, G. The first international curricular reform in mathematics and the role of Germany – A case study in the transmission of concepts. **Learning and assessment in mathematics and science**. Nicosia: Department of Education, University of Cyprus, 2000. p. 265 – 287.

SCHUBRING, G. **Análise histórica de livros de matemática: notas de aula** (tradução Maria Laura Magalhães Gomes). Campinas, SP: Autores Associados, 2003.

‘sGRAVESANDE, W. J. **Essai de perspective**. Haya, 1711.

SIQUEIRA MARTINES, M. C. **Primeiros doutorados em matemática no Brasil: uma análise histórica**. Tese (Doutorado)–Universidade do Estado de São Paulo, Rio Claro, 2014.

SKLENÁRIKOVÁ, Z.; PÉMOVÁ, M. The Pohlke-Schwarz Theorem and its Relevancy in the Didactics of Mathematics. **Quaderni di Ricerca in Didattica**, v. 17, p. 145-157, 2007.

SQUEFF, L. C. A Reforma Pedreira na Academia de Belas Artes (1854-1857) e a constituição do espaço social do artista. **Cadernos Cedes**, n.51, nov, 2000.

SOCIEDADE NACIONAL DE AGRICULTURA. **A lavoura: boletim da Sociedade Nacional de Agricultura Brasileira**. Rio de Janeiro, ano XX, nº 1 a 6, jan - jun, 1916.

SOUSA, J. V. S. **Elementos de Geometria Descritiva...** Rio de Janeiro: Imprensa Régia, 1812.

SÜSSEKIND, C. **Geometria Descritiva: Geometria Descritiva, Perspectiva, Sombras e Desenho de Projeções**. Rio de Janeiro: Freitas Bastos, 1933.

TATON, R. **L'Oeuvre scientifique de Monge**. Paris: Presses Universitaires de France, 1951.

TAYLOR, B. **Linear Perspective**. London: R. Knaplock, 1715.

VALENTE, W. R. **Uma história da matemática escolar no Brasil**. São Paulo: Annablume, 1999.

VALLÉE, L. L. **Traité de géométrie descriptive**. Paris: Courcier, 1819.

VON LAEMMERT, E. **Anuario Administrativo, Agrícola, Profissional, Mercantil e Industrial do Distrito Federal e indicador para 1910**. Rio de Janeiro: Typ. do Almanak Laemmert, 1910.

Anexo A - Índice de nomes e obras citados por Alvaro Rodrigues

Geometria Descritiva - Operações Fundamentais e Poliedros

ARAGO, F. **Oeuvres complètes**. Paris: Gide, 1854.

ARISTÓTELES

BARBOSA, S. Professor do Colégio Pedro II, responsável pelo desenho de Gaspard Monge que aparece na primeira edição do livro “Operações Fundamentais e Poliedros”.

BARRETO, C. Diretor da Escola Nacional de Belas Artes, responsável pelo desenho de Gaspard Monge que aparece em edições posteriores à primeira do livro “Operações Fundamentais e Poliedros”.

BOMPIANI, E. **Geometria Descrittiva**. Roma: Tipografia de Romolo, 1945.

BORDA, J. C. Citado, ao lado de Monge e outros, como membro da comissão que instituiu o sistema internacional de unidades de medidas.

BRASSEUR, J. B. Mémoire sur une nouvelle méthode d'application de la géométrie descriptive à la recherche des propriétés de l'étendue. **Mémoires de l'Académie Royale des sciences, des lettres et des beaux-arts de Belgique**, t. XXIX, 1855.

BRESSE, J. A. C. **Cours de mécanique appliquée**. 2 ed. Paris: Gauthier-Villars, 1868.

BRISSE, C. **Cours de géométrie descriptive**. Paris: Baudry, 1898.

BRISSON, B. Citado por Rodrigues em função de nota biográfica anexada à quarta edição do livro de Gaspard Monge.

BUACHE, P. **Carte physique et profil du canal de la Manche et d'une partie de la Mer du Nord.**

CASSANI, P. **Geometria Rigorosa.** Venezia : Stab. di C. Coen, 1872.

CAYLEY, A. On the stereographic projection on the spherical conic. **The Collected Mathematical Papers.** Cambridge: The University Press, 1892. p. 106 – 109.

CHASLES, M. **Aperçu historique sur l'origine et le développement des méthodes en géométrie, particulièrement de celle qui se rapportent à la géométrie moderne.** 2. ed. Paris : G. Villars, 1875.

CHASLES, M. **Aperçu historique sur l'origine et le développement des méthodes en géométrie, particulièrement de celle qui se rapportent à la géométrie moderne.** 3. ed. Paris : G. Villars, 1889.

CHATILLON, M.

CHOISY, A. **Histoire de l'architecture.** Paris: Gauthier-Villars, 1899.

COLSON, J. Citado por sua ampliação à obra de Brook Taylor sobre perspectiva, que recebeu título *New principles of linear perspective: or the art of designing on a plane, the representation of all sort of objects, in a more general and simple method than has been hitherto done* (Londres, 1749).

CONDORCET, N. Citado, ao lado de Monge e outros, como membro da comissão que instituiu o sistema internacional de unidades de medidas.

COUSINERY, B. E. **Géométrie perspective, ou principes de projection polaire appliqués à la description des corps.** Paris: Carilian-Goeury, 1828.

CREMONA, L. **Elementi di geometria proiettiva.** Torino: G.B. Paravia, 1873.

CULMANN, K. Mencionado pela adoção dos termos antipolaridade, antipolo e antipolar em sua obra.

DE LA GOURNERIE, J. **Traité de géométrie descriptive.** Paris: Gauthier-Villars, 1880.

DELAMBRE, J. B. J. **Rapport historique sur le progrès des sciences mathématiques depuis 1799**. Paris: Imprimerie Impériale, 1810.

DUFOUR, G. H. **Géométrie perspective, avec ses applications a la recherche des ombres**. Genève: Barbezat et Delarue, 1827.

DUPIN, C. **Essai historique sur les services et les travaux scientifiques de Gaspard Monge**. Paris: Bachelier, 1819.

FARISH, W. On isometrical perspective. In: **Transactions of the Cambridge Philosophical Society**. Cambridge, v.1, p.1-20, 1822.

FIEDLER, O. W. **Die Zentralprojektion als geometrische Wissenschaft**. Chemnitz, 1860.

FIEDLER, O. W. **Die darstellende Geometrie in organischer Verbindung mit der Geometrie der Lage**. Leipzig: Teubner, 1871, 3v.

FIEDLER, O. W. **Die darstellende Geometrie in organischer Verbindung mit der Geometrie der Lage**. 4. ed. Leipzig: Teubner, 1904, 3v.

HACHETTE, J. N. P. **Correspondence sur l'École Imperiale Polytechnique**. 2 ed. t.I. Paris : J. Klostermann, 1813.

Este primeiro tomo publica artigos do período de 1804 a 1808. Neste volume, são encontrados dois artigos de Hachette referenciados por Alvaro Rodrigues sobre os triedros: *Solution complète de la pyramide triangulaire* (1804) e *Solution analytique de la pyramide triangulaire, comprenant la trigonométrie sphérique* (1807).

HACHETTE, J. N. P. **Correspondence sur l'École Royale Polytechnique**. t.III. Paris : Courcier, 1816.

Na página 94 desse texto consta um extrato de uma carta de Lagrange, na qual afirma que Monge, com sua aplicação da análise à geometria, será imortal.

HACHETTE, J. N. P. **Traité de Géométrie Descriptive, comprenant les applications de cette géométrie aux ombres, a la perspective et a la stéréotomie**. Paris: Corby et Guillaume, 1822.

LAGRANGE J. L. Citado, ao lado de Monge e outros, como membro da comissão que instituiu o sistema internacional de unidades de medidas.

LA HIRE, P. Citado por Michel Chasles, em seu *Aperçu Historique* (p.346) em nota sobre a identidade das figuras homólogas com aquelas descritas na prática da perspectiva. Alvaro Rodrigues reproduz a citação de Chasles.

LAPLACE P. S. Citado, ao lado de Monge e outros, como membro da comissão que instituiu o sistema internacional de unidades de medidas.

LEROY, C. F. A. **Traité de géométrie descriptive...** 5. ed. rev. Paris: G. Villars, 1910. v. 1, 2

LE POIVRE, J. F. Citado por Michel Chasles, em seu *Aperçu Historique* (p.346) em nota sobre a identidade das figuras homólogas com aquelas descritas na prática da perspectiva. Alvaro Rodrigues reproduz a citação de Chasles.

LORIA, G. **Storia della Geometria Descrittiva.** Milano: Ulrico Hoepli, 1924.

MANNHEIM, A. **Cours de géométrie descriptive de l'École Polytechnique.** Paris: Gauthier-Villars, 1880.

MANNHEIM, A. **Cours de géométrie descriptive de l'École Polytechnique.** 2. ed. Paris: Gauthier-Villars, 1886.

MONGE, G. Mémoire sur la theorie des déblais et de remblais. **Histoire de l'académie Royale des Sciences de Paris, avec les Mémoires de Mathématique et de Phisque pour la même année.** Paris : Imprimerie Royale, 1781. p. 666-704.

MONGE, G. **Géométrie descriptive, leçons données aux écoles normales l'an 3 de la republique.** Paris: Baudouin, 1799.

MOREUX, T. **Pour comprendre la géométrie descriptive.** Paris: Octave Doin, 1929.

MUREAU, M.

NEWTON, I. Mencionado por sua classificação para as cúbicas planas.

NOIZET, F. Mémoire sur l'application de la géométrie au dessin de la fortification. **Mémorial de l'officier du génie**. n. 6. Paris : Imprimerie Royale, 1823. p. 5 – 224.

OLIVIER, T. **Cours de géométrie descriptive**. Paris: Carilian-Goeury, 1843.

OLIVIER, T. **Complements de géométrie descriptive**. Paris: Carilian-Goeury, 1845.

OLIVIER, T. **Applications de la géométrie descriptive aux ombres, à la perspective, à la gnomonique et aux engrenages**. Paris : Carilian-Goeury, 1847.

OLIVIER, T. **Memoires de géométrie descriptive**. Paris: Carilian-Goeury, 1851.

PADOVA, E. SAYANO, A. Mencionados pela tradução para o italiano da obra *Darstellende Geometrie* de Fiedler.

PAPPERITZ, E. J. Über das Zeichnen im Raume. In: **Jahresbericht der Deutschen Mathematiker**. Goettingen, v. 20, 1911. p.307-14

PAPPERITZ, E. J. Die kinodiaphragmatische Projektion ein neues Lehr- mittel in der Geometrie. In: **Zs. f. math. u. naturw. Unterr.** Leipzig, v.42, 1911. p.465-68.

PONCELET, J. V. **Traité de propriétés projective des figures**. Paris: Gauthier-Villars, 1865.

TAYLOR, B. **New principles of linear perspective: or the art of designing on a plane, the representations of objects all sorts of objects, in a more general and simple method than has been hitherto done**. 3. ed. London: John Ward, 1749.

VALLÉE, L. L. **Traité de la géométrie descriptive**. Paris: Bachelier, 1819.

VALLOIS, E. **Cours de géométrie descriptive**. Paris: Gauthier-Villars, 1932.

WEISBACH, L. J. Die monodimetrische und axonometrische Projektionsmethode. In: **Volz und Karmarsch**, Polytechnische Mitteilungen, Tübingen, 1844.

Geometria Descritiva - Projetividades, Curvas e Superfícies

APOLÔNIO. Alvaro Rodrigues apresenta referência sobre o tratado de Apolônio sobre as seções cônicas, tomando por referência historiográfica a “História das Matemáticas na Antiguidade” de Fernando de Almeida Vasconcelos e a *Hitoria delle Matematiche* de Gino Loria. Além disso, Proclo menciona um trabalho de Apolônio sobre a hélice cilíndrica.

ARISTEO. Mencionado por seu trabalho com as cônicas antes de Apolônio.

ARMENGAUD, A. **Le Vignole des Mécaniciens: essai sur la construction des machines**. 3.ed. Paris: A. Morel, 1930.

ARQUIMEDES. Rodrigues trata, em seu texto, da espiral de Arquimedes.

AUBRY. De l’usage des figures de l’espace pour la definition et la transformation de certaines courbes. **Journal des Mathematiques especiale**, IV, 1895.

AMALDI, U. **Geometria Descrittiva**. Padova: Editrice Universitaria, 1920.

BALTZER, H. R. **Die Elemente der Mathematik**. Leipzig: G. Hirzel, 1867.

Alvaro Rodrigues refere-se à parte do texto de Baltzer dedicada à estereotomia, e, usando o texto de Cremona como referência, menciona a tradução francesa de Baltzer.

BARTLETT, F. W.; JOHNSON, T. W. **Engineering descriptive geometry and drawing**. New York: J. Wiley, 1941.

BERGERY, C. L. **Géométrie Descriptive Appliquée à l’industrie, à l’usage des artistes et des ouvriers**. 3. ed. Metz: Thiel, 1835.

BERNOULLI, J. Constructio Curvae Accessus et Recessus aequabilis, ope rectificationis Curvae cujusdam Algebraicae, addenda nuperae Solutioni mensis Junii. **Acta eruditorum** 13. 1694, p.336 – 338.

BERNOULLI, J. **Opera Omnia**. Lausannae & Genevae: Sumptibus Marci-Michaelis Bousquet & Sociorum, 1742. Tomo IV.

BERTINI, E. **Complementi di geometria proiettiva**. Bologna: Z. Zanichelli, 1927.

BIGGIOGERO, G. M. **Lezioni di geometria proiettiva**. 2. ed. Milano: C. Tamburini, 1946.

BOLYAI, J. e BOLYAI, W.

Citando a *Storia delle Matematiche* de Gino Loria, Rodrigues transcreve fragmento da carta de Gauss a W. Bolyai sobre suas próprias meditações acerca do quinto postulado de Euclides.

BOOTH, J. **A treatise on some new geometrical methods**. London: Longmans, Green, Reader, and Dyer, 1877. v.2.

BRAUNMÜHL, A. **Historische Studie über die organische Erzeugung ebener Curven von den ältesten Zeiten bis zum Ende des achtzehnten Jahrhunderts**. München : C. Wolf & Sohn, 1892.

BRIANCHON, C. J. Mencionado, ao lado de Poncelet, por seus estudos sobre a hipérbole equilátera.

BRISSE, C. **Cours de géométrie descriptive**. Paris: Baudry, 1898.

CAETANO DE OLIVEIRA, L. Mencionado por sua demonstração do Teorema de Olivier.

CARNOT, L. N. M. **Essai sur la théorie des transversales**. Paris: Courcier, 1806.

CARNOT, L. N. M. **Géométrie de position**. Paris: J. B. M. Duprat, 1803.

CASALI. Mencionado por sua memória publicada na Academia de Bolonha, em 1757.

CASSINI, G. **Éléments d'astronomie**. Paris: Royale, 1740.

CASTILLO, M. Mencionado por sua teoria sobre grupos harmônicos, tomando Justo Pascali como referência.

CATALAN, E. **Traité élémentaire de géométrie descriptive**. 4. ed. Paris : Dunod, 1875.

CATALAN, E. Sur une épure de géométrie descriptive. **Nouvelle correspondance mathématique**. Bruxelles: F. Hayez, 1879. v.5.

CLAIRAUT. A. C.

CESÀRO, E. Mencionado por seu estudo sobre propriedades da curva representada por $R = \frac{a \operatorname{sen} f}{f}$ em 1878.

CHASLES, M. **Aperçu historique des méthodes en géométrie...** 3. ed. Paris : G. Villars, 1889.

CHASLES, M. Mémoire sur les surfaces engendrées par une ligne droite. **Correspondance mathématique et physique**. t. XI. Bruxelles: Société Belge de Librairie, 1839.

CHISINI, O.; BIGGIOGERO, M. **Lezioni di geometria descrittiva**. 4.ed. Milano: Cesare Tamborini, 1946.

COMMELERAN, A. **Tratado práctico de dibujo: para la enseñanza de esta asignatura en los institutos y en las escuelas de artes e industrias**. Buenos Aires: Albatros, 1943.

COMINOTTO, E. **Geometria della curva magnetica**. Nuovo Cimento Pisa (ser. 6) 3, 1912 (177-190).

COMTE, A. **Tratado Elementar de Geometria Analítica**. Paris, 1841.

CONFORTO, F. **Lezioni di geometria descrittiva per il 1º biennio universitario**. Roma: Eredi Virgilio Veschi, 1946.

CONFORTO, F. **Complementi ed esercizi di geometria descrittiva per il 1º Biennio universitario**. Roma: Eredi Virgilio Veschi, 1946.

COURCELLES. Demonstrou que a projeção ortogonal de uma circunferência sobre um plano, que não é nem paralelo nem perpendicular a ela, é uma elipse.

CRAMER, G. **Introduction a l'Analyse des Lignes Courbes Algébriques.** Geneve: Freres Cramer & Cl. Philbert, 1750.

CREMONA, L. **Eléments de géométrie projective.** Paris: Gauthier-Villars, 1875.

CRUZAT, L. ; DAURELLA, M. **Geometría Descriptiva aplicada al dibujo.** Barcelona: Bosch, 1950.

DARBOUX, G. **Étude sur le développement des méthodes géométriques.** Paris: Gauthier-Villars, 1904.

DANDELIN, G. P. Memoires sur quelques propriétés remarquables de la focale parabolique. **Nouveaux Memoires de l'Academie Royale des Sciences et Belles-Lettres de Bruxelles. t.II.** Bruxelles: P.J. De Mat, 1822.

DANDELIN, P. Rodrigues menciona o estudo sobre as seções planas do hiperbolóide de revolução, publicado nos Ann. Math. Pures Appl. Relativos aos anos de 1824 e 1825.

DANDELIN, G. P. Sur l'emploi des projection stéréographiques en géométrie. **Nouveaux Memoires de l'Academie Royale des Sciences et Belles-Lettres de Bruxelles. t.IV.** Bruxelles: M. Hayez, 1827.

DE LA GOURNERIE, J. Mémoires sur les lignes spiriques. **Journal de Mathématique Pures et Appliquées.** Paris : Gauthier-Villars, 1869. t.XIV.

DE LA GOURNERIE, J. **Traité de géométrie descriptive.** 2. Ed. Paris: Gauthier-Villars, 1873.

DE LA HIRE, P. **Planiconiques.** 1685.

Alvaro Rodrigues refere-se à forma como La Hire tratou o conceito de diretriz de uma cônica a partir das noções de polo e polar.

DEL MONTE, G. **Mechanicorum Liber.** 1577.

DELACHET, A. **La géométrie contemporaine.** Paris: Presses Universitaires de France, 1957.

DEMÓCRITO

DESARGUES, G. **L'oeuvre mathématique de G. Desargues**. Paris: Pres. Univ. de France, 1951.

DESCARTES, R, Mencionado por seu estudo sobre a espiral logarítmica.

DINOSTRATO. Mencionado por sua quadratriz.

DU PLESSIS, P. Mencionado por sua solução para o Problema das Janelas de Viviani.

ENRIQUES, F. **Lezioni di Geometria Descrittiva**. Bologna: N. Zanichelli, 1902.

ENRIQUES, F. **Lezioni di geometria proiettiva**. Bologna: N. Zanichelli, 1926.

ERNST, P. **Darstellend-geometrische Behandlung der Dupinschen Zykliden**. Wien, Selbst-Verlag der Staats-Oberrealschule, 1910.

ERNST, H. O Teorema de Hugo Ernst é mencionado tomando por referência Justo Pascali.

EUCLIDES. Citando Fernando Almeida de Vasconcelos, Alvaro Rodrigues coloca os “Elementos” de Euclides ao lado das “Cônicas” de Apolônio como livros clássicos por excelência.

EUDÓXIO DE CNIDE. Citando Fernando Almeida de Vasconcelos, Alvaro Rodrigues afirma que Menécmo foi discípulo de Eudóxio.

EULER, L. Demonstratio theorematis Bernoulliani quod ex evolutione curvae cuiuscunque rectangulae in infinitum continuata tandem cycloides nascantur. **Novi Commentarii academiae scientiarum Petropolitanae**. 1766, pp. 179-198. Tomo X.

FAGNANO, G. Mencionado por seus estudos sobre a retificação da elipse.

F. G. M. **Exercices de géométrie descriptive**. 5 ed. Paris: J Gigord, 1920.

FIEDLER, O. W. **Die darstellende Geometrie in organischer Verbindung mit der Geometrie der Lage**. 4. ed. Leipzig: Teubner, 1904, 3v.

FONTANA, G. Físico matemático do começo do século XIX, estudou a cicloide ao procurar o lugar dos centros de gravidade dos arcos de um círculo dado, tendo uma origem determinada.

FRENET, M. F. **Recueil d'exercices sur le calcul infinitesimal**. Paris: Gauthier-Villars, 1891.

Rodrigues também cita edição de 1904 desta obra de Frenet.

FREZIER, A. F. **La théorie et la pratique de la coupe des pierres et des bois... ou traité de stéréotomie**. Strasbourg: Doulsseker, 1737.

GABAGLIA, E. **Elementos de geometria descritiva com numerosos exercícios**. 9ed. Rio de Janeiro: F. Briguet, 1946.

GALILEU, G. Mencionado por suas observações sobre a cicloide.

GARBINSKI, H. Matemático polonês que publicou artigo nos *Annales de Gergonne* (1826, t. XVI, p. 167-172) sobre a espiral cônica.

GAUSS, C. F. Rodrigues afirma que "As "projeções de Gauss" são operações estereográficas sobre o cone circunscrito à esfera segundo um paralelo dado" (RODRIGUES, 1960, p.234).

GERGONNE, J. D. Philosophie mathématique. Considérations philosophiques sur les élémens de la science de l'étendue. **Annales de Gergonne**, vol. VI, tomo XVI. Montpellier, 1826, p. 209-231.

GERONO, C. C. Rodrigues refere-se à lemniscata de Gerono.

GILLE, D. **Lezione di Geometria Proiettiva e Descrittiva**. Torino: V. Giorgio, 1935.

GIOVANARDI, M. **Elementi di prospettiva lineare cilindrica**. Napoli: Inag, Ind. Napol. Arti Grafiche, 1934.

GODEAUX, L. **Les Géométries**. Paris: Armand Colin, 1937.

GOMES TEIXEIRA, F. **Traité des courbes spéciales remarquables planes et gauches**. Coimbra : Imprimerie de l'Université, 1908-1915.

A edição em francês do livro de Gomes Teixeira é uma tradução revista e ampliada de sua edição espanhola de 1905.

GOMES TEIXEIRA, F. **Obras sobre Matemática**. v. IV. Coimbra: Imprensa da Universidade, 1908.

GUILLERY. Rodrigues enuncia o Teorema de Guillerry ("A projeção de uma hélice cilíndrica normal sobre um plano perpendicular ao eixo do cilindro e paralelamente a uma reta dada é uma cicloide alongada, ordinária ou encurtada, segundo a inclinação da reta com o eixo é menor, igual ou maior do que o ângulo formado pela tangente à curva com êsse eixo").

HACHETTE, J. N. P. Des courbes du quatrième degré, considérées comme les projections de l'intersection de deux surfaces conique du seconde degré. **Correspondence sur l'École Polytechnique**, n.9, p. 368-371, 1808.

HACHETTE, J. N. P. **Traité de Géométrie Descriptive, comprenant les applications de cette géométrie aux ombres, a la perspective et a la stéréotomie**. Paris: Corby et Guillaume, 1822.

HALLEY. Rodrigues enuncia o Teorema de Halley ("A loxodrômica esférica é a curva inversa de uma espiral logarítmica traçada no plano do equador, sendo o centro de inversão o polo sul da esfera").

HERÁCLIDES. Alvaro Rodrigues refere-se à biografia de Arquimedes escrita por Heráclides.

HOÜEL, J. **Cours de calcul infinitésimal**. Paris: Gauthier-Villars, 1881.

HÜTTE. **Manual del ingeniero**. Barcelona: Gustavo Gili, 1926.

JAQUIER, F. **Elementi di prospettiva**. Roma, 1755.

JAVARY, A. **Traité de géométrie descriptive**. 4. ed. Paris: Delagrave, 1893.

KANT, I. Transcrevendo texto de Justo Pascal, Rodrigues expõe a concepção de Kant sobre o espaço.

KEPLER, J. Citado por Alvaro Rodrigues por seus estudos sobre a trajetória elítica descrita pelos astros no sistema planetário.

KÜLP, E. J. **Dissertatio mathematica de curva focali regulari**. Mannheim, 1823.

KLEIN, F.

L'HÔPITAL, G. Mencionado por ser aluno de J. Bernoulli.

LAGRANGE, J. L. **Œuvres de Lagrange**. Leçons élémentaires sur les mathématiques donnés à l'École Normal en 1795. Paris : Gauthier-Villars, 1877. t. 7. p.183-288.

LEBEAU, V. Sur un nouveau curvigraphe. **Mémoires de la Société Royale des Sciences de Liège**. t. v. Bruxelles: Hayez, 1904.

Alvaro Rodrigues afirma que V. Lebeau inventou um aparelho que constrói a curva focal de Quetelet e a logocíclica de Booth.

LEGENDRE, A. M. **Exercices de calcul intégral sur divers ordres de transcendentes et sur les quadratures**. Paris: Courcier, 1817. Tomo II.

LEIBNIZ, G. W. Alvaro Rodrigues atribui a Leibniz a concepção de que uma curva é uma poligonal cujos lados são "infinitamente pequenos".

LE POIVRE

"Le Poivre, procurando determinar o círculo gerador de um cone circular, conhecendo a seção cônica feita nesse cone por um plano secante, estabeleceu o seu processo de transformação, tendo por característica que: a cada ponto e a cada

reta, considerada como pertencente ao círculo gerador, corresponde um ponto e uma reta pertencente à cônica" (RODRIGUES, 1960, p.156).

LEROY, C. F. A. **Traité de géométrie descriptive...** 5. ed. rev. Paris: G. Villars, 1910. v. 1, 2

LOBACHEVSKY, N. I. Nouveaux principes de la géométrie avec une théorie complète des parallèles. **Mémoires de la Société Royale des Sciences de Liège**. 3e Série, tome 2, no. 5; 3-101, tome 3, no. 2, 1-32, 1899.

A tradução francesa do texto de Lobachevsky foi feita por F. Mailloux.

LORIA, G. **Le scienze esatte nell'antica**. Milano: U. Hoepli, 1914.

LORIA, G. **Curve piane speciali, algebriche e trascendenti; teoria e storia; v1: curve algebriche**. Milano: U. Hoepli, 1930.

LORIA, G. **Metodi di geometria descrittiva**. 3. ed. rev. Milano: U. Hoepli, 1925.

LORIA, G. **Storia delle Matematiche**. Milano: U. Hoepli, 1933.

MACLAURIN, C. **Geometria Organica : sive Descriptio Linearum Curvarum Universalis**. London : 1720.

Rodrigues afirma que Aubry, no "Journal de Mathématiques Spéciales", 4.a Série, Tomo V, de 1896 (p. 155), indica a III Seção da *Geometria Organica : sive Descriptio Linearum Curvarum Universalis* de Maclaurin como a fonte de alguns processos construtivos planimétricos das quárticas e cúbicas planas.

MAGNUS.

MANFREDI, L. **Geometria Descrittiva**. Buenos Aires: Oswaldo Andrés, 1950.

MANNHEIM, A. **Cours de géométrie descriptive de l'École Polytechnique**. Paris: Gauthier-Villars, 1886.

MANNHEIM, A. Étude sur le déplacement d'une figure de forme invariable. **Recueil des memoires des savants étrangers**.

MASCHERONI, L. **La geometria del compasso**. Pavia, Eredi di Pietro Galeazzi, anno V della Repubblica Francese, 1797.

MENÉCMO. Alvaro Rodrigues menciona a "tríade de Menécmo", denominação dada às cônicas e encontrada em algumas obras antigas.

MERCATOR. Rodrigues se refere às "Cartas de Mercator".

MÖBIUS, **Der Barycentrische Calcul: ein neues Hülfsmittel zur analytischen Behandlung der Geometrie**. Leipzig: Verlag von Johann Ambrosius Barth, 1827.

MONGE, G. Mémoire sur les propriétés de plusieurs genres de surfaces courbes, particulièrement sur celles des surfaces développables, avec une application à la théorie des ombres et des pénombres. **Mémoires présentés par divers Savants**, t.9, 1780, p.382-440.

MONGE, G. **Feuilles d'analyse appliquée à la géométrie à l'usage de l'Ecole polytechnique**. Paris: Baudoin, 1801.

MONTUCLA. Rodrigues afirma que existem autores que atribuem o seguinte teorema a Montucla: "A projeção de uma hélice cilíndrica normal sobre um plano perpendicular ao eixo do cilindro e paralelamente a uma reta dada é uma cicloide alongada, ordinária ou encurtada, segundo a inclinação da reta com o eixo é menor, igual ou maior do que o ângulo formado pela tangente à curva com esse eixo".

MURDOCK, P. **Neutoni Genesis Curvarum per Umbras, seu perspectivae universalis elementa, exemplis conici sectionum et linearum tertii ordinis illustrata**. Londini, apud A. Millar, 1746.

NEWTON, I. Citando o *Aperçu Historique* de Michel Chasles, Rodrigues afirma que o estudo das cônicas como transformações da circunferência tem sua origem na classificação das curvas feita por Newton.

NIEWENGLAWSKI, B.; GÉRARD, L. **Cours de géométrie élémentaire à l'usage des classes de l'enseignement moderne**. Paris: Georges Carré et C. Naud, 1898. 2 v.

NUNES, P. **De arte atque ratione navigandi**. Coimbra: António Mariz, 1546.

NUNES, P. **Petri Nonii Salaciensis Opera**. Basileia: Ex Officina Henricpetrina, 1567.

OLIVIER, T. Mémoires de géométrie descriptive. **Journal de L'École Royale Polytechnique**. 22^e cahier, tome XIV, 1833. p. 78-123.

OLIVIER, T. **Cours de géométrie descriptive**. Paris: Carilian-Goeury, 1843.

OLIVIER, T. **Développements de géométrie descriptive**. Paris: Carilian-Goeury et Dalmont, 1843.

Reproduz demonstracão dada por Olivier para seu teorema publicada anteriormente no Journal de l'École Polytechnique, XXII, 1833, p.108.

OLIVIER, T. **Mémoires de Géométrie Descriptive**. Paris: Carilian-Goeury, 1851.

ORTIZ MONTEIRO, J. B.

PASCAL, B. **Histoire de la roulette, appelée autrement trochoïde, ou la cycloïde, ou l'on rapporte par quels degrez on est arrivé à la connoissance de la nature de cette ligne**. 1658.

PASCALI, J.; ORTIZ, R. M. **Geometria Projetiva**. 2 ed. Buenos Aires: Centro Estudiantes Ingenieria Buenos Aires, 1950.

PAGANI, G. M. M. Mémoire sur les sections annulaires. **Mémoires sur les questions proposées par l'Académie Royale des Sciences et Belles-Lettres de Bruxelles**. Bruxelles : P. J. de Mat, 1826.

PAPPUS. **Collection mathématique**. Paris : Desclée de Brouwer, 1933.

PAPELIER, G. **Exercices de géométrie moderne**. Paris: Vuibert, 1944.

PERSEU. Geômetra grego citado devido à determinacão das seções no toro circular feitas por planos paralelos ao eixo.

PERRY, A. C. Alvaro Rodrigues menciona a tese de concurso para provimento da cátedra de desenho artístico da ENBA de Armando da Costa Perry, apresentada em

1939. Rodrigues afirma que, nesta tese, Perry obtém resultados sobre as transformações homológicas das cônicas ao comparar as seções planas no cone circular com os processos da perspectiva linear.

PILLET, J.J. **Traité de Perspective Linéaire**. 3. ed. Paris: Librairie des Arts du Dessin et de la Construction, 1901.

PIRRO, G. Rodrigues refere-se às apostilas sobre superfícies curvas que Giusepina Pirro utilizava com seus alunos na ENBA.

PLATÃO

POINSOT. Alvaro Rodrigues refere-se à "espiral de Poinot".

PONCELET, J. V. **Traité de propriétés projective des figures**. 2 ed. Paris: Gauthier-Villars, 1867. 2v.

POUDRA, M. **Histoire de la Perspective Ancienne et Moderne**. Paris: Corréard, 1864.

PROCLO. Diversos autores citados por Rodrigues, como Fernando de Almeida Vasconcelos, atribuem a Proclo algumas informações sobre a história da matemática na antiguidade.

QUETELET, A. **Dissertatio mathematica inauguralis de quibusdam locis geometricis, nec non de curva focali**. Gand, 1819.

QUETELET, A. Mémoire sur une nouvelle théorie des sections coniques considérées dans le solide. **Nouveaux mémoires de l'Académie Royale des Sciences et Belles-Lettres de Bruxelles**. V. 2. Bruxelles: P.J. De Mat, 1822. P. 123-154.

REY PASTOR, J.; BABINI, J. **História de la Matemática**. Buenos Aires: Espassacalpe Argentina, 1951.

REIS, F. S. Recursos da Geometria Descritiva para os cálculos da grafo-estática. **Revista do Clube de Engenharia**. Rio de Janeiro: Engenharia Editora S.A., 1945. n. 101, jan, 1945.

RIEMANN, B. Ueber die Hypothesen, welche der Geometrie zu Grunde liegen. **Abhandlungen der Königlichen Gesellschaft der Wissenschaften zu Göttingen**, vol. 13, 1867.

Trata-se de uma memória póstuma de B. Riemann, publicada por R. Dedekind e inserida nas Memórias da Sociedade Real de Ciências de Göttingen em 1867. Alvaro Rodrigues cita texto de Riemann com título em francês *Sur les hypothèses de la Géométrie*. De fato, esse texto foi traduzido para o francês por J. Hoüel e recebeu título *Sur les hypothèses qui servent de fondement à la géométrie*, sendo publicado em 1870 nos *Annali di matematica pura ed applicata*.

ROBERVAL. Alvaro Rodrigues apresenta a curva denominada "ciclo-cilíndrica de Roberval".

RODENBERG, C.

ROUBAUDI, G. **Traité de Géométrie Descriptive**. Paris: Masson, 1916.

SHALDERS, C.G.S. **Elementos de geometria projectiva versão portugueza da traducção franceza de Ed. Dewulf por C.G.S. Shalders**. São Paulo: Casa Duprat, 1918.

SAINT-VINCENT, G. **Opus geometricum quadraturae circuli**. 1647.

SERRET, P. **Théorie nouvelle géométrique et mécanique des lignes à double courbure**. Paris, Mallet-Bachelier, 1860.

SIMON, M.

SOUVEY, B.

STEINER, J. **Systematische entwicklung der Abhängigkeit geometrischer gestalten von einander**. Leipzig : Wilhelm Engelmann, 1896.

STAUDT, K. G. C. **Geometrie der Lage**. Nürnberg : Korn, 1847.

TATON, René. **L'Oeuvre scientifique de Monge**. Paris : Presses Universitaires de France, 1951.

TANNERY, P.

TERQUEM, A.

TSCHIRNHAUSEN, E. W.

VASCONCELLOS, F. A. **História das Matemáticas na Antiguidade**. Lisboa: Aillaud e Bertrand, 1925.

VILLARCEAU, Y. O artigo de Terquem *Théorème sur le tore* (Nouvelles Annales de Mathématiques, 1re série, tomo 7 (1848), p. 345-347) mostra que Villarceau apresentou o resultado para o toro circular e Olivier o generalizou posteriormente.

VIVIANI. Alvaro Rodrigues apresenta as “janelas de Viviani”.

WALLIS.

Perspectiva Paralela - Classificação das Projeções e Projeções Axonométricas

ADAMS, O. S. **General Theory of Polyconic Projections**. Washington: Govt. Print. Off., 1919.

ADHEMAR, J. **Traité des Ombres**. 4.ed. Paris: Armand Colin et Co., 1875.

AMATURO, E. **Assonometria Ortogonale**. Napoli: Tipografia dell'Accademia Reale delle Scienze Fis e Mat, 1904.

ANAXÁGORAS. Citado por seus estudos envolvendo fenômenos luminosos.

BAHIANA, G. C. Alvaro Rodrigues transcreve processo para construção da perspectiva linear “extraído de sua obra ainda inédita” (RODRIGUES, 1948, p.25).

BARTLETT, F. W.; JOHNSON, T. W. **Engineering descriptive geometry and drawing**. New York: J. Wiley, 1941.

BEYEL, C. **Axonometrie und Perspektive in systematischen Zusammenhange**. Stuttgart: J. B. Metzlerschen Buchhandlung, 1887.

BOLDYREV, A. K. **Cristalografia**. Barcelona: Labor, 1934.

Traduzido do russo para o espanhol por Rafael Candel Vila.

BOMPIANI, E. **Geometria Descrittiva**. Roma: Tipografia de Romolo, 1945.

BONNE, R. Alvaro Rodrigues menciona a “projeção de Bonne”.

BRASSEUR, J. B.

BRISSE, C. **Cours de géométrie descriptive**. Paris: Baudry, 1898.

BRISSON, B. Alvaro Rodrigues menciona a inclusão de uma teoria das sombras e da perspectiva, extraídas das *Leçons inédites de M. Monge*, na edição de 1820 dos Elementos de Geometria Descritiva de Monge.

BRUNELLESCHI, F.

BOUASSE, H. **Géographie Mathématique**. Paris: Librairie Delagrave, 1919.

BUACHE, P.

BUERGER, M. J. **X-Ray Crystallography**. New York: John Wiley & Sons, 1942.

CAYLEY, A. On the problem of projection. **Quarterly Journal of Pure and Applied Mathematics**. v. VIII, 1875. pp. 19 – 29.

CENTO, G. **Prospettiva ed Ombre Geometriche**. Torino: Librería Técnica, 1946.

CHASLES, M. **Aperçu historique des méthodes en géométrie...** 3. ed. Paris: G. Villars, 1889.

CHOISY, A. **Histoire de l'architecture**. Paris: Gauthier-Villars, 1899.

CHOISY, A. **L'art de bâtir chez les romais**. Paris : Ducher, 1873.

COMBESCURE, M.

COUSINERY, B. E. **Géométrie Perspective ou principes de projection polaire appliqués a la descripton des corps**. Paris: Carilian-Goeuvry, 1828.

CREMONA, L.

DANDELIN, G. P. Memoire sur l'emploi des projections stéréographiques en geometrie. **Nouveaux mémoires de l'académie royal des sciences et belles-lettres de Bruxelles**. Bruxelles: M. Hayez, 1827. Tomo IV.

DE LA GOURNERIE, J. **Traité de géométrie descriptive**. 2.ed. Paris: Gauthier-Villars, 1873.

DEETZ, C. H. ; ADAMS, O. S. **Elements of Map Projection with Applications to Map and Chart Construction**. Washington, Govt. print. off., 1921.

DELAMBRE.

DEMÓCRITO. Citado por seus estudos envolvendo fenômenos luminosos.

DENISE, J.

DESARGUES, G.

d'OCAGNE, M. **Cours de Géométrie Descriptive et de Géométrie Infinitésimale**. Paris: Gauthier Villars, 1896.

DEL MONTE, G. **Perspectivae libri sex**. Pesaro: Girolamo Concordia, 1600.

DUFOUR, G. H. **Géométrie perspective avec ses aplications à la recherche des ombres**. Paris: Bachelier, 1827.

DUPRÉ, E.

EUCLIDES. **L'optique et la catoptrique**. Paris: Paul Ver Eecke, 1959.

FARISH, W. On isometrical perspective. In: **Transactions of the Cambridge Philosophical Society**. Cambridge, v.1, 1822. p.1-20.

FIEDLER. O, W.

FLAMSTEED. Citado por Rodrigues ao lado de Sanson em função de sua projeção.

FRANCESCA, P.

F.I.C. **Elementos de geometria descritiva com numerosos exercícios**. 2.ed. Rio de Janeiro: H. Garnier. Traduzido e adaptado para o português por Eugênio de Barros Raja Gabaglia.

F.G.M. **Execices de Géométrie Descriptive**. 5.ed. Paris: J. Gigord, 1920.

GAUSS, C. F. **Carl Friedrich Gauss Werke**. Band II. Göttingen, 1840.%conferir data

GIESECKE, F.; MITCHELL, A.; SPENCER, H. C.. **Technical Drawing**. 2.ed. New York: MacMillan, 1940.

GOMES, G. **Lições de Geometria Descriptiva: systema de projecções oblíquas de Denise**. Ouro Preto: Livraria Mineira, 1926.

GUILLY, A. **Géométrie Descriptive**. Paris: Gauthier Villars, 1908. 2.v.

GREGORY, O. G. **Mathematics for practical men**. London: Baldwin, Cradock and Joy, 1825.

GRIER, W. **The Mechanic's Pocket Dictionary**. Glasgow: Blackie & son, 1838.

HALLEY.

HAUCK, G. Axonometrische Theorie der perspectivischen und projectivischen Collineation im Raume. **Zeitschrift für Mathematik und Physik**. Leipzig: B.G. Teubner, 1876.

HAURON, L. A. D. Citado na obra de Alvaro Rodrigues pela criação de um sistema ótico chamado *estereoscópio*. Suas pesquisas são fundamentais para a fotografia em cores e foram publicadas em dois trabalhos intitulados *Les Couleurs en photographie : solution du problème* (1869) et *Les Couleurs en photographie et en particulier l'héliochromie au charbon* (1870).

HAUSSNER, R. **Geometria Descritiva**. 2. ed. Barcelona: Labor, 1942.

HEUMANN, C. Über Trägheitsmomente von Punktsystemen und über eine fundamentale Aufgabe in der Theorie der axonometrischen Abbildung. **Arkiv för matematik, astronomi och fysik** . v. 2, n. 16, 1905.

HIPARCO DE NICÉIA. Referido como um dos maiores astrônomos da antiguidade e “verdadeiro fundador da Astronomia Matemática” a quem Michel Chasles, em seu “Aperçu historique...”, atribui “os primeiros trabalhos sobre projeções estereográficas” (RODRIGUES, 1948, p.80).

HOLZMÜLLER, G. **Tratado Metódico de Matemáticas Elementales**. 2. ed. Barcelona: Labor, 1927. 3v.

Texto traduzido para o espanhol por Eduardo Latzina.

HÜTTE. Manuel d'ingenieur. Paris : Ch. Béranger, 1926.

KLEIN, F. **Elementarmathematik vom höheren Standpunkte**. Göttingen, 1908. 2v.

LAMBERT, J, H.

LEIBNIZ, G, W.

LITTROW, J. J.

LORIA, G. **Storia della Geometria Descrittiva**. Milano: U. Hoepli, 1921.

LORIA, G. **Complementi di Geometria Descrittiva**. Milano: U. Hoepli, 1924.

LORIA, G. **Metodi di geometria descrittiva**. 3. ed. rev. Milano: U. Hoepli, 1925.

MATTOS, A. H. Uma projeção conforme adequada ao Mapa Geral do Brasil. **Revista Brasileira de Geografia**, v.8, n.1, p.119-124, jan./mar. 1946.

MERCATOR. “Nome latino pelo qual se tornou conhecido Gerard Kramer, célebre cosmógrafo flamengo nascido em Repelmond no ano de 1512” (RODRIGUES, 1948, p.67). Algumas correções são necessárias nessa informação, provavelmente de cunho tipográfico. Gerhard de Kremer nasceu em Rupelmonde.

MOLLWEIDE, K, B. Citado por Rodrigues ao lado de Jacques Babinet em função das “projeções homalográficas”.

MONGE, G. **Géométrie descriptive, leçons données aux écoles normales l'an 3 de la republique**. 4. ed. Paris: Baudouin, 1820.

NEWTON, I.

NICOLOSI, G. B. Rodrigues (1948) cita a “projeção globular de Nicolosi”²²².

NUNES, P. **Tratado da Esfera**. Lisboa: Germão Gallarde, 1537.

NUNES, P. **De arte atque ratione navigandi**. Coimbra: António Mariz, 1546.

NUNES, P. **Petri Nonii Salaciensis Opera**. Basileia: Ex Officina Henricpetrina, 1567.

OLIVIER, T. **Cours de géométrie descriptive**. 2.ed. Paris: Carilian-Goeury, 1851.

PAOLONI, P. **Disegno Assonometrico**. Milano: Ulrico Hoepli, 1894.

PASCAL, B. **Histoire de la roulette, appelée autrement trochoïde, ou la cycloïde, ou l'on rapporte par quels degrez on est arrivé à la connoissance de la nature de cette ligne**. 1658.

²²² No texto de Rodrigues (p.82), lê-se “projeção globular de Nicolisi”, o que pode ter ocorrido em função de erro de natureza tipográfica.

PELZ, K.

PÈRE FOURNIER

PERRY, A. Segundo Rodrigues (1948), Armando Perry foi professor do Instituto de Educação do Rio de Janeiro e modificou o processo de Monge a certas construções em perspectiva.

PESCHKA, G. A. **Darstellende und projective Geometrie**. Wien: C. Gerolds sohn, 1833.

PILLET, J.J. **Traité de Perspective Linéaire**. 3. ed. Paris: Librairie des Arts du Dessin et de la Construction, 1901.

PILLET, J.J. **Traité de Géométrie Descriptive**. Paris: Librairie des Arts du Dessin et de la Construction, 1899.

PONCELET, J. V.

POHLKE, K. **Darstellende Geometrie**. 4ed. Berlin, 1876.

QUAINTENNE, E. **Tratado Metódico de Perspectiva**. Buenos Aires: Librería El-Ateneo, 1943.

RAISZ, E. **General Cartography**. New York and London: McGraw-Hill Book, 1938.

RANELLETTI, C. **Elementos de Geometría Descriptiva y sus aplicaciones a la teoría de las sombras y al corte de piedras y maderas (tradução de M. Álvarez Castrillón)**. 3.ed. Barcelona: Gustavo Gili, 1945.

RODENBERG, C. **Darstellende Geometrie**. Hannover, 1882.

SAMPAIO, N. **O desenho ao alcance de todos**. 2. ed. São Paulo: Melhoramentos, 1938.

SCHRÖDER. Alvaro Rodrigues afirma que existia, no “Museu de Geometria Descritiva” da Faculdade Nacional de Arquitetura, a coleção de modelos desmontáveis “T. Schröder in Darmstadt”.

SCHWARZ, A. H.

SELLA, Q. **Sui principi geometrici del Disegno e Specialmente dell'Axonometrico.** Milano: Tipografia Salvi, 1861.

SELLER, G. **Geometria Descrittiva.** Milano: Ulrico Hoepli, 1945.

SOBOTKA, J. **Zur rechnerischen Behandlung der Axonometrie.** Praha: Královská česká společnost nauk, 1900.

SCHLÖMILCH, O.

'sGRAVESANDE, W. J. **Essai de perspective.** Haya, 1711.

TAYLOR, B. **Linear Perspective.** London, 1715.

THALES DE MILETO

TERQUEM, O.

TORRICELLI, E.

TORROJA, E. **Axonometria e perspectiva axonométrica.** Madrid: 1870.

VASCONCELLOS, F. A. **História das Matemáticas na Antiguidade.** Lisboa: Aillaud e Bertrand, 1925.

VECCHI, S. **Per La diffusioni dei disegni axonometrici.** Parma: Rossi Ubaldi, 1893.

VECCHI, S. **Saggio di un disegno polarimetrico, esercizio di geometria descrittiva.** Parma: Rossi-Ubaldi, 1899.

VINCI, L.

WALLERANT, F. **Cristallographie : Deformation des corps cristallisés, groupements, polymorphisme - isomorphisme**. Paris: Librairie polytechnique Ch. Beranger, 1900.

WEISBACH, L. J. Die monodimetrische und axonometrische Projektionsmethode. In: **Volz und Karmarsch**, Polytechnische Mitteilungen, Tübingen, 1844.

WEISBACH, L. J. Theorie der axonometrischen Projektionsmethode und Praxis der axonometrischen Projektionsmethode. **Der Civilingenieur**. Leipzig, 1856.

Anexo B – DECRETO N. 1066, DE 19 DE ABRIL DE 1916

Dá novo regulamento ás escolas profissionaes

O Prefeito do Distrito Federal:

Usando da autorização que lhe foi concedida pelo art. 12, letra a, da lei n. 1.730, de 5 de janeiro do corrente anno, decreta:

CAPITULO I

DO ENSINO PROFISSIONAL - ESCOLAS PROFISSIONAES

Art. 1.º O ensino profissionall mantido pela Prefeitura tem por fim dar a pessoas de ambos os sexos a instrução technica necessaria para o exercício de profissões em que possam com facilidade encontrar trabalho remunerador.

Parapho unico. - Este ensino será primário, leigo e gratuito.

Art. 2.º O ensino profissionall será ministrado:

- a) em escolas profissionaes;
- b) em escolas de aperfeiçoamento;
- c) em institutos profissionaes.

Art. 3.º As escolas profissionaes, divididas em masculinas e femininas, funcionarão sob o regimen de externato.

Parapho unico. As escolas para o sexo masculino serão dirigidas e regidas por professores e as do sexo feminino por professoras.

Art. 4.º Nas escolas profissionaes o ensino será dado simultaneamente em dous cursos: a) curso de adaptação; b) curso profissionall.

Art. 5.º O curso de adaptação nas escolas profissionaes masculinas comprehenderá:

- a) as matérias constantes do programma da classe complementar nas escolas primarias com maior desenvolvimento dado ao estudo da physica, chimica, historia natural, hygiene, geometria e estereometria;
- b) modelagem e desenho profissionall.

Art. 6.º Nas escolas profissionaes femininas o curso de adaptação comprehenderá:

- a) as materias constantes dos programmas da classe complementar das escolas primarias, com maior desenvolvimento da hygiene e economia domestica;
- b) modelagem e desenho profissionall.

Art. 7.º O ensino da instrucção primaria será dado em cada escola por um professor e tantos adjuntos quantos se tornarem necessarios, tendo-se em vista a frequencia e o gráo de adiantamento dos alumnos matriculados.

§ I. o ensino de desenho e modelagem, dado em cada escola por um professor e tantos adjuntos quantos se tornarem necessarios, tendo em vista a frequencia.

§ II. O numero de adjuntos de instrucção primaria e de desenho não poderá exceder se um para cada grupo de 30 alumnos matriculados.

§ III. O ensino da hygiene será feito por dous professores, sendo um para as escolas masculinas e outro para as femininas.

Art. 8.º O curso technico-profissional será dado em officinas cujo numero e natureza ficarão subordinados á situação da escola, capacidade dos seus edificios e circumstancias outras que não podem ser prefixadas, variando de uma escola para outra.

Ar. 9.º As officinas, de accôrdo com as respectivas affinidades, serão reunidas em secções, devendo o alumno sempre que fôr possivel, percorrer toda uma secção, afim de completar a sua aprendizagem profissional.

Art. 10. Nas escolas masculinas serão constituidas as seguintes secções:

- a) secção “madeira”;
- b) secção “metal”;
- c) secção “folha de metal”;
- d) secção “couro”;
- e) secção “livro”;
- f) secção “pintura e trabalhos de estuque”;
- g) secção “pedra, tijolo e cimento”;
- h) secção “tecelagem e fiação”;
- i) secção de pequena mecânica de precisão applicada a trabalhos em metaes preciosos, ourivesaria, relojoaria, aparelhos scientificos de optica o acustica, balanças, etc.;
- j) secção “electro-technica”;
- k) secção “agrícola”;
- l) secção de “palha, vime e bambu's”.

Art. 11. Nas escolas femininas existirão as seguintes secções:

- a) corte e feitio de roupas brancas grosseiras e de roupas para operários;

- b) corte e feitura de roupas brancas finas e de vestidos e roupas para senhoras e crianças;
- c) bordados e rendas;
- d) cintas e colletes;
- e) flores e chapéus;
- f) lavagem e engomado;
- g) cozinha;
- h) arranjos e serviços caseiros;
- i) avicultura e apicultura;
- j) leite (fabricação de queijo e manteiga);
- k) luvas e gravatas;
- l) photographia.

Art. 12. Cada escola profissional terá as secções que puder comportar de accôrdo com a sua situação e accommodações, devendo as secções ser installadas de modo completo, isto é, com todas as officinas que lhe disserem respeito.

Art. 13. A's escolas masculinas poderá ser annexo um curso nocturno de aperfeiçoamento para operarios que trabalhem em officinas particulares.

Parapho único. Neste curso só serão leccionadas as seguintes matérias:

- a) portuguez e instrucção cívica;
- b) arithmetica e geometria industriaes;
- c) desenho profissional;
- d) technologia e contabilidade proprias a cada profissão.

Art. 14. Às escolas femininas poderá ser annexada uma secção commercial, abrangendo o ensino das seguintes materias:

- a) correspondência e contabilidade commerciaes;
- b) dactylographia;
- c) estenographia;
- d) uma lingua viva, á escolha da alumna (francez, inglez ou allemão).

Art. 15. O ensino technico será ministrado por mestres e contra-mestres.

§ I. Haverá um mestre para cada secção e tantos contra-mestres quantas as officinas que constituírem a secção.

§ II. Na officina em que trabalharem mais de 15 alumnos será admittido um segundo contra-mestre.

Art. 16. Para a matricula no curso diurno de uma escola profissional exigir-se-ha:

- a) idade maior de 13 annos e menor de 21 annos;
- b) certificado de approvaçãõ na classe média do curso primário de lettras ou conhecimentos equivalentes, verificados em exame de admissãõ.

§ I. Na secção commercial só poderá matricular-se a alumna que exhibir attestado de exame final das escolas primarias ou conhecimentos equivalentes, verificados em exame de admissãõ.

§ II. A matrícula far-se-ha em qualquer dia util, a partir de 16 de janeiro;

§ III. Uma vez matriculado será o alumno inscripto na secção que preferir.

§ IV. O alumno do sexo masculino, que não tenha vindo de uma escola primaria, ou que nesta não tenha passado da classe média, só poderá iniciar o aprendizado profissional 6 mezes a 1 anno depois de matriculado. Durante este espaço de tempo elle seguirá o cargo de adaptaçãõ e se adestrará no desenho e trabalhos manuaes, de accôrdo com os programmas das escolas primarias.

§ V. Só serão dispensados de seguir o curso de adaptaçãõ os alumnos inscriptos nas secções commercial, lavagem e engommado, cozinha, arranjos e serviços caseiros.

Art. 17. O curso completo numa escola profissional variará de 1 a 5 annos, conforme a secção escolhida pelo alumno.

§ I. A Directoria Geral de Instrucção Publica organizará e publicará programmas para o ensino nos cursos de adaptaçãõ e profissional.

§ II. Com referencia ao ensino technico, propriamente dito, serão organizados para cada secção tres programmas: a) tecnologia; b) desenho industrial; c) exercicios systematicos, methodicos e progressivos de aprendizagem. Nestes programmas a materia será subdividida pelo numero de annos que durar o curso na respectiva secção.

Art. 18. Cada escola profissional terá um horário de aulas e trabalhos organizados pelo director, de accôrdo com o inspector do ensino technico, os professores e mestres, e approvedo pela Directoria Geral de Instrucção.

Paragnapho único. Este horario deverá attender ás seguintes circumstancias:

- a) os trabalhos da escola se iniciarão entre 8 e 9 horas da manhã e encerrarão ás 4 horas da tarde;
- b) haverá no meio do dia um intervallo de 3/4 de hora para recreio e merenda;
- c) as aulas de desenho se realizarão de preferencia pela manhã;

- d) o numero de horas de trabalho de officinas deverá augmentar progressivamente de accôrdo com o adiantamento do aprendiz, levando-se tambem em conta o adiantamento no curso de adaptação;
- e) nos sabbados, as aulas se encerrarão ao meio-dia, devendo os alumnos em seguida proceder a uma rigorosa limpeza das officinas e de todo o instrumental;
- f) o dia de sabbado poderá ser aproveitado para excursões instructivas: uma turma de alumnos mais adiantados, guiados pelo mestre, visitará uma officina modelo ou um estabelecimento fabril.

CAPITULO II

DAS ESCOLAS DE APERFEIÇOAMENTO

Art. 19. As escolas de aperfeiçoamento são destinadas exclusivamente aos adolescentes do sexo masculino, empregados na industria ou no commercio, e que queiram aperfeiçoar os seus conhecimentos profissionaes.

Parapho único. Ellas funcionarão sob o regimen do externato e obedecerão a dous typos:

- a) typo industrial;
- b) typo commercial.

Art. 20. Nas escolas de typo industrial serão leccionadas as seguintes disciplinas:

- a) portugûes e instrucção cívica;
- b) arithmetica e geometria industriaes;
- c) elementos de physica, chimica e historia natural, applicados á profissão escolhida;
- d) desenho profissionaal;
- e) tecnologia e contabilidade relativas a cala profissão.

Art. 21. Nas escolas de typo commercial serão leccionadas as seguintes materias:

- a) portuguez e instrucção cívica; geographia commercial;
- b) uma lingua viva (francez, inglês ou allemão) á escolha do alumno;
- c) correspondencia e contabilidade commerciaes;
- d) dactylographia;
- e) estenographia;
- f) arithmetica commercial.

Art. 22. Na mesma escola poderão funcionar os cursos commercial e industrial.

Art. 23. O ensino será ministrado por professores e adjuntos.

§ I. Haverá um professor para cada disciplina, exceptuada a tecnologia, e tantos adjuntos quantos se tornarem necessarios, tendo-se em vista a frequencia.

§ II. Para o ensino da tecnologia e contabilidade proprias a cada profissão, serão contractados professores especiais que só funcionarão quando houver uma turma de 15 alumnos, pelo menos, inscriptos, e só perceberão vencimentos quando funcionarem. O mesmo professor se encarregará do ensino da tecnologia dos officios que tenham entre si affinidades.

§ III. Os alumnos serão distribuidos por turmas de 10 a 25, no máximo, cada uma.

§ IV. Na divisão das turmas attender-se-ha á natureza da disciplina e ao gráo de adiantamento dos alumnos.

§ V. Cada professor leccionará 4 turmas em dias alternados, sendo duas em um dia e duas em outro.

Art. 24. A matricula nas escolas de aperfeiçoamento se realizará em qualquer dia util, a partir de 15 de janeiro.

Parapho único. Para a matricula exigir-se-ha:

- a) idade maior de 13 annos e menor de 18 annos;
- b) certificado de aprovação na classe média do curso primário de lettras ou conhecimentos equivalentes verificados em exame de admissão;
- c) autorização, por escripto, do chefe ou patrão em cuja officina ou estabelecimento commercial trabalha o alumno.

Art. 25. Cada escola de aperfeiçoamento terá um horário de aulas, organizado pelo respectivo director, de accôrdo com o inspector do ensino technico, e approved pelo director geral de Instrucção.

§ I. As aulas se realizarão pela manhã, das 8 às 12 horas, e á noite, das 6 ás 9 horas.

§ II. O ensino do desenho será feito de preferencia pela manhã.

§ III. As aulas se iniciarão no dia 21 de janeiro e se encerrarão no dia 15 de dezembro, seguindo-se um período de férias.

Art. 26. O director da escola se entenderá com os gerentes das fabricas, chefes de officinas e patrões, no sentido de estabelecer uma certa união entre o ensino theorico, ministrado na escola, e a aprendizagem profissional, feita na officina particular.

Art. 27. O inspector do ensino technico visitará as casas commerciaes, officinas particulares e fabricas sitas na visinhança de uma escola de aperfeiçoamento, afim de verificar qual o numero de adolescentes empregados na industria e commercio e de aconselhar os respectivos patrões a permittirem que elles se matriculem e

consagrem duas horas consecutivas pela manhã, tres vezes por semana, para a frequência da escola, sem prejuízo dos salários que percebem.

CAPITULO III

OS INSTITUTOS PROFISSIONAES

Art. 28. A Prefeitura manterá dous Institutos profissionaes, um para o sexo masculino – “Instituto João Alfredo” - e outro para o sexo feminino – “Instituto Orsina da Fonseca” - funccionando sob o regimen de internato, e destinados a dar educação e instrucção profssional a crianças desvalidas de ambos os sexos.

Art. 29. O instituto “João Alfredo” admittirá meninos pobres maiores de 11 annos de idade e menores de 15.

§ I. Nenhum menino poderá permanecer no Instituto mais de 6 annos, e, igualmente, depois de haver completado 18 annos de idade.

§ II. Os meninos maiores de 17 annos, que hajam completado sua instrucção na profissão escolhida, serão desligados do Instituto, qui lhes dará um certificado de aptidão e comportamento.

§ III. O numero de internados no Instituto não poderá exceder de 300.

Art. 30. O Instituto “Orsina da Fonseca” adimittirá meninas pobres maiores de 10 annos e menores de 15. O numero de internadas não poderá exceder de 250.

§ I. Nenhuma menina poderia permanecer no Instituto mais de 8 annos e igualmente depois de haver completado 18 annos de idade.

§ II. As meninas que tenham attingido 18 annos de idade serão desligadas, dando-lhes o Instituto um attestado de conducta e aproveitamento na profissão escolhida.

Art. 31. Destinados á assistencia, educação e instrucção profissional, de crianças desvalidas, os dous Institutos só poderão receber crianças desamparadas, de preferencia as que lhe forem enviadas pelo Instituto Ferreira Vianna, e, em seguida, as orphãs de pai e mãe, nascidas no Distrito Federal, as orphãs de pai e aquellas, cujos pais sejam invalidos ou interdictos, comtanto que residam ou tenham residido no Districto Federal.

Art. 32. Sendo o principal fim dos dous Institutos preparar operários sãos, bem educados e instruídos, sua organização e regimen interno devem obedecer precisamente a esse fim, para que os alumnos não se sintam mais tarde deslocados no meio social onde têm de viver e trabalhar.

Art. 33. A admissão de alumnos será feita por ordem do Prefeito, mediante requerimento com o nome do candidato por extenso, sua idade, naturalidade e filiação, bem como o nome e residência do requerente.

§ I. A este requerimento deverão ser juntos atestados e documentos que provem estar o candidato nas condições de ser admittido.

§ II Não serão admittidos menores que soffram de doenças contagiosas ou tenham defeito physico que os inibam de seguir com proveito a aprendizagem profissional.

§ III. Todos os candidatos á admissão serão previamente examinados pelo medico do estabelecimento.

Art. 34. Nos institutos profissionaes, as aulas e trabalhos de officinas se iniciarão a 21 de janeiro e se encerrarão a 30 de novembro. Os exames terão começo no dia 1 de dezembro, seguindo-se-lhes um período de férias, durante o qual só poderão ficar no estabelecimento os menores completamente desamparados que não tenham parentes ou pessoa que por elles se interesse.

Art. 35. O ensino será ministrado em dous cursos: de adaptação e profissional, que funcionarão parallelamente.

Art. 36. No Instituto “João Alfredo”, o plano de estudos no curso de adaptação será igual ao adoptado nas escolas profissionaes masculinas, com os seguintes accrescimos:

- a) ensino de musica vocal e instrumental;
- b) ensino de gymnastica e exercicios militares;
- c) ensino primário elementar e médio para os alumnos que d'elle carecerem.

§ I. Além dos professores e adjuntos a que se refere o art. 7º, terá o Instituto “João Alfredo” um professor de gymnastica e exercicios militares, um professor de musica, um professor de instrucção primaria elementar e tantos adjuntos para estas duas ultimas disciplinas quantos se tomarem necessarios, observado o disposto no § II do art. 7º.

§ II. Durante o primeiro anno de permanencia no instituto todos os alumnos são obrlgados a exercicios de modelagem e de jardinagem, realizando-se estes últimos pela manhã, bem como a trabalhos manuaes, realizados de accôrdo com o programma das escolas primarias.

Art. 37. No Instituto “Orsina da Fonseca” o curso de adaptação abrangerá as matérias constantes dos programmas das classes elementar e média das escolas primarias.

Parapho unico. Este ensino será dado por uma professora e tantas adjuntas quantas se tornarem necessarias, observado o disposto no § I do art. 7°.

Art. 38. O ensino profissional nos dous institutos obedecerá ás mesmas normas estabelecidas para este ensino nas escolas profissionaes.

§ I. O Instituto “João Alfredo” terá as seguintes secções:

- a) trabalhos em madeira (carpinteiro, marceneiro, torneiro e entailhador);
- b) trabalhos em metal (ferreiro, serralheiro, caldeireiro, torneiro-mecanico e ajustador);
- c) trabalhos em folha de metal (latoeiro, funileiro, chumbeiro, encanamentos e installações sanitarias);
- d) trabalhos em tinta e estuque (pintores, decoradores, fingidores, estucadores);
- e) trabalhos em tijolo, pedra e cimento (pedreiros e canteiros);
- f) trabalhos em couro (sapateiros, corrieiros, etc);
- g) trabalhos em palha, vime e bambú (empalhador, chapeleiro, cesteiro);
- h) electro-technica (electricistas, instaladores de luz e força, constructores de dynamos, pilhas, accumuladores, aparelhos telephonicos, telegraphicos, etc.);
- i) trabalhos ruraes (jardineiro, hortelão, pomicultor).

§ II. No Instituto “Orsina da Fonseca” funcionarão as seguintes secções:

- a) costura (certe e feitio de roupas brancas grosseiras e de rompas de uso para operarios adolescentes e adultos);
- c) cozinha;
- d) lavagem e engommado;
- e) copa e arranjos de casa.

§ III. Durante o primeiro anno de frequencia no Instituto feminino, todas as alumnas se exercitarão em trabalhos elementares de agulha.

Art. 39. No Instituto “João Alfredo” poderá ser permitida a matricula de alumnos externos, em uma ou mais officinas, quando dahi não resultar perturbação da ordem ou disciplina.

Art. 40. Anexo ao Instituto “Orsina da Fonseca”, no mesmo edificio e subordinado á mesma direção, funcionará um externato profissional feminino.

§ I. As aulas e officinas do internato serão completamente separadas das do externato, não se permittindo a minima communicacão entre alumnas internas e externas.

§ II. O externato terá um curso de adaptação e um curso profissional com uma secção commercial, organizada de accôrdo com o disposto no art. 14.

§ III. Para a matricula no externato do Instituto “Orsina da Fonseca” serão observadas as prescripções do art. 16.

CAPITULO IV

DO PESSOAL DOCENTE E ADMINISTRATIVO

Art. 41. Em cada estabelecimento de ensino profissional haverá:

- a) um director;
- b) um escripturario;
- c) um porteiro;
- d) inspectores de alumnos;
- e) serventes.

§ I. Além desse pessoal haverá em cada instituto profissional:

- a) um vice-director;
- b) um medico;
- c) um dentista;
- d) inspector-chefe de alumnos;
- e) pessoal subalterno, designado pelo director.

§ III. Haverá um guarda-livros, commum a todos os estabelecimentos, e a cujo cargo ficará a escripturação dos institutos e escolas profissionaes.

Art. 42. O pessoal docente nas escolas e institutos profissionaes, compõe-se de professores, adjuntos ou substitutos, mestres e contra-mestres.

Art. 43. Todos os estabelecimentos profissionaes ficarão sob a immediata vigilancia e fiscalização de dous instructores do ensino technico, sendo um para os estabelecimentos masculinos e outro para os femininos.

Art. 44. O director, de livre nomeação do Prefeito, é o chefe do estabelecimento: todo o pessoal lhe é subordinado. No desempenho de suas funcções cumpre-lhe:

- a) dirigir o estabelecimento a seu cargo, superintendendo e fiscalizando todos os serviços;
- b) observar e fazer cumprir o presente regulamento e as leis municipaes vigentes;
- c) manter a ordem e disciplina no estabelecimento;
- d) corresponder-se, por escripto ou verbalmente, com o director geral de Instrucção Publica, podendo fazel-o também por intermédio do inspector technico;
- e) dar posse e exercício ao pessoal;

- f) rubricar os livros de escripturação, assignando os respectivos termos de abertura e encerramento;
- g) encerrar o ponto diariamente;
- h) visar as folhas de pagamento;
- i) contractar o pessoal subalterno e dispensal-o quando julgar necessário;
- j) justificar até 4 faltas durante o mez;
- k) impor aos funcionarios e alumnos do estabelecimento as penas disciplinares que forem da sua competencia, levando ao conhecimento do director geral as faltas cuja punição escapa da sua alçada;
- l) organizar, de accôrdo com o inspector do ensino technico, o horário dos trabalhos theoreticos, praticos e profissionaes, submettendo-o á approvação da Directoria Geral de Instrucção Publica;
- m) ordenar, por escripto, as despesas de prompto pagamento;
- n) requisitar da Directoria Geral de Instrucção Publica, por intermédio do inspector do ensino technico, o mobiliário e material indispensaveis ao ensino theoretico e pratico;
- o) ordenar e fiscalizar as despesas feitas com a aquisição do material necessario á confecção dos trabalhos de officinas, desde que os respectivos pedidos hajam sido autorizados pela inspector do ensino technico;
- p) contractar as obras que devam ser realizadas nas officinas e approvar os respectivos orçamentos;
- q) tomar quaesquer medidas de character urgente, indispensavel ao bom andamento dos serviços, submettendo taes actos á approvação da autoridade superior;
- r) submeter ao "visto" do inspector do ensino technico os pedidos de material necessario ás obras que devam ser executadas nas officinas;
- s) prestar todas as informações que lhe forem pedidas pelo inspector de ensino technico ou pela Directoria Geral de Instrucção Publica;
- t) acompanhar o inspector do ensino technico nas visitas que fizer ao estabelecimento, facultando-lhe o exame dos livros e de todas as dependências;
- u) depositar na Caixa Economica a percentagem que couber a cada alumno interno, no lucro liquido dos trabalhos das officinas, e ter em boa guarda as respectivas cadernetas, as quaes só serão entregues aos menores quando concluirem o curso ou tenham de deixar o estabelecimento por motivo justificado;
- v) entregar a cada alumno a parte da percentagem de que elle póde dispor;

- x) entregar aos pais dos alumnos externos a parte da percentagem que lhes couber;
- y) abrir uma caderneta especial de deposito em um banco, onde recolherá, até ulterior deliberação, a parte da percentagem dos lucros líquidos destinada ao património do estabelecimento;
- z) separar a parte dos lucros destinada á caixa escolar e gerir esta de accordo com o disposto neste regulamento.

Art. 45. O vice-director auxiliará o director em suas attribuições e o substituirá nos impedimentos temporarios.

Art. 46. Ao almoxarife compete:

- a) receber as quantias para despesas de prompto pagamento;
- b) receber o adiantamento que for arbitrado no começo do anno para aquisição de materia prima para as officinas;
- c) arrecadar a receita do estabelecimento, recolhendo-a ao cofre;
- d) passar recibo, em talões especiaes, das quantias provenientes da venda dos trabalhos das officinas;
- e) extrahir, em tempo, os pedidos de tudo quanto necessitar o estabelecimento, dentro das consignações orçamentarias, submettendo-os ao “visto” do director para serem remetidos á Directoria Geral de Instucção Publica;
- f) attender com promptidão aos pedidos das officinas, aulas, refeitórios, etc.;
- g) trazer em dia, com clareza e ordem, a escripturação do almoxarifado, consignando em livro de carga e descarga o que receber do almoxarifado geral e o que for entregue aos professores e mestres;
- h) ter sob sua guarda, até dar destino, os objectos fabricados nas officinas.

Parapho único. O almoxarife não poderá entrar no exercicio de suas funções sem ter préviamente prestado fiança de tres contos de réis (3:000\$000).

Art. 47. Ao escripturar-lo compete:

- a) trazer em dia a escripturação do estabelecimento na parte relativa a correspondencia official, á posse e apontamentos dos funcionarios, á matricula dos alumnos, ás aulas e officinas, tendo sob sua guarda e responsabilidade os respectivos livros;
- b) preparar as folhas de pagamento do pessoal;
- c) ter sob sua guarda e responsabilidade os livros e objectos da bibliotheca e museu, fornecendo para leitura ou exame aos alumnos e professores os livros ou objetos solicitados.

Parapho unico. Nas escolas profissionaes o escriptuario exercerá cumulativamente as funcções de almoxarife.

Art. 48. Ao medico compete:

- a) visitar diariamente o estabelecimento para observar os internados e aconselhar as medidas hygienicas, devendo igualmente comparecer todas as vezes que os seus serviços forem necessarios;
- b) vaccinar e revaccinar os internados;
- c) inspeccionar cuidadosamente os candidatos á matricula nos internatos;
- d) requisitar a remoção prompta dos affectados de doenças transmissíveis, os quaes não poderão, sob pretexto algum, ser tratados no estabelecimento, e bem assim a dos que não poderem receber o conveniente tratamento nas enfermarias;
- e) examinar rigorosamente os generos alimenticios, que tenham sido fornecidos, e propor ao director a sua rejeição, quando julgados de má qualidade;
- f) visitar as officinas e todas as dependencias do estabelecimento para verificar as respectivas condições hygienicas;
- g) apresentar ao director, o fim de cada anno, um relatorio circunstanciado dos serviços a seu cargo;

Art. 49. Ao dentista compete:

- a) comparecer tres vezes por semana no estabelecimento, nas horas designadas pelo director, para o exercicio de sua profissão, e bem assim em qualquer outro dia e hora, quando os seus serviços forem necessarios;
- b) apresentar mensalmente ao director um mappa circunstanciado dos trabalhos for elle effectuados, com a discriminação das nomes dos internados em que foram executados.

Art. 50. Aos inspectores de alumnos compete:

- a) zelar pela boa ordem dos alumnos, antes da entrada para as aulas e officinas, assim como depois de concluídos os trabalhos escolares;
- b) vigial-os na hora do recreio, empregando especial cuidado em que se não transgridam os preceitos da boa educação;
- c) advertir com brandura os alumnos, quando faltarem ao cumprimento do seu dever, e comunicar ao director qualquer falta mais grave por elles commettida;
- d) acudir solicitamente, nos casos de qualquer accidente ou de enfermidade dos alumnos, acompanhando-os á casa de suas famílias, quando isso for necessário.

Art. 51. Haverá nos institutos profissionaes um inspector-chefe de alumnos, que auxiliará o director e o vice-director na manutenção da ordem e da disciplina internas, fiscalizará, o serviço dos inspectores e do pessoal subalterno e dormirá no estabelecimento.

Art. 52. Ao porteiro incumbe:

- a) ter sob sua guarda a entrada principal do edificio;
- b) abrir e fechar as portas da escola ás horas marcadas pelo director;
- c) impedir a sahida dos alumnos fora da hora regimental, sem ordem superior;
- d) receber os requerimentos e papeis das partes, encaminhando-os á Directoria;
- e) receber e endereçar toda a correspondência do estabelecimento;
- f) manter na portaria a boa ordem e o respeito indispensável, não consentindo ahi aglomeração de alumnos, e attendendo com urbanidade a todas as pessoas que procurarem a escola;
- g) fiscalizar directamente o trabalho de asseio da escola, feito pelos serventes.

Art. 53. Os serventes cumprirão as ordens do director em tudo quanto respeita ao serviço escolar, incumbindo-se particularmente do asseio do estabelecimento.

Art. 54. Ao guarda-livros incumbe fazer a escripta na parte relativa á receita e despeza dos institutos e escolas profissionaes.

§ I. A escripta deverá ser feita em partidas dobradas, requisitando, em tempo, o guarda-livros os livros que julgar necessarios ao serviço e conservando-os sob sua guarda.

§ II. O guarda-livros organizará trimestralmente, para ser remetido á Directoria Geral de Instrucção Publica, um balanço minucioso da receita e despesa de cada estabelecimento.

§ III. O guarda-livros franqueará os livros de escripta ao director ou ao inspector do ensino technico todas as vezes que elles o requisitarem, fornecendo-lhes as informações pedidas.

Art. 55. Aos professores e aos adjuntos incumbe:

- a) ministrar com zelo e assiduidade o ensino theorico e pratico de suas aulas, mantendo nellas perfeita disciplina;
- b) requisitar, por escripto, o material necessario para o ensino e trabalhos de suas aulas;
- c) fazer parte das commissões examinadoras organizadas pelo director da escola;

- d) registrar diariamente as notas dos alumnos de sua classe, consignando a presença ou ausência delles, e, bem assim, o seu procedimento;
- e) apresentar annualmente ao director o programma de ensino de seu curso, afim de que seja approvedo pelo director geral de Instrucção Publica;
- f) não se ausentar da aula, que dirige, durante o tempo determinado pelo horário da escola, ficando sujeito ao ponto, se a ausencia não for autorizada pelo director.

§ I. Os professores dividirão os alumnos em turmas, de accôrdo com o gráo de adiantamento de cada um e escolherão as turmas que queiram reger, distribuindo as outras pelos adjuntos.

§ II. Cabendo a responsabilidade do ensino ao professor, deve este acompanhar sempre de perto e superintender o trabalho dos adjuntos, seus auxiliares.

§ III. Tanto os professores como os adjuntos deverão dar duas horas de aula por dia.

Art. 56. Ao mestre compete, além do disposto no artigo anterior:

- a) ministrar o ensino profissional e dirigir os trabalhos da secção de que é chefe;
- b) fazer os orçamentos respectivos ou determinar que sejam feitos por um contra-mestre ou aprendiz, visando-os, depois de verificados e encontrados exactos;
- c) indicar os preços por que devam ser vendidos os objectos confeccionados nas officinas;
- d) acompanhar os alumnos mais adiantados em visitas ás grandes officinas modelos, explicando-lhes o funcionamento das machinas e aparelhos que ainda não conheçam o procurando tirar dessas visitas o máximo proveito para a instrucção technica de seus aprendizes.

Art. 57. Os contra-mestres, como auxiliares immediatos dos mestres, dirigirão o ensino e executarão trabalhos de accôrdo com as ordens recebidas, e, bem assim farão parte das com missões examinadoras, quando para esse fim designados.

Art. 58. Ao inspector do ensino technico cumpre:

- a) visitar cada estabelecimento a seu cargo pelo menos duas vezes por semana;
- b) inspeccionar tudo o que respeito ao material, aos methodos de ensino e ás condições pedagogicas das aulas e officinas;
- c) autorizar a requisição do matrial necessário au trabalho das officinas, dentro dos limites do adiantamento para este mister feito ao almoxarife;
- d) examinar todos os livros de escripta do estabelecimento e verificar se estão em ordem, fazendo as observações que lhe forem suggeridas por este exame;

- e) verificar se é convenientemente feita a distribuição das percentagens sobre os lucros líquidos dos trabalhos effectuados nas officinas;
- f) promover a adopção e generalização dos melhores methods de instrucção professional;
- g) aconselhar e estimular, por todos os meios ao seu alcance, a frequência nas escolas que funcçionam sob a sua vigilancia e inspecção;
- h) entender-se com os gerentes das fabricas, chefes de officinas particulares e patrões no sentido de serem concedidas aos aprendizes duas horas consecutivas pela manhã, tres vezes na semana, para frequentarem a escola de aperfeiçoamento, sem prejuízo dos salários que percebem;
- i) corresponder-se com a Directoria Geral de Instrucção Publica e della reclamar as medidas que julgue necessarias ao regular funcçionamemto e progresso dos estabelecimentos a seu cargo;
- j) presidir, quando possível, os exames do fim do anno, bem como os de promoção;
- k) prestar todas as informações que sobre assumptos relativos ao ensino technico lhe forem solicitados pela Directoria Geral, cooperando com esta para o exacto cumprimento das leis e regulamentos e para o desenvolvimento da instrucção professional;
- l) remetter á Directoria Cerai, até o dia 10 de cada mez, para ser publicado, um boletim relativo a cada estabelecimento, contando: o numero de professores, adjuntos, mestres o contra-mestres, o numero de alumnos matriculados em cada secção e a frequência média em cada secção.
- m) dirigir á Directoria Geral de Instrucção um relatório annual, em que dê minuciosa conta da inspecção feita, com as observações que julgar necessarias;
- n) dirigir o patrimônio e a caixa escolar de cada estabelecimento, de accôrdo com as disposições contidas neste regulamento.

Art. 59. Todos os funcçionarios, de ordem docente ou administrativa, em serviço nos estabelecimentos de ensino professional, são amoviveis, por simples portaria do director geral, de um para outro estabelecimento similar.

CAPITULO V

PROVIMENTO DOS CARGOS, SUBSTITUIÇÕES

Art. 60. O cargo de director é de livre escolha do Prefeito; os de vice-director, inspector do ensino technico, almoxarife, escripturario, medico, dentista, inspector-

chefe de alumnos, inspectores de alumnos e porteiro, serão de nomeação do Prefeito, sob proposta do director geral de Instrucção Publica.

Parapho unico. Os serventes e demais pessoal subalterno serão de nomeação dos directores dos estabelecimentos.

Art. 61. Os professores, mestres, adjuntos e contra-mestres serão nomeados pelo Prefeito, por proposta do director geral de Instrucção.

§ I. Os professores serão nomeados por promoção do respectivo substituto ou adjunto.

§ II. Os adjuntos serão nomeados por concurso, que será em tempo regulado pelo Prefeito.

§ III. No provimento dos cargos de professores e adjuntos terão sempre preferencia os candidatos diplomados pela Escola Normal.

§ IV. Os mestres serão nomeados interinamente, só se tornando effectiva a nomeação decorrido um prazo de dous annos, se houverem desempenhado satisfactoriamente as suas funções.

§ V. Os contra-mestres serão nomeados interinamente e exonerados quando faltarem ao cumprimento dos deveres ou se revelarem incompetentes.

§ VI. Para a escolha dos mestres e contra-mestres poderá o Prefeito mandar proceder a exame pratico, afim de verificar quaes os candidatos mais aptos.

Art. 62. O director será substituído pelo vice-director e na falta deste por um professor ou mestre, designado pelo director geral de Instrucção.

Parapho único. Se o impedimento do director durar mais de tres mezes, o substituição será feita por pessoa livremente designada pelo Prefeito.

Art. 63. A substituição temporária do inspector do ensino technico, do medico, dentista, almoxarife e escripturario, será feita pelo Prefeito, por proposta do director geral de Instrucção.

Art. 64. O professor e o mestre serão, respectivamente, substituídos por um adjunto ou contra-mestre designado pelo director geral de Instrucção Publica.

Parapho unico. Os adjuntos e contra-mestres, em seus impedimentos temporarios, serão substituidos por pessoas designadas pelo director geral de Instrucção.

Art. 65. A substituição temporaria dos inspectores de alumnos e porteiro será da alçada da Directoria Geral de Instrucção; a dos serventes e pessoal subalterno caberá ao director do estabelecimento.

CAPITULO VI DAS AULAS E OFFICINAS

Art. 66. Em todos os estabelecimentos de ensino profissional as aulas se iniciarão no dia 21 de Janeiro e se encerrarão a 30 de Novembro.

Art. 67. Aos alumnos serão fornecidos os livros necessários, que elles poderão levar para casa, sendo responsáveis por extravio ou deterioração.

Parapho unico. A responsabilidade se tornará effectiva, sendo descontado o valor do livro, gradualmente, das percentagens que couberem ao alumno.

Art. 68. São deveres dos alumnos: estimar e respeitar seus mestres, aos quaes, em qualquer circumstancia, são obrigados a obedecer; tratar fraternalmente os seus collegas, portar-se dignamente, fazer empenho por progredir e produzir.

Art. 69. Os aprendizes entrarão á hora prescripta e ficarão até que finde o tempo lectivo diário.

§ I. Só poderão retirar-se, por moléstia ou alguma causa excepcional, aceitavel pelo director.

§ II. Não poderão tambem retirar-se d a officina, ou da aula, sem consentimento do mestre ou do professor.

§ III. É prohibido fumar dentro do estabelecimento.

§ IV. Nas horas, de ensino e de recreio, na vinda para a escola, sahida, nas proximidades do edificio, são expressamente prohibidos grandes ajuntamentos de alumnos e quaesquer manifestações ruidosas.

Art. 70. O aprendiz póde passar de uma para outra officina ou ser transferido, a pedido ou por conveniencia, de uma escola para outra.

Parapho unico. Realizado este caso, será passado ao aprendiz um certificado de sua conducta, intelligencia e progresso, o qual será levado cm conta pelo director do estabelecimento em que elle se matricule.

Art. 71. O numero de officinas e a natureza do aprendizado a que cada uma servirá serão determinados pelas necessidades do ensino, e por circumstancias que não podem ser prefixadas.

§ I. Ellas podem ser differentes para cada escola ou instituto.

§ II. Serão installadas pouco a pouco, á proporção que for verificado o exito das ja montadas e reconhecidas proveitosas á administração escolar.

§ III. A criação de uma officina depende de proposta justificada pelo director, ouvido o inspector escolar.

§ IV. Sera feita por portaria do director geral de Instrucção Publica, precedendo approvação do Prefeito.

§ V. Em uma officina tabalharão, no mínimo, 10 aprendizes, devendo ser fechada, desde que a frequencia durante dous mezes consecutivos, seja menor que a acima indicada.

§ VI. Nenhuma escola será installada, sem que tenha, pelo menos, tres officinas montadas.

Art. 72. Todo o material, machinas e instrumentos de trabalho, serão fornecidos pela Prefeitura.

§ I. Nenhum instrumento ou material será retirado de uma para outra officina, ou fora do estabelecimento, sem ser por ordem escripta do director.

§ II. Esse documento exhibido, salvaguardará a responsabilidade do mestre da officina.

§ III. Os mestres e contra-mestres serão responsaveis pelo material e ferramenta, cujo valor, nos casos de extravio ou inutilização proposital, será indicado na folha de pagamento e descontado do modo por que for determinado pelo director.

§ IV. Em cada officina haverá um livro, no qual serão registrados pelo mestre ou contra-mestre os utensilios, machinas, instrumentos e material recebidos e os dados em consumo.

§ V. Um livro em que serão inscriptos, semanalmente, os trabalhos executados, o seu orçamento, o preço de venda e o destino que tiveram.

§ VI. O material será pedido para cada officina pelo mestre respectivo, semanalmente, e excepcionalmente, e em qualquer dia.

§ VII. O pedido será feito por escripto ao director, por elle visado e modificado, quando for conveniente, ou negado.

Art. 73. A cada escola ou instituto será entregue no começo do anno lectivo a consignação orçamentaria destinada á aquisição de materia prima para as officinas.

§ I. Nenhuma compra será feita por esta verba, sem que o inspector do ensino technico a autorize.

§ II. Depois de autorizado o pedido, o almoxarife solicitará preços a diversas casas commerciaes das mais acreditadas, e submeterá as respectivas propostas á decisão do director.

Art. 74. Os trabalhos das oficinas serão de aprendizado ou de completa execução.

§ I. Os trabalhos de completa execução serão feitos para o publico, ou para a Prefeitura, por contracto ou encommenda ordenada pelo director geral.

§ II. Os alumnos, o pessoal docente e administrativo da escola não podem encommendar.

§ III. Os empregados da Prefeitura podem encommendar, assignado o termo de compromisso de pagamento em folha de quantia fixa e mensalmente.

§ IV. Nenhum trabalho será feito sem prévio orçamento organizado pelo mestre respectivo e approvedo pelo director da escola.

§ V. Nenhum trabalho de completa execução será effectuado sem prévio contracto assignadlo pelo director e quem o encommendou, e um visto do inspector de ensino technico.

§ VI. O producto da venda desses trabalhos, deduzida a despeza da materia prima, será distribuido da seguinte forma: 30% para o patrimônio da escola e 70% para os aprendizes que tomarem parte na execução.

Destes 70%, dez por cento serão reservados para a caixa escolar, dez per cento serão distribuidos em dinheiro aos alumnos para suas pequenas despesas e cincoenta por cento serão entregues aos pais dos alumnos.

§ VII. Nas officinas, como as de cozinha e outras em que se não possa avaliar com precisão o trabalho de cada alumno a percentagem será dividida com igualdade entre todos elles.

§ VIII. Nos institutos profissionaes, a quota de 50% será recolhida em cadernetas da Caixa Economica em nome de cada alumno. No Instituto “João Alfredo” estas cadernetas serão feitas com uma clausula que faculte ao director liquidal-as em qualquer tempo, afim de que, ao sahir do estabelecimento, possa o alumno, ainda menor, receber o producto do seu trabalho para a aquisição da ferramenta de que vai carecer.

§ IX. No internato do Instituto “Orsina da Fonseca” as porcentagens que cabem ás alumnas serão distribuídas da seguinte forrma: três sextas partes (3|6) ás meninas maiores, entre 15 e 18 annos; duas sextas partes (2|6) ás meninas médias, entre 12 e 15 annos; e uma sexta parte (1|6) ás menores, entre 10 e 12 annos.

§ X. Não havendo caixa escolar no instituto “João Alfredo”, a respectiva quota será distribuída pelas caixas escolares das escolas profissionais masculinas.

Art. 75. A cada oficina competem a conservação e limpeza das máquinas, utensílios e aparelhos de que usa, sendo ali feito diariamente o trabalho de asseio pelos próprios alunos.

Art. 76. Nos trabalhos de oficina, os alunos-aprendizes usarão de aventais uniformes, que lhes serão fornecidos pela escola.

CAPITULO VII DA DISCIPLINA ESCOLAR

Art. 77. Cabe a manutenção da disciplina ao director, vice-director, professores, mestres, adjuntos, contra-mestres e inspectores.

Parágrafo unico. Elles agirão de preferencia pelo conselho, pela admoestação amigável, chamando á ordem e augmentando gradualmente a intensidade da pena até á exclusão da classe ou do estabelecimento.

Art. 78. Nenhuma pessoa extranha terá entrada nos estabelecimentos de ensino profissional, sem prévio consentimento do director, ou de quem suas vozes fizer, ou por ordem superior.

Art. 79. Os meios disciplinares applicados pelos docentes, sempre proporcionados á gravidade das faltas, serão os seguintes:

- a) notas más;
- b) exclusão momentânea das aulas ou do recreio;
- c) advertência em particular;
- d) advertência perante a classe;
- e) privação de recreio, com ou sem trabalho de escripta;
- f) exclusão da escola por tres dias a seis dias;
- g) exclusão definitiva.

§ I. A pena de exclusão temporaria da escola só poderá ser applicada pelo director, e a de exclusão definitiva pelo director geral de Instrucção Publica.

§ II. O alumno, excluído definitivamente, não poderá ser matriculado em outra escola profissional do Districto Federal.

Art. 80. O pessoal docente e administrativo será sujeito ás penas consignadas na lei geral do ensino municipal.

Art. 81. Ao almoxarife, escripturario, porteiros e inspectores de alumnos poderá o director do estabelecimento impor a pena de suspensão, com perda total dos

vencimentos, por tres a cinco dias, levando o facto ao conhecimento do director geral da Instrucção Publica que, dada a gravidade da falta, poderá prolongar a suspensão até 30 dias.

CAPITULO VIII

DOS EXAMES, CERTIFICADOS, RECOMPENSAS

Art. 82. O director de cada estabelecimento organizará as commissões examinadores para os exames de admissão.

Parapho unico. Serão dispensados do exame de admissão em qualquer estabelecimento os candidatos que exhibirem certificados de exame final nas escolas primarias ou attestado de frequencia e bom aproveitamento no curso secundario de um collegio ou gymnasio conceituado.

Art. 83. Para o effeito das médias e promoções de classe, os mestres e contramestres, professores e adjuntos submetterão os seus alumnos a exames trimensaes, com provas praticas, por onde possam formar juizo seguro sobre o aproveitamento de cada um delles.

§ I. O director do estabelecimento deverá sempre assistir a estas provas.

§ II. Findo o anno lectivo serão promoovidos os alumnos que tiverem acañado média geral acima de má. O alumno que não tiver aquella média poderá repetir o anno mais uma vez.

Art. 84. Nas escolas profissionaes e nos institutos, encerradas as aulas, no fim do anno lectivo, proceder-se-ha aos exames finais que consistirão em provas de cada disciplina ou officio, feitas no proprio estabelecimento pelos alumnos que tenham concluido o curso. O inspector do ensino technico deverá, sempre que lhe for possível, assistir a estas provas.

Parapho unico. O julgamento das provas de exame será feito por uma commissão de tres membros, composta do director e de dous professores, mestres ou contramestres por elle designados.

Art. 85. As commissões examinadoras julgarão as provas exhibidas por meio de grãos, de 0 a 10, considerando aprovados com distincção os alumnos que obtiveram grão 10, plenamente os que obtiverem de 6 a 9, simplesmente os que obtiverem de 3 a 5, e reprovados os que não alcançarem o grão 3.

§ I. Os pontos para exame, tirados á sorte no dia da prova, serão nesse mesmo dia organizados pela commissão respectiva.

§ II. Como elemento do julgamento, além da qualidade da prova, servirão as médias annuaes do curso, não podendo ser reprovado o alumno cuja média for 8 ou superior a esse numero, nem ter distincção o que tiver média inferior a 7.

§ III. De todos as processos dos exames lavrar-se-hão actas em livro especial, assignadas pelos membros da commissão examinadora.

§ IV. Do resultado dos exames serão dadas certidões aos alumnos, caso o requeiram, e aos que tenham concluido a aprendizagem se dará um certificado de habilitação.

§ V. Quando o alumno com média annuai 6 ou superior a 6 não comparecer, por motivo justificado, ao acto de exame na época marcada, terá direito de prestar sua prova depois de findos todos os trabalhos de exame do anno respectivo.

§ VI O alumno reprovado uma vez poderá repetir o curso da mesma secção; segunda reprovação, porém, o inhabilitará de proseguir nella, podendo, entretanto, matricular-se em outra.

Art. 86. Haverá annualmente em cada escola uma exposição de trabalhos. De cada trabalho, que for vendida durante o anno e que, pela sua perfeição, mereça ser exposto, far-se-ha immediatamente, para esse fim, segundo exemplar.

Parapho unico. Durante a exposição poderão ser vendidos quaesquer trabalhos, comtanto que sejam retirados só depois do encerramento da mesma exposição. Os que sobraem serão vendidos em leilão, salvo os que convier conservar para modelos.

Art. 87. Aos alumnos dos estabelecimentos de ensino profissional que revelarem bom aproveitamento e exemplar comportamento, serão distribuídas as seguintes recompensas:

- a) menção especial nos quadros de honra;
- b) premios annuaes;
- c) premio de viagem de estudos á Europa ou á America do Norte.

Art. 88. Em cada estabelecimento de ensino profissional haverá um quadro de honra, no qual serão assignados mensalmente os nomes dos alumnos que mais se tenham distinguido pela sua applicação, aproveitamento e boa conducta.

Art. 89. No fim do anno lectivo serão distribuidos dous premios aos dous alumnos que mais se distinguirem em cada secção de ensino profissional das escolas e inistitutos.

§ I. Dous premios iguaes serão reservados para dous alumnos que em cada escola ou instituto tenham revelado melhor conducta durante o anno lectivo.

§ II. Esses premios consistirão em livros apropriados, adquiridos para esse fim pela Directoria Geral de Instrucção Publica.

Art. 90. Cada escola ou instituto distribuirá annualmente dous premios com as denominações de 1º e 2º premio, aos dous alumnos mais distinctos, entre os que tenham concluido nesse anno a aprendizagem professional.

Parapho unico. A esses alumnos serão entregues uma medalha de prata e o respectivo certificado do premio.

Art. 91. De tres em tres annos será conferido um premio especial de viagem a Europa ou America do Norte ao alumno mais distincto, entre os que tenham cursado as escolas e institutos proffissionaes mantidos pela Prefeitura.

§ I. Este premio consistirá no pagamento das passagens de ida e volta e em uma mensalidade, fixada pelo Prefeito, e que o alumno receberá durante o tempo estabelecido pela Directoria de Instrucção para a sua permanencia no estrangeiro.

§ II. Durante esta permanencia deverá o alumno premiado enviar regularmente á Directoria Geral de Instrucção Publica um relatório bi-mensal, no qual sejam narrados os estudos e trabalhos feitos, durante o bimestre.

§ III. A falta de remessa do relatório, a que se refere o parapho precedente, justifica ordem de suspensão de pagamento das mensalidades.

Art. 92. Para a concessão do premio “Viagem de estudos a Europa ou America do Norte” será feito um concusso, no qual só poderão tomar parte os ex-alumnos do Instituto “João Alfredo” e das escolas proffissionaes masculinas, menores de 25 annos de idade e que durante o aprendizado tenham obtido outros premios de applicação ou procedimento.

Parapho unico. O regulamento, programma e instrucções para este concurso serão, em tempo, organizados pela Directoria Geral de Instrucção Publica e submettidos á approvação do Prefeito.

CAPITULO IX

DAS CAIXAS ESCOLARES

Art. 93. Em cada escola professional funcionarà uma caixa beneficente, destinada a vir em auxilio dos meninos pobres que se matricularem na escola.

Art. 94. Tem a caixa escolar por fins:

- a) fornecer roupas e calçados às crianças pobres que, por falta deste recurso, deixem de frequentar a escola;
- b) fornecer merenda sã e reparadora aos alunos pobres que frequentem a escola;
- c) prestar auxilio em dinheiro ou sob a forma de medicamentos e peças de curativo aos alunos pobres, em caso de doença ou accidentes.

Art. 95. A caixa será constituída pelos seguintes recursos:

- a) donativos e legados;
- b) contribuição de 10%, deduzidos do lucro liquido apurado na venda dos trabalhos de completa execução realizados nas officinas pelos alumnos;
- c) contribuição dos socios;
- d) producto da venda da limalha que cahe dos tornos, das aparas de madeira, das fitas e refugos e cobre, retalhos de fazendas, que não se prestem a obras, etc.

Art. 96. A caixa escolar será dirigida por uma commissão, composta do director da escola, do inspector do ensino technico e do escripturario-almojarife.

Art. 97. Os sócios serão considerados “bemfeitores” quando façam um donativo de quantia superior a 60\$; “remido”, quando paguem de uma só vez a contribuição de 50\$, e “contribuintes” quando paguem mensalmente a quantia de 1\$000.

Art. 98. Os alumnos que disponham de alguns recursos e os mais adiantados, cujo trabalho nas officinas já seja de alguma sorte remunerador, podem e devem ser admittidos como socios contribuintes da caixa.

Art. 99. No fim de cada anno será apresentada pela commissão directora á Directoria Geral de Instrucção Publica um relatorio minucioso sobre o movimento da caixa escolar.

Art. 100. Tudo o que diz respeito ao funcionamento da caixa escolar será especificadamente determinado no regimento interno da escola.

CAPITULO X DO PATRIMONIO

Art. 101. Cada estabelecimento de ensino profissionnal terá um patrimônio que será constituído por:

- a) donativos e legados;
- b) trinta por cento (30%) do producto da venda, deduzida a despesa do material, dos trabalhos effectuados nas officinas;
- c) as sobras que, no fim de cada exercicio, se apurarem na verba aquisiçãoção de materia primas votada pelo Conselho Municipal.

Art. 102. Salvo restricção imposta nos legados e donativos, todo o patrimonio será empregado em titulos de renda da Prefeitura.

Art. 103. O patrimonio de cada estabelecimento será administrado por uma commissão composta do director geral de Instrucção Publica, do inspector do ensino technico e do director do estabelecimento.

Art. 104. As rendas do patrimonio poderão ser empregadas no desenvolvimento material do ensino, melhoria das installações, acquisição de livros, aparelhos, machinas e utensilios.

Parapho unico. Quando não applicadas no sentido indicado neste artigo, serão convertidas em titulos de renda e incorporadas ao patrimonio.

Art. 105. Nenhuma operação sobre bens patrimoniaes poderá ser feita, nem tão pouco nenhuma despesa se effectuará por conta da renda do património, sem audiencia e approvação do Prefeito.

CAPITULO XI

DA BIBLIOTHECA E MUSEU

Art. 106. Haverá em cada estabelecimento de ensino profissional uma bibliotheca e museu para uso exclusivo dos alumnos, professores, mestres e contra-mestres.

Art. 107. Para a bibliotheca serão adquiridos livros uteis e apropriados.

Art. 108. O museu conterá objectos que possam interessar a educação profissional dos alumnos, como, por exemplo, amostras de madeiras de qualidades differentes, de materiaes de construcção, albuns com photographias ou gravuras, moldes em gesso, etc.

Art. 109. Os objectos do museu só poderão ser retirados das respectivas salas a requisição dos professores ou mestres para demonstrações praticas em aulas, devendo ser colocados nos respectivos logares logo após a terminação da aula.

Art. 110. Os livros serão utilizados para leitura na propria sala, ou confiados aos professores, mestres, e alumnos, mediante recibo e responsabilidade de quem os levar.

§ I. Nenhum livro poderá ficar em poder de um mesmo leitor por mais de 15 dias; findo este prazo, se o livro não tiver sido restituído, o escripturario levará o facto conhecimento do director para que este faça descontar o valor do livro na respectiva folha de pagamento mensal do funcionario que o não restituiu ou nas percentagens alumno que o perdeu ou inutilizou.

§ II. Nos sabbados, a sala da bibliotheca e museu ficará aberta e franca aos alumnos até ás 4 horas da tarde.

Art. 111. O museu e bibliotheca ficarão sob a guarda do escripturario do estabelecimento, auxiliado por um inspector de alumnos, designado pelo director.

CAPITULO XII

DISPOSIÇÕES GERAES E TRANSITORIAS

Art. 112. Fica creada uma escola de aperfeiçoamento com os dous cursos - commercial e industrial.

Paragrapho unico. Nesta escola serão aproveitados os professores addidos do extincto Instituto Commercial.

Art. 113. Fica instalado no instituto “Orsina da Fonseca” um externato profissional feminino com uma secção commercial.

§ I. No Instituto “Orsina da Fonseca” serão aproveitadas as professoras que serviam na Casa de S. José, garantidos os seus direitos na fórma da lei.

§ II. Os actuaes professores de sciencia e artes do Instituto “Orsina da Fonseca” serão aproveitados em outros estabelecimentos de ensino.

Art. 114. Voltarão a ter exercício no Instituto João Alfredo o almoxarife, inspectores de alumnos e professores que estavam addidos.

Paragrapho unico. Os actuaes professores do curso de adaptação do Instituto João Alfredo serão aproveitados em outras escolas.

Art. 115. O Instituto Souza Aguiar passará a denominara-se “Escola Souza Aguiar”, na qual funcçãoarão as seguintes secções para a aprendizagem profissional: - secção “madeira” ; - secção “metal”; - secção de pequena mecanica de precisão, applicada a trabalhos em metaes preciosos, ourivesaria, relojoaria, aparelhos scientificos, balanças, etc.

Art. 116. Na Escola “Alvaro Baptista” funcçãoarão as seguintes secções: secção de “madeira”, secção “livro”, comprehendendo composição typographica, linotypos, impressão, lithographia, photo-technica, zincographia, autotypia, trichromia, galvanoplastia, encadernação, pautação, douradura.

Paragrapho unico. Anexo á Escola “Alvaro Baptista” funcçãoará um curso nocturno de aperfeiçoamento para operarios.

Art. 117. Na Escola “Visconde de Mauá” funcçãoarão quatro secções: secção “madeiras”, secção “metal”, secção agrícola ou rural e secção de fiação e tecelagem.

§ I. O ensino tecnico nas secções “madeira” e “metal” não deverá ser nesta escola tão completo como o ministrado nas outras; será orientado, de preferencia, para as profissões ruraes como, por exemplo, fabricante de carroças, carrinhos de mão, tamancos, instrumentos agrícolas simples, ferradores, etc.

§ II. Emquanto não for installada na zona rural uma escola profissional feminina, serão annexadas á Escola Visconde de Mauá as seguintes secções destinadas ao sexo feminino: secção de avicultura e apicultura; secção de leite (fabricação da manteiga, queijos, etc.)

Art. 118. Os mestres e contra-mestres vencerão diaria, que será arbitrada pelo director geral de Instrucção.

Art. 119. Quando neste regulamento se reconhecer omissão ou houver duvida sobre a interpretação, o Prefeito resolverá.

Art. 120. O Prefeito contractará, aqui ou no estrangeiro, dous superintendentes geraes para o ensino do desenho profissional, sendo um para as escolas masculinas e outro para as femininas.

Art. 121. O superintendente do ensino de desenho poderá, leccionar, como professor, o desenho em uma escola e superintender o ensino desta disciplina nas outras escolas.

Art. 122. Quando professor de desenho de uma escola profissional, o superintendente do ensino de desenho perceberá, além dos seus vencimentos, mais uma gratificação.

Art. 123. Aos actuais mestres geraes será mantida, emquanto bem servirem, a gratificação especial que ora percebem.

Art. 124. Emquanto o numero de escolas profissionaes femininas for inferior ao das masculinas, a fiscalização da Escola Visconde de Mauá ficará a cargo do inspector do ensino tecnico, incumbido de fiscalizar as escolas para o sexo feminino.

Districto Federal, 19 de Abril de 1916; 28° da Republica.

RIVADAVIA DA CUNHA CORRÊA.