(IN)FINITO (IN)ESPERADO

Luciane de Paiva Moura
Doutoranda do HCTE/UFRJ
lucianepmoura@gmail.com

Ricardo Silva Kubrusly
Professor do HCTE/UFRJ
riskuby@gmail.com

A discussão em torno do tema infinito nunca foi fácil. Nem mesmo para os matemáticos que se diferenciam dos demais por possuírem o aval para dialogar com o infinito, foram poucos os que se aventuraram no assunto. Talvez porque no íntimo de cada um de nós, matemáticos, já soubéssemos quão inesperado ele se apresentaria. O infinito a que me refiro não é o adjetivo que significa o que não tem fim. Mas sim, o substantivo infinito. O infinito, substantivo, que passa a ser entidade, passa a ser conceito, passa a ser reconhecido como objeto matemático nos apresenta um mundo repleto de resultados que despertam nossa atenção sobre que mundo matemático é esse no qual estamos manipulando. Os resultados envolvendo esse infinito contribuem com o belo e com a reflexão filosófica ao mesmo tempo em que convive com resultados que possuem como meta a prática e uma discreta elegância.

Esse objeto traz inúmeras questões que devem ser sempre postas e repostas em discussão. A existência de infinitos de "tamanhos" diferentes é uma delas. A matemática e sua relação com o infinito, permitem desconstruir a visão cristalizada de o todo ser maior que suas partes. Essa audaciosa desconstrução é feita, como podemos observar, por exemplo, na possibilidade de enumeração do conjunto dos números racionais, ou seja, pelo fato de o conjunto dos números racionais poder ser posto em correspondência biunívuca com o conjunto dos números naturais, sendo assim, mostramos um método no qual é possível mostrar a ousadia da parte ser do mesmo "tamanho" do todo. E não é só nesse caso que essa impensável relação ocorre, há inúmeros outros exemplos onde essa construção é possível. Ao continuarmos na mesma teoria dos conjuntos, o infinito absoluto de George Cantor colapsa o sistema. O paradoxo de Cantor, modo como ficou conhecido este resultado, é gerado pela possibilidade de existência de um conjunto de todos os conjuntos. Esse paradoxo ocorre pelo fato do conjunto de todos os números ordinais gerar uma inconsistência que pode ser descrita da seguinte maneira: Sabe-se que toda a boa ordenação corresponde a um único número ordinal. Também se sabe que números ordinais formam uma boa ordenação. Considere, então, a coleção de todos os números ordinais. Esta coleção por sua vez também é uma boa ordenação e, portanto, corresponde a um ordinal A. Logo, A excede todos os ordinais e também excede a si próprio, o que é uma contradição, uma vez que se supôs que havia sido feita uma coleção de todos os ordinais.

Parece que esse objeto matemático faz mesmo questão de não corresponder ao esperado não só na teoria dos conjuntos, mas em diversos âmbitos. A atualização da potencialidade da dízima periódica 0,999... não é nem menos, nem tão próximo, mas sim o próprio 1. Existem várias maneiras de mostrar esse cálculo. Talvez a mais simples seja a descrita abaixo:

Considere a equação (1), em que nomeamos a dízima 0,999... por a:

(1) 0,9999... = a

Ao multiplicarmos a equação (1) por 10, obtemos o seguinte resultado:

10 x 0,9999... = $10a$

Efetuando os cálculos, temos a equação (2):

(2) 9,999... = $10a$

Em seguida, ao subtrairmos (2) de (1), temos:

$$\begin{array}{rcl} 9{,}999\ldots & = & 10a \\ -\ \ 0{,}999\ldots & = & a \\ \hline 9 & = & 9a \end{array}$$

Então, como $9a = 9$, temos que: $a = 1$

Assim, se a, por definição, é igual a 0, 9999... e também é igual a 1. Logo, podemos concluir que 0,999... = 1.

Entretanto, esse mesmo infinito que surpreende acaba sendo salvador. Pois é graças ao mesmo infinito, que a divisão por zero é salva do paradoxo. Vamos entender como o paradoxo se constrói na divisão por zero. Suponha que seja possível dividir um número p e um número q por zero, sendo p diferente de q. Dessa forma, seja a equação válida $p.\ 0 = q.\ 0$, ao dividirmos esta equação por zero, obteríamos como resultado $p = q$, o que geraria um absurdo, uma vez que consideramos que p é diferente de p. Contudo, esse paradoxo fica amenizado, ao considerarmos a função $f(x) = a/x$, onde a é um número real, constante e diferente de zero. Ao considerarmos essa função, quando x tende a zero, ou seja, quando a divisão por zero vai se configurando, o limite dessa função vai para infinito, salvando assim, a divisão por zero do absurdo e a levando ao infinito.

Outro aspecto interessante que o infinito nos traz é o teorema de Banach–Tarski, também conhecido como paradoxo de Banach-Tarski, não por ser contraditório, mas por ser um resultado totalmente contra-intuitivo. Nele, fica estabelecido teoricamente, com a utilização do axioma da escolha, que é possível dividir uma esfera sólida tridimensional em um número finito de pedaços e com estes pedaços construir duas esferas, do mesmo tamanho da original. A demonstração prova a existência teórica de uma forma de repartir a esfera com estas características, usando o axioma da escolha. Não há uma prova construtiva que descreva a maneira pela qual a esfera deve ser repartida. Banach e Tarski propuseram este paradoxo com a intenção de evidenciar um resultado para que o axioma da escolha fosse rejeitado, mas os matemáticos em geral continuam a utilizar este axioma arcando com suas consequências contra-intuitivas.

Ao pensamos o infinito, o considerando como conceito e objeto matemático, por ser a matemática, um constructo abstrato humano, não esperávamos nos surpreender tanto com ela nem tão pouco com seus objetos, uma vez que, de certo modo sempre esperamos estar com nossas criações, sob domínio, sob nosso controle.

Mesmo a matemática sendo esse mundo densamente surpreendente, o desenvolvimento racional matemático nunca teve seus objetos como preocupação central. A preocupação sempre foi sintática, simbólica e não de conteúdo, de semântica.

Contudo, é preciso um esforço em entender os objetos matemáticos, não com a intenção de descrevê-los mas sim, com a intenção de dialogar com seus mistérios. Uma vez que, não podemos nos contentar com um conhecimento que além de não refletir sobre seus objetos, não reflita sobre seus sujeitos e não reflita sobre seu próprio futuro. É preciso valorizar os limites do conhecimento formal e quantitativo. E entender que uma teoria matemática não é pura e simplesmente um reflexo das realidades objetivas, mas sim um trabalho em conjunto das estruturas do espírito humano e das condições sociais e culturais do conhecimento.

É necessário que haja uma "iniciação à lucidez" no sentido de Morin "uma iniciação à onipresença do problema do erro". É necessário entender que conhecer e pensar não é chegar a uma verdade absolutamente certa, mas dialogar com a incerteza. Uma vez que, enquanto a pouca preocupação com a racionalidade leva à ignorância do significado de um fato ou de um acontecimento, o excesso ou até mesmo a exclusiva preocupação com a racionalidade leva a leituras muito distorcidas de significação.

É necessário reconhecer nosso esforço para decifrar o aparentemente inalcançável desafio que o real nos propõe. Precisamos harmonizar de uma vez por todas nosso convívio com nossas ideias e com nossas limitações, mantendo nossos modelos como mediadores e jamais tendo a pretensão de identificá-los com o real. Devemos nos conscientizar de uma vez por todas que o maior ganho do último século foi a constatação em diversos ramos do conhecimento da eterna incerteza do conhecer. É dessa crise, na derrota do progresso garantido, como diz Morin, que temos o ambiente próspero para refletir sobre nossos futuros caminhos enquanto humanidade, através do questionamento da ciência, da técnica e da razão. A matemática enquanto saber não pode ignorar a realidade da complexidade humana, não há mais como naturalizar um conhecimento que tem como objetivo a eliminação do sujeito e da subjetividade. Por mais que a técnica continue dando certo temos que ter a consciência da necessidade de reinserção do sujeito na teoria. Há que se mudar o paradigma da tentativa insana de um sujeito invisível, cuja existência é negada, assim como não exaltar um sujeito transcendental, que escapa a experiência, que é puro intelecto e não pode ser concebido em suas incertezas. Deve-se resgatar o sujeito das humanidades para que ele possa refletir sobre a matemática que produz. Não podemos continuar a produzir um conhecimento inconsciente.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

BOYER, Carl B. **História da Matemática**. São Paulo: Editora Edgard Blücher, 1996.

BUNCH, Bryan. **Mathematical Fallacies and Paradoxes**. New York: Dover Publication, INC, 1982.

COURANT, Richard; JONH, Fritz. **Introduction to Calculus and Analysis I**. New York: Springer, 1982.

COURANT, Richard; ROBBINS, Herbert. **What is Mathematics?** New York: Oxford University Press, 1996.

CURRY, Haskell B. **Outlines of a Formalist Philosophy of Mathematics**. Amsterdam: North Holland Publishing Company, 1951.

EVES, Howards. **Foundations and Fundamental Concepts of Mathematics**. New York: Dover Publication, INC.

JECH, Thomas J.. **The axiom of choice**. Amsterdam: North Holland Publishing Company, 1973.

KASNER, Edward; NEWMAN, James. **Matemática e Imaginação**: O fabuloso mundo da matemática ao alcance de todos. Rio de Janeiro: Zahar Editores, 1976.

LAVIGNE, Shaughan. **Understanding the Infinity**. Harvard University Press, 1994.

MORIN, Edgard. **A Cabeça Bem-Feita.** Rio de Janeiro: Bertrand Brasil, 2009.

MORIN, Edgard. **Ciência com Consciência.** Rio de Janeiro: Bertrand Brasil, 2000.

MOSCHOVAKIS, Yiannis N. **Notes on Set Theory**. Springer, 1994.